

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР  
імені Б. І. Веркіна

ГРИБ Олександр Миколайович



УДК 538.945

КОГЕРЕНТНА ДИНАМІКА СИСТЕМ З ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИМИ  
КОНТАКТАМИ

01.04.22 - надпровідність

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Харків-2017

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна МОН України, м. Харків.

**Науковий консультант:** доктор фізико-математичних наук, професор  
**Вовк Руслан Володимирович**,  
Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна МОН України (м. Харків),  
декан фізичного факультету

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, член-  
кореспондент НАН України, професор  
**Ямпольський Валерій Олександрович**,  
Інститут радіофізики і електроніки імені О. Я. Усикова  
НАН України (м. Харків),  
завідувач відділу теоретичної фізики

доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Золочевський Іван Васильович**,  
Фізико - технічний інститут низьких температур ім. Б. І.  
Веркіна НАН України, провідний науковий співробітник  
відділу мікроконтактної спектроскопії

доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Сухарева Тетяна Віталіївна**,  
Національний науковий центр «Харківський  
фізико-технічний інститут» НАН України,  
Інститут фізики твердого тіла, матеріалознавства  
та технологій, старший науковий співробітник відділу  
чистих металів, металофізики та технології нових  
матеріалів

Захист відбудеться **«21» березня 2017 р.** о **15:00** годині на засіданні спеціалізованої  
вченої ради Д 64.175.03 при Фізико - технічному інституті низьких температур імені  
Б. І. Веркіна НАН України за адресою: 61103, м. Харків, пр. Науки, 47.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Фізико-технічного інституту  
низьких температур імені Б. І. Веркіна НАН України за адресою: 61103, м. Харків,  
пр. Науки, 47.

Автореферат розіслано **«16» лютого 2017 р.**

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 64.175.03  
кандидат фізико-математичних наук



Юзефович О. І.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Дослідження ефектів Джозефсона стали однією з центральних тем сучасної фізики надпровідності. Ці дослідження дають можливість визначити енергетичну щільність надпровідника, а також виробити адекватні теорії переносу заряду у нових надпровідниках. У високотемпературних надпровідниках ці дослідження набувають особливої актуальності, оскільки в них спостерігається внутрішній ефект Джозефсона, тобто, існує джозефсонівський зв'язок між атомними площинами, так що надпровідник може бути представлений як стопка контактів Джозефсона, які розділені міжатомною відстанню один від одного. Оскільки осциляції напруги на внутрішніх контактах Джозефсона взаємодіють з фононами та іншими елементарними збудженнями кристалів високотемпературних надпровідників, дослідження ефектів Джозефсона дають можливість виявити деякі фононні моди.

Завдяки великій величині енергетичної щільності характерна частота джозефсонівського випромінювання у високотемпературних надпровідниках сягає 1-4 ТГц, тому особливу актуальність мають прикладні дослідження ефекту Джозефсона, а саме, створення компактних локальних джерел випромінювання на основі високотемпературних надпровідників. Такі джерела можуть бути використані в молекулярній біології та медицині для вивчення спектрів молекул та у фізиці твердого тіла при вивченні спектрів збуджень та квазічастинок у кристалах. Джерела випромінювання можна створити за допомогою синхронізації внутрішніх джозефсонівських контактів. Було визначено теоретично та підтверджено експериментально положення, що найбільш ефективним механізмом синхронізації контактів є високочастотна електромагнітна взаємодія між ними. Ця взаємодія досягається за допомогою зворотного зв'язку між контактами, коли частота та амплітуда генерації кожного контакту змінюється під впливом генерації інших контактів. Випромінювання кожного контакту взаємодіє також з резонансними модами, поява яких зумовлена геометрією досліджуваного надпровідника. Завдяки цій взаємодії також досягається високочастотний зв'язок між контактами.

Виготовлення компактних локальних джерел джозефсонівського випромінювання з застосуванням низькотемпературних надпровідників має також велике значення. Завдяки розробленій технології приготування, є перспективною розробка великих масивів тунельних контактів у синхронізуючій системі для застосування у джерелах стандартної напруги. Джерела джозефсонівського випромінювання можуть використовуватись також у схемах кубітів.

Наявна теорія електромагнітної взаємодії між контактами не дає адекватного опису синхронізації випромінювання контактів з кінцевим значенням ємності. Крім того, ця теорія, за винятком окремих випадків, не була розвинута для систематичного опису синхронізації випромінювання контактів з резонансною системою зворотного зв'язку. Тому результати розрахунків в рамках цієї моделі не пристосовані для порівняння з експериментом та вибору оптимальних параметрів систем контактів Джозефсона, які взаємодіють з модами резонансної системи. Потрібна також експериментальна перевірка такої взаємодії для систем внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках.

У зв'язку з викладеними вище сучасними проблемами фізики, дослідження та розробка питань появи когерентного випромінювання в системах з джозефсонівськими контактами і, зокрема, в системах з внутрішніми контактами, є важливими та актуальними. Розробка цієї проблеми дозволить виробити і практично застосувати знайдені механізми синхронізації випромінювання контактів Джозефсона.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.**

Дисертаційну роботу виконано у рамках державних програм фундаментальних досліджень України. Основну частину роботи виконано в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна у рамках тематичного плану фізичного факультету по темах "Комплексне дослідження теплофізичних, електрофізичних та механічних властивостей нових конструкційних та функціональних матеріалів", номер державного реєстру 0194U012805, термін виконання 1994 - 1996 рр., "Термодинамічні властивості та процеси переносу тепла і заряду у твердих тілах", номер державного реєстру 0197U002498, термін виконання 1997-1999 рр., проект 02.07/00359 "Комплексні фізичні дослідження природи надпровідного стану в шаруватих системах з різним спектром квазічастинкових збуджень" за договором № Ф7/394-2001 від 18 вересня 2001 р., "Транспортні процеси у квазікристалах Ti-Zr-Ni з воднем", номер державного реєстру 0103U004217, термін виконання 2003 - 2005 рр., "Перенос заряду у квазікристалах Ti-Zr-Ni", номер державного реєстру 0106U003112, термін виконання 2006 - 2008 рр., "Процеси переносу у металах IV-A групи і їх гідридних фаз", номер державного реєстру 0109U001429, термін виконання 2009 - 2010 рр., "Вплив водню і екстремальних зовнішніх чинників на теплофізичні та електрофізичні властивості перспективних матеріалів сучасної енергетики", номер державного реєстру 0111U001460, термін виконання 2011 - 2012 рр., "Розробка та дослідження новітніх матеріалів на основі нанокомпозитного діоксиду цирконію і ВТНП - сполук поліфункціонального призначення", номер державної реєстрації №0113U001078, термін виконання 2013 - 2014 рр.

**Мета та задачі досліджень.** Метою дисертаційної роботи є встановлення закономірностей утворення когерентного динамічного стану в системах контактів Джозефсона та створення системи, в якій існують умови для когерентного випромінювання. Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі завдання:

- виробити систематичний підхід для опису синхронізації випромінювання ланцюга з двох контактів з кінцевим значенням ємності та для різних систем зворотного зв'язку між контактами, в тому числі і резонансних систем;
- чисельними методами дослідити дію систем зворотного зв'язку (таких, як резистивний шунт, резонатор, довга лінія, індуктивно взаємодіючі інтерферометри) на синхронізацію випромінювання багатоконтактних систем і виявити механізми синхронізації;
- розрахувати оптимальні параметри контактів та систем, а також інтервали струмів та напруг, при яких з'являється когерентне випромінювання внутрішніх контактів Джозефсона;

- з'ясувати механізми синхронізації випромінювання внутрішніх контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах, а також виявити вплив неоднорідності температури вздовж довгої пачки контактів на синхронізацію;
- розглянути дію змінного низькочастотного струму на систему контактів Джозефсона у магнітному полі;
- створити системи, у яких завдяки колу зворотного зв'язку внутрішні джозефсонівські контакти високотемпературних надпровідників мають однакові вольт - амперні характеристики, що створює умови для когерентного випромінювання;
- експериментально з'ясувати дію кола зворотного зв'язку на внутрішні контакти Джозефсона.

**Об'єкт досліджень** – когерентні властивості системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках.

**Предмет дослідження** - механізми утворення когерентного випромінювання у системах контактів Джозефсона.

**Методи дослідження.** Автор виконував теоретичну частину роботи на кафедрі фізики низьких температур фізичного факультету Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. Для знаходження рівнянь синхронізації осциляцій напруги на контактах, вольт - амперних характеристик та потужності випромінювання був застосований метод амплітуд, які повільно змінюються, та метод контурних струмів. Ті задачі, які неможливо було вирішити методом амплітуд, які повільно змінюються, вирішувалися чисельно. Для цього диференційні рівняння збереження струму в контактах вирішувалися сумісно з диференційними рівняннями збереження струму в контурах зворотного зв'язку. Для знаходження системи диференційних рівнянь у контурах зворотного зв'язку був застосований метод контурних струмів. Рішення таких систем диференційних рівнянь знаходилося за допомогою стандартного методу Рунге - Кутта. Для проведення чисельних розрахунків автором були написані відповідні програми на мовах Pascal - 6 та Microsoft Visual C#. Експериментальна частина роботи була виконана автором під час його наукового стажування в університеті Фрідріха Шиллера, м. Єна, ФРН. Плівки високотемпературного надпровідника  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$  були напилені епітаксіально за допомогою методу магнетронного розпилення. Містки високотемпературного надпровіднику та контакти для електричних вимірювань було отримано за допомогою фотолітографії та бомбардуванням іонами аргону. Вимірювання вольт-амперних характеристик систем з контактами Джозефсона при низьких температурах проводилось двохконтактним та чотирьохконтактним методами. Достовірність отриманих результатів і висновків, сформульованих в дисертації, забезпечена застосуванням добре апробованих методів вимірювань, урахуванням похибок вимірювань, а також підтвердженням окремих експериментальних спостережень іншими авторами і виконанням граничних переходів до раніше відомих результатів у теоретичній частині роботи.

**Наукова новизна отриманих результатів.** В дисертації отримані принципово нові, науково обґрунтовані результати, які стосуються когерентного випромінювання систем контактів Джозефсона. Наукова новизна отриманих результатів полягає у такому:

1. Теорію синхронізованого стану контактів Джозефсона в рамках методу амплітуд, які повільно змінюються, розширено для контактів з кінцевим значенням ємності та резонансного зворотного зв'язку. В рамках цієї теорії виявлено, що синфазна синхронізація випромінювання контактів Джозефсона у резонансних довгих лінях можлива при напругах, які відповідають самоіндукованим резонансним сходам вольт - амперної характеристики при розбігу критичних струмів до 16%.
2. Показано, що механізмом синхронізованого випромінювання систем контактів у резонансній довгій лінії на частотах резонансів є взаємодія випромінювання контактів зі спільним для всіх контактів високочастотним синхронізуючим струмом, який створюється в системі.
3. У результаті розрахунку для двомірної системи точкових контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії знайдено, що наявність самоіндукованих резонансних сходок на вольт - амперній характеристиці, сильне когерентне випромінювання контактів та поява перегрітих частин системи мають спільне походження, а саме – взаємодія випромінювання контактів Джозефсона з резонансними модами системи.
4. В системах контактів Джозефсона в довгих лінях при відсутності резонансів чисельними методами знайдено поріг потужності когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться у резистивному стані.
5. Встановлено, що на вольт - амперних характеристиках довгого контакту Джозефсона з нормальними (не надпровідними) краями утворюються сходи нульового поля. В системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, кожна сходи нульового поля розщеплюється на дві сходи, положення яких на вольт - амперній характеристиці залежить від коефіцієнта взаємодії між контактами.
6. Теоретично показано, що контакти в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів можуть когерентно випромінювати завдяки індуктивній взаємодії інтерферометрів.
7. Показана можливість синхронізації випромінювання контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах.
8. Експериментально знайдено самоіндуковані резонансні сходи на вольт - амперних характеристиках шунтованої системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ . Доведено, що поява самоіндукованих сходок зумовлена геометричними резонансами системи контактів.
9. Встановлено, що фрактальну розмірність одомірної фрактальної системи контактів Джозефсона можливо визначити з аналізу залежностей максимального критичного струму або випрямленої напруги як функції магнітного поля.

**Практичне значення отриманих результатів.** Основні результати дисертації можуть бути використані для проектування і створення компактних локальних джерел випромінювання терагерцового діапазону на основі високотемпературних надпровідників, а також великих масивів контактів низькотемпературних

надпровідників, синхронізованих у субтерагерцовому діапазоні для створення стандартних джерел напруги. Такі джерела можуть бути використані в молекулярній біології для вивчення спектрів молекул та у фізиці твердого тіла при вивченні спектрів збуджень та квазічастинок у кристалах високотемпературних надпровідників.

**Особистий внесок здобувача.** Внесок автора був вирішальним на всіх етапах роботи, а саме: у формулюванні мети роботи та постановці завдань, в проведенні розрахунків та експериментальних досліджень, в обробці та інтерпретації результатів, а на заключному етапі робіт - в написанні наукових статей, звітів, підготовці та виступах із доповідями на міжнародних конференціях. Результати робіт, які виносяться на захист, отримані особисто автором.

Конкретний внесок автора в основні роботи полягає в наступному. Роботи [1, 2, 12, 13, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 33, 35] опубліковані без співавторів. В роботі [3] дисертант провів розрахунки чисельного рішення динамічних рівнянь двох чотирьохконтактних інтерферометрів і отримав інтервали синхронізації. В роботі [4] дисертант є автором розширення методу амплітуд, які повільно змінюються, завдяки віднесенню ємностей контактів до зовнішньої системи. Дисертант також провів розрахунки цим методом, визначив обмеження методу та новий спосіб графічного представлення результатів. У роботі [5] дисертант проводив розрахунки інтервалів синхронізації та оптимальних параметрів у системі внутрішніх контактів Джозефсона з резистивним шунтом. У роботах [6-8] дисертант проводив розрахунки вольт - амперних характеристик, інтервалів синхронізації, потужностей випромінювання та оптимальних параметрів синхронізації за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються та рішення систем динаміки фази параметра порядку на контактах Джозефсона. У роботі [9] дисертанту належить розробка теорії синхронізації для сильних високочастотних струмів у колі зворотного зв'язку і порівняння результатів різних моделей. У роботах [10, 18] автор брав безпосередню участь в експерименті по вимірюванню вольт - амперних характеристик систем внутрішніх контактів Джозефсона високотемпературного надпровідника з резистивним шунтом, розробив моделі системи, чисельними методами отримав залежності напруги від струму зміщення і порівняв розрахунки з результатами експерименту. В роботах [11, 14, 18, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 34] дисертант розробив моделі процесів синхронізації випромінювання контактів Джозефсона, вирішив чисельно диференційні динамічні рівняння цих моделей та розрахував вольт - амперні характеристики контактів та потужності випромінювання. Таким чином, особистий внесок дисертанта в кожну з робіт є визначальним.

**Апробація результатів дисертації.** Результати дисертаційної роботи доповідалися на таких конференціях:

- Tagung "Kryoelektronische Bauelemente 2004", 12-14 September 2004, TU Braunschweig, Germany;
- DPG Spring Meeting.- 4-9 March 2005, Berlin, Germany;
- The 9th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS-09", 13-17 September 2009, Dresden, Germany;
- Міжнародна конференція "NANO 2010", 5-10 Липня 2010, Дубна, Росія;

- Quantum Metrology Conference, 2011, Wroclaw, Poland;
- 10th European Conference on Applied Superconductivity EUCAS–ISEC–ICMC “SCC 2011”, 19–23 September 2011, Den Haag, Netherlands;
- 14th International Superconductive Electronics Conference "ISEC 2013", 7-11 July 2013, Cambridge, MA, USA;
- 11th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS 2013", September 15-19 2013, Genoa, Italy;
- XI Міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах”, 3-6 грудня 2013, Харків, Україна;
- The 9th International symposium on intrinsic Josephson effects and THz plasma oscillations in High-Tc Superconductors "THz-PLASMA 2014", 30 November - 3 December 3, 2014, Kyoto, Japan;
- 15th International Superconductive Electronics Conference "ISEC 2015", 6-9 July 2015, Nagoya, Japan;
- XI Міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах”, 1-4 грудня 2015, Харків, Україна;
- 12th European Conference on Applied Superconductivity "EUCAS 2015", 6-10 September 2015, Lyon, France;

**Публікації.** Результати дисертації викладені у 35 роботах: 22 статтях у фахових наукових виданнях, з них 10 без співавторів, та 13 тезах у збірниках доповідей міжнародних конференцій.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається із вступу, огляду літератури, семи розділів оригінальних досліджень, висновків і списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації складає 303 сторінки, з них 265 сторінок основного тексту. Дисертація містить 114 рисунків і 2 таблиці, які не займають окремих сторінок, та список використаних джерел з 270 найменувань на 32 сторінках.

### **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ**

У **вступі** дисертації обґрунтовано актуальність теми, її відповідність цілям і завданням науково-дослідних робіт університету з актуальних напрямів пріоритетних тематик фундаментальних досліджень, визначено мету й задачі досліджень та методи їх досягнення, сформульовано основні положення і результати роботи, їх наукова новизна і практичне значення, наведено дані про особистий внесок дисертанта, апробацію результатів дисертації, публікації та описано структуру дисертації.

У **першому розділі** наводиться огляд літератури по синхронізації осциляцій напруги у системах з контактами Джозефсона. Після опису ефектів Джозефсона (підрозділ 1.1) і визначення резистивної моделі контакту Джозефсона (підрозділ 1.2), в термінах методу амплітуд, які повільно змінюються [К. К. Likharev, Dynamics of Josephson junctions and circuits, Philadelphia: Gordon and Breach, 750p (1991)] у підрозділі 1.3 дано опис теорії синхронізації випромінювання двох контактів. Оскільки в дисертації розглянуто проблему синхронізації внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках, у підрозділі 1.4 наводяться загальні відомості про електричні властивості внутрішніх контактів Джозефсона.



Динаміка вихорів у пачках контактів Джозефсона розглянута в підрозділі 1.5. Стислий огляд літератури по експериментальним та теоретичним дослідженням когерентного випромінювання низькотемпературних надпровідників, у контурах з багатьма контактами та у системах внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках наведені у підрозділі 1.6. У підрозділі 1.7 розглянуто ефект випрямлення напруги в перколяційних системах. Короткий підсумок результатів теорії та експериментів по синхронізації випромінювання систем контактів Джозефсона, а також постановка задач, які вирішуються у дисертації, наведені у підрозділі 1.8. Серед поставлених задач, які повинні бути вирішеними в дисертації, виділені такі:

1. Необхідно розширити можливості методу амплітуд, які повільно змінюються, для дослідження синхронізації випромінювання контактів з кінцевим значенням ємності контактів. Крім того, необхідно дослідити синхронізацію при залежності сили синхронізуючого струму від частоти. На основі цього розширеного методу необхідно систематично проаналізувати синхронізацію випромінювання в різних типах кіл зворотного зв'язку.
2. Треба розглянути синхронізацію випромінювання у стопках контактів Джозефсона, з'єднаних з резонансними системами. На основі отриманих даних про механізми синхронізації треба провести експеримент, у якому організувати коло зворотного зв'язку для внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику і дослідити його дію.
3. Треба вивчити докладно вплив неоднорідного розподілу температур в системах контактів на синхронізацію їх випромінювання.
4. Необхідно вивчити електричні властивості фрактальних структур контактів та ефект випрямлення напруги у таких структурах. Треба в'яснити, чи можна отримати інформацію щодо структури такої системи контактів з залежностей критичного струму (або випрямленої напруги) системи від магнітного поля.

У **другому розділі** описуються методи проведення теоретичних досліджень та моделювання систем з контактами Джозефсона для знаходження механізмів когерентного випромінювання, а також методика проведення експерименту (підрозділ 2.1). У підрозділі 2.2 описано процес виготовлення зразків високотемпературних надпровідників  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8-x}$  для вимірювання їх вольт - амперних характеристик. У підрозділі 2.3 наводиться підсумок результатів другого розділу. Для досягнення мети дисертаційної роботи були вибрані такі методи проведення досліджень:

- Для проведення теоретичних досліджень синхронізації випромінювання контактів Джозефсона був вибраний метод амплітуд, які повільно змінюються, оскільки цей метод дозволяє звести задачу до простих диференціальних рівнянь, рішення яких відоме.
- Для проведення моделювання складних систем з контактами Джозефсона був вибраний стандартний чисельний метод Рунге - Кутта рішення диференціальних рівнянь, оскільки він стабільний у межах параметрів задач і дозволяє отримати всі необхідні залежності.

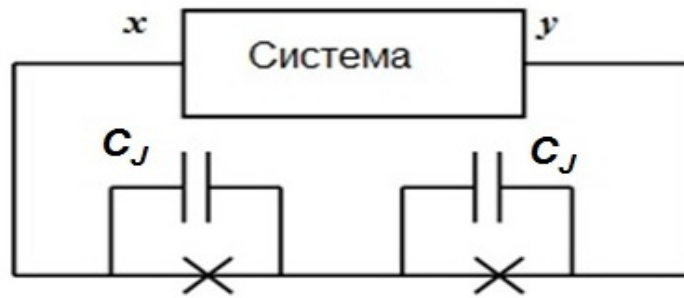


Рис. 1. Схема ланцюга з двох контактів Джозефсона разом з системою зворотного зв'язку, яка приєднується до ланцюгу в точках  $x$ ,  $y$ . Через кожен контакт тече струм зміщення  $I_b$  (не показано на рисунку). Ємності контактів  $C_J$  віднесені до системи зворотного зв'язку. Хрестиками показані контакти Джозефсона, які мають тільки джерело струму Джозефсона та електричний опір.

- Результатом розрахунків теоретично вирішених задач та чисельного моделювання є вольт - амперні характеристики систем контактів Джозефсона та потужність когерентного випромінювання як функція параметрів задач. Результатом аналізу цих залежностей є виявлення фізичних механізмів когерентного випромінювання при різних системах зворотного зв'язку та знаходження оптимальних параметрів системи.
- Для проведення експерименту по створенню систем контактів Джозефсона зі зворотнім зв'язком, який сприяє появі синхронізованого випромінювання, була вибрана методика приготування зразків, яка дає можливість приготувати такі зразки, які зручно використовувати для формування зворотного зв'язку між контактами, а саме розпилення плівок  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8-x}$ , на підкладках зі зміщенням  $20^\circ$ . Для проведення вимірювання електричних властивостей зразків був вибраний стандартний метод вимірювання вольт - амперних характеристик. В основі аналізу можливостей отримання синхронізованого випромінювання лежить теоретично доведене і перевірене експериментально положення, згідно якому напруга на всіх контактах у системі однакова в тому інтервалі вольт - амперної характеристики, де контакти випромінюють когерентно.

У **третьому розділі** розроблена модифікація методу амплітуд, які повільно змінюються і представлений систематичний підхід до синхронізації осциляцій напруги на контактах Джозефсона у резонансних системах, які складаються з ланцюга з двох контактів та зворотного зв'язку між контактами (рис. 1). Основні результати розділу опубліковано в роботах [4, 6, 7, 8, 9].

Контакти в системі мають електричну ємність, яку необхідно приймати до уваги при розгляді синхронізації осциляцій напруги. Однак, згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, контакт розглядається тільки як система паралельно з'єднаних джерела струму Джозефсона та електричного опору. Тому ємності контактів можна формально приєднати до зовнішньої системи (рис. 1), і продовжувати подальший розгляд системи у рамках методу амплітуд, які повільно змінюються. Розглянуто три зовнішні системи, за допомогою яких реалізується зворотній зв'язок. Це резистивна петля між кінцями ланцюга (рис. 2(а)), а також ідеальний (без резистивних втрат) надпровідний резонатор (рис. 2(б)) та ідеальна довга лінія (рис.

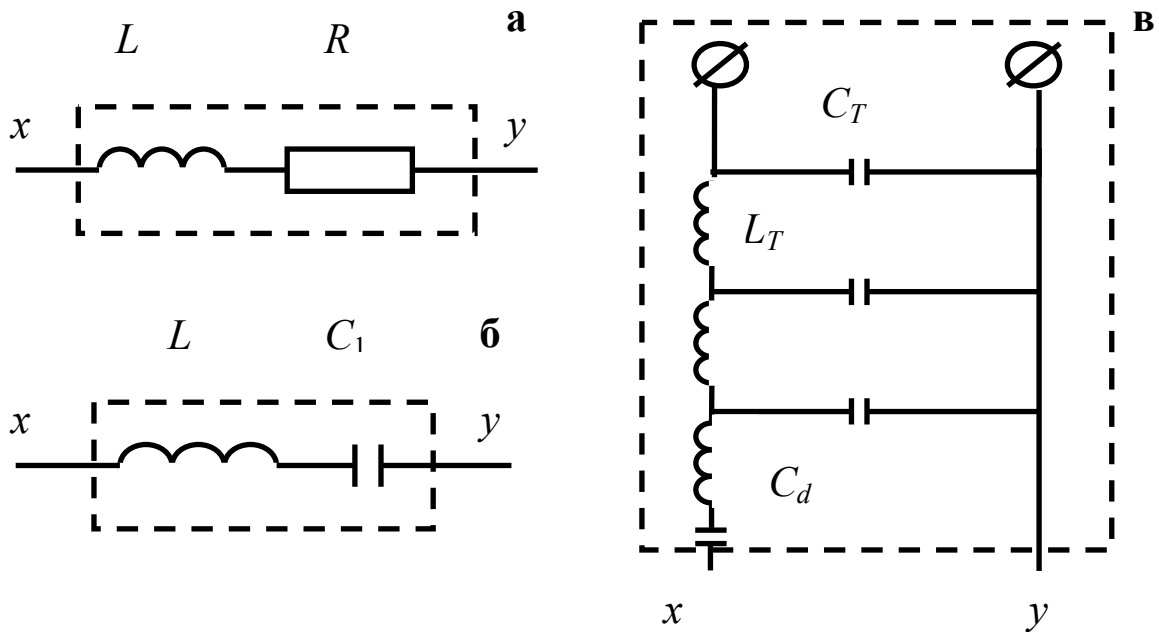


Рис. 2. Системи зворотного зв'язку: (а) - шунт з електричним опором та індуктивністю; (б) - ідеальний надпровідний резонатор; (в) - ідеальна довга лінія. Літери  $x$ ,  $y$  позначають точки, в яких система з'єднується з ланцюгом (див. рис. 1).

2(в)). При розрахунках оптимальних параметрів вплив резистивних втрат на синхронізацію коливань напруги в цих системах проводився чисельними методами.

Системи, які показані на рис. 2(б) та рис. 2(в), є резонансними системами. Тому при розгляді синхронізації контактів методом амплітуд, які повільно змінюються, необхідно врахувати залежність інтервалу синхронізації (тобто, інтервалу напруг на контактах, при яких існує синхронізований стан) від частоти. Цей інтервал в дисертації знаходиться графічно. Позначимо критичні струми двох контактів  $I_{c1,2} = (1 \pm \delta)I_a$ , де 1, 2 - номери контактів,  $\delta$  - розбіг критичних струмів,  $I_a$  - середній критичний струм контактів. У третьому розділі використовуються нормалізовані позначення, тобто, струми через контакти нормалізовані на критичний струм  $I_a$ ,  $\langle v_k \rangle$  (де  $k=1,2$ ) є повністю усереднена по часу напруга на контакті, нормалізована на критичну напругу  $V_c$ , яка вважається однаковою для всіх контактів, а частота нормалізована на критичну частоту. Зауважимо, що при цій нормалізації чисельне значення нормалізованої напруги дорівнює чисельному значенню нормалізованої частоти, тому інтервал синхронізації напруг  $\Delta$  дорівнює інтервалу синхронізації частот випромінювання контактів. У дисертації показано, що рівняння методу амплітуд, які повільно змінюються, можна написати так, що інтервал синхронізації  $\Delta$  визначається інтервалом, який знаходиться між точками перетину залежностей  $F(\langle v \rangle)$  та  $\mu(\langle v \rangle)$ :

$$F(\langle v \rangle) = \mu(\langle v \rangle), \quad (1)$$

де

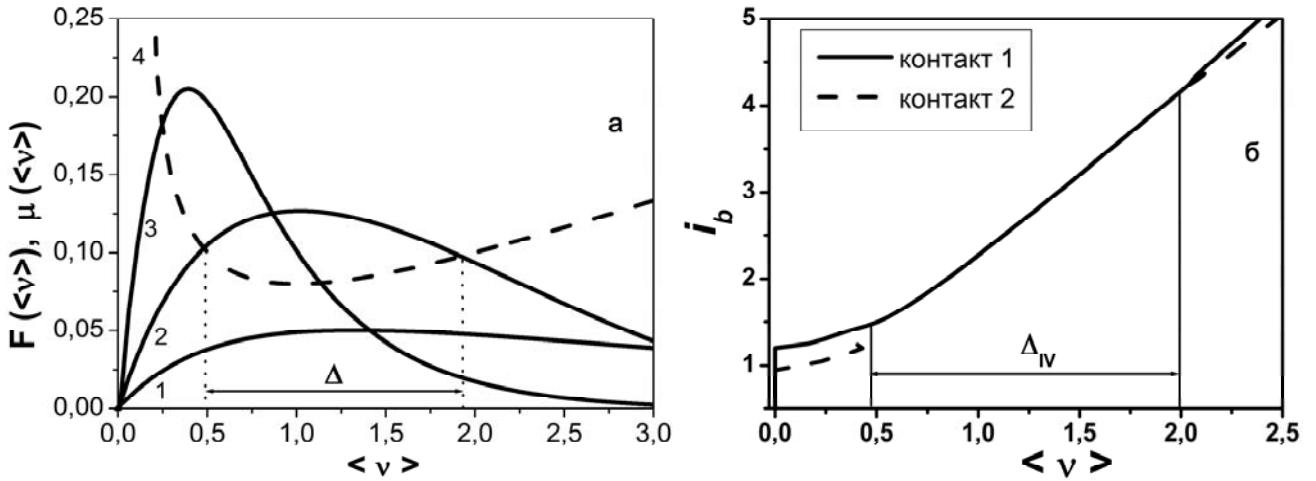


Рис. 3. (а) - залежності  $F(\langle v \rangle)$  при  $\beta_{CJ} = 0$ ,  $\beta_L = 1$  (крива 1),  $\beta_{CJ} = 0,3$ ,  $\beta_L = 1$  (крива 2),  $\beta_{CJ} = 0,3$ ,  $\beta_L = 7$  (крива 3) та  $\mu(\langle v \rangle)$  при  $\delta = 0,02$  (крива 4). Інтервал синхронізації  $\Delta$  для кривої 2 позначений стрілками. (б) - вольт - амперні характеристики двох контактів, знайдені за допомогою прямого рішення рівнянь динаміки різниць фаз на контактах. Інтервал синхронізації  $\Delta_{IV}$  позначений стрілками.

$$F(\langle v \rangle) = \left| \frac{2}{\langle v \rangle + \sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}} \text{Im}(y_{12}) \right|, \quad \mu(\langle v \rangle) = \left| \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 + \delta)^2} - 1} - \sqrt{\frac{\langle v \rangle^2 + 1}{(1 - \delta)^2} - 1} \right|, \quad (2)$$

$\langle v \rangle = \sqrt{i_b^2 - 1}$ ,  $i_b = I_b / I_{ca}$  - нормалізований струм зміщення. Коефіцієнт зв'язку  $y_{12}$  в системі визначається з рівняння для змінного струму  $\tilde{i}_k$  через контакт з номером  $k$ :

$$\tilde{i}_k = \sum_{k'=1}^2 y_{kk'} v_{k'}. \quad (3)$$

де  $v_{k'}$  - нормалізована напруга на контакті з індексом  $k'$  в даний момент часу. Коефіцієнти зв'язку  $y_{12}$  для електричної високочастотної схеми, показаної на рис. 1, розраховуються методом контурних струмів:

$$y_{12} = \frac{z_1^2}{(z + z_1)^2 (2z_1 + z_L) - 2(z + z_1)z_1^2}, \quad (4)$$

де  $z$  - усереднений нормалізований імпеданс контакту,  $z_1$  - нормалізований імпеданс конденсатора з ємністю  $C_J$ ,  $z_L$  - нормалізований імпеданс однієї з систем, які зображені на рис. 2(а)-(в). Нагадаємо, що в рівнянні (4) враховані імпеданси ємностей контактів. Розгляд синхронізації за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, пов'язаний з виконанням ряду обмежень, головним з яких є те, що високочастотні частини у членах першого порядку розкладу різниць фаз параметра порядку на контактах по амплітуді високочастотного струму повинні бути значно менше одиниці. Це обмеження приводить до обмеження нормалізованої ємності контактів (параметра Мак-Камбера)  $\beta_{CJ} \equiv 2\pi I_{ca} R_a^2 C_J / \Phi_0 \leq 0,6$ , де  $R_a = V_c / I_a$ .

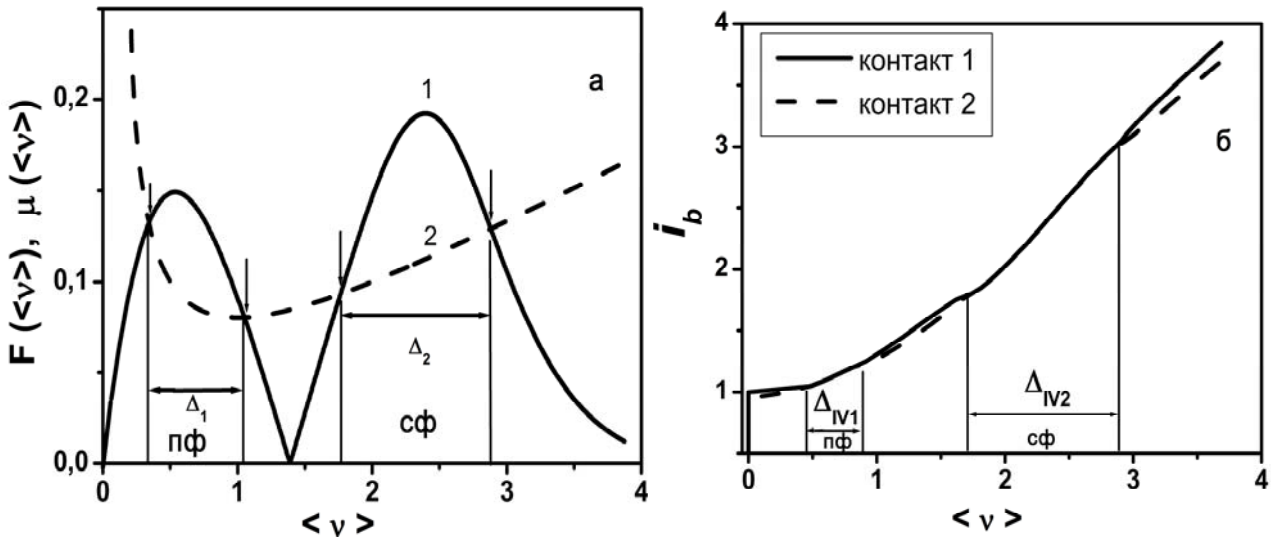


Рис. 4. (а) - залежності  $F(\langle v \rangle)$  при  $\beta_{CJ} = 0,3$ ,  $\beta_L = 1$  (крива 1),  $\mu(\langle v \rangle)$  при  $\delta = 0,02$  (крива 2). (б) - вольт-амперні характеристики контактів при  $\beta_{CJ} = 0,3$ ,  $\beta_L = 1$ ,  $\delta = 0,02$ , розраховані з рішень рівнянь динаміки різниць фаз на контактах.

Наведений вище метод розрахунків застосовано до задачі знаходження синхронізованого стану у системі, яка складається з ланцюга з двох контактів, приєднаного до шунта з електричним опором, який дорівнював  $2R_a$  та індуктивністю  $L$  (рис. 2а). Уявна частина коефіцієнта  $y_{12}$ , розрахована згідно виразу (4), дорівнює:

$$\text{Im}(y_{12}) = \frac{\langle v \rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - 6\langle v \rangle \beta_{CJ} - \langle v \rangle \beta_L}{\left(2\langle v \rangle^2 \beta_{CJ}^2 + 2\langle v \rangle^2 \beta_{CJ} \beta_L - 4\right)^2 + \left(\langle v \rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - 6\langle v \rangle \beta_{CJ} - \langle v \rangle \beta_L\right)^2}. \quad (5)$$

Залежності  $F(\langle v \rangle)$  та  $\mu(\langle v \rangle)$  при значеннях параметрів, типових для експерименту, показані на рис. 3(а). Перехрестя цих залежностей вказують на границі інтервалу синхронізації  $\Delta$  (див. рис. 3(а)). Інтервали синхронізації порівняно з інтервалами, які отримані при розрахунках вольт - амперних характеристик (рис. 3 (б)) при безпосередньому рішенні рівнянь динаміки різниць фаз параметра порядку на контактах (разом з відповідними рівняннями Кірхгофа, які описують систему зворотного зв'язку). Знайдено, що інтервали, розраховані цими методами, відрізняються один від одного тільки на три відсотка.

У третьому підрозділі вивчається синхронізація контактів у ідеальному надпровідному резонаторі. Уявна частина коефіцієнта  $y_{12}$  дорівнює:

$$\text{Im}(y_{12}) = \frac{\langle v \rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - \langle v \rangle [\beta_{CJ} (2 + \alpha) + \beta_L] + (\alpha / \langle v \rangle \beta_{CJ})}{4 \left[ \langle v \rangle^2 \beta_{CJ} \beta_L - (1 + \alpha) \right]^2 + \left[ \langle v \rangle^3 \beta_{CJ}^2 \beta_L - \langle v \rangle [\beta_{CJ} (2 + \alpha) + \beta_L] + (\alpha / \langle v \rangle \beta_{CJ}) \right]^2}, \quad (6)$$

де  $\alpha = \beta_{CJ} / \beta_{C1}$ ,  $\beta_{C1}$  - нормалізована ємність конденсатора  $C_1$  (див. рис. 2б).

Залежності  $F(\langle v \rangle)$  та  $\mu(\langle v \rangle)$  показані на рис. 4(а). З цього рисунку видно, що існує два інтервали синхронізації, а саме інтервал протифазної синхронізації  $\Delta_1$  та інтервал синфазної синхронізації  $\Delta_2$ . Інтервали синхронізації  $\Delta_{IV1}$  та  $\Delta_{IV2}$  (рис. 4),

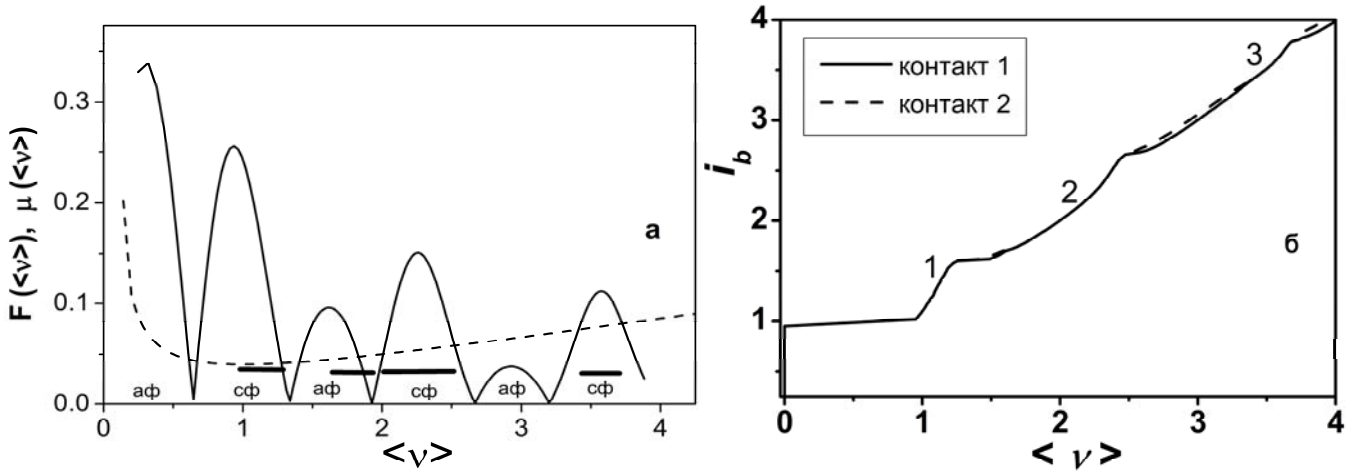


Рис. 5. (а)- залежності  $F(\langle v \rangle)$  при  $\beta_{CJ} = 0,1$ ,  $\beta_L = 1$ , (крива 1),  $\mu(\langle v \rangle)$  при  $\delta = 0,01$  (крива 2). Інтервали синфазної та протифазної синхронізації помічені літерами "сф" та "аф", відповідно. Жирні лінії позначають інтервали синхронізації, отримані з розрахунку рівнянь динаміки. (б)- вольт-амперні характеристики контактів при тих же значеннях параметрів, розраховані з рівнянь динаміки різниць фаз на контактах. Цифрами 1-3 помічені зони синхронізації.

отримані з рішень рівнянь динаміки різниць фаз на контактах, добре узгоджуються з інтервалами  $\Delta_1$  та  $\Delta_2$ .

Розглянемо тепер синхронізацію у ланцюгу контактів, приєднаного до одного з кінців довгої лінії. Другий кінець довгої лінії розімкнено (рис. 2в). Уявна частина коефіцієнта  $y_{12}$ , розрахована згідно виразу (4), дорівнює:

$$\text{Im}(y_{12}) = - \frac{2\langle v \rangle \beta_{CJ} + \langle v \rangle^2 \beta_{CJ} z_w \text{ctg}(\alpha) - z_w \text{ctg}(\alpha)}{\left(1 + \langle v \rangle^2 \beta_{CJ}^2\right) \left(\langle v \rangle^2 \beta_{CJ}^2 z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha) + 4z_w \text{ctg}(\alpha) \langle v \rangle \beta_{CJ} + 4 + z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha)\right)}, \quad (7)$$

де  $\alpha = 2\pi \langle v \rangle \chi$ ,  $z_w = \sqrt{L_{TL} / C_{TL}} / V_c$  - нормалізований хвильовий імпеданс довгої лінії,  $\chi = \Lambda / \Lambda_0$  - довжина системи  $\Lambda$  в одиницях довжини хвилі змінного струму в довгій лінії  $\Lambda_0 = \frac{\Phi_0}{V_c \sqrt{C_{TL} L_{TL}}}$  при величині характерної напруги джозефсонівської генерації

$\langle v \rangle = 1$ . Залежності  $F(\langle v \rangle)$  та  $\mu(\langle v \rangle)$  показані на рис. 5(а). З рисунку видно, що антифазні та синфазні інтервали синхронізації чергуються. Інтервали синфазної та антифазної синхронізації, отримані з рішень рівнянь динаміки різниць фаз на контактах, узгоджуються з інтервалами, отриманими за допомогою метода амплітуд, які повільно змінюються (рис. 5 (б)).

З порівняння рис. 3(а), 4(а) та 5(а) видно, що величини  $F(\langle v \rangle)$  в максимумах, які відповідають синфазній синхронізації при напругах  $\langle v \rangle \geq 1$ , невеликі для системи з резистивним та індуктивним шунтом, і значно більші для систем з резонансним зворотним зв'язком. Оскільки інтервал синхронізації визначається інтервалом напруг, при яких  $F(\langle v \rangle) < \mu(\langle v \rangle)$ , це означає, що в системах з резонансним зворотним зв'язком синхронізація відбувається при значно більшому розбігу критичних струмів, ніж в системі з резистивним та індуктивним шунтом. Були знайдені

параметри безрозмірних індуктивностей та безрозмірних ємностей, які забезпечують синхронізацію випромінювання контактів при найбільшому для даної системи розбігу критичних струмів. Знайдено, що резистивний та індуктивний шунт забезпечує синхронізацію при максимальних значеннях розбігу  $\delta_{\max} \approx 0,07$ , а ідеальний надпровідний резонатор та ідеальна надпровідна довга лінія при  $\delta_{\max} \approx 0,15$ . Цей розбіг є досить великим (нагадаємо, що при величині  $\delta_{\max} \approx 0,15$  критичні струми двох контактів відрізняються один від одного приблизно на  $0,3 \cdot I_{ca}$ ). Таким чином, резонансні системи забезпечують синхронізацію при великих розбігах критичного струму. Проведені також розрахунки для урахування резистивних втрат.

Синхронізація випромінювання контактів відбувається в резонансних системах при досить великому розбігу критичних струмів тому, що резонансна система зворотного зв'язку забезпечує сильний високочастотний синхронізуючий струм. Амплітуда цього струму сягає до 30-40 відсотків від критичного струму. Тому слід очікувати, що розрахунки інтервалу синхронізації можуть бути більш адекватними, якщо використати метод так званої високочастотної апроксимації, у якому синхронізуючий струм не вважається значно меншим за критичний. У рамках такого методу було отримано рівняння синхронізації осциляцій напруги на двох контактах. Згідно розробленого підходу до синхронізації, для визначення інтервалу синхронізації замість функцій  $F(\langle v \rangle)$  та  $\mu(\langle v \rangle)$  в рівнянні (1) слід підставити функції

$$F_1(\langle v \rangle) = \left| 4 \frac{J_1^2(F(\langle v \rangle))}{F(\langle v \rangle)} \right|, \quad \mu_1 = \left| \frac{\sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}}{1 - \delta} - \frac{\sqrt{\langle v \rangle^2 + 1}}{1 + \delta} \right|, \quad (8)$$

де  $J_1$  - ціла функція Бесселя першого порядку. Тоді інтервал синхронізації визначається точками перетину кривих  $F_1(\langle v \rangle)$  та  $\mu_1(\langle v \rangle)$ . Використання розробленого підходу проілюстровано на прикладі описаної на рис. 2(в) системи, яка складається з ланцюга з контактами, підключеного до довгої лінії з розімкнутим другим кінцем. Метод високочастотної апроксимації задовільно описує також залежність  $\delta_{\max} = f(\beta_{CJ})$ , отриману в результаті рішень рівнянь динаміки різниць фаз на контактах, тоді як метод амплітуд, які повільно змінюються, не може бути використаний при  $\beta_{CJ} \geq 0,7$ .

У **четвертому розділі** вивчається синхронізація осциляцій напруги на контактах в багатоконтактних системах. Основні результати розділу опубліковано в роботах [3, 6, 8, 11, 17, 21, 22].

Головним методом вивчення в цьому розділі є чисельне моделювання, оскільки метод амплітуд, які повільно змінюються та метод високочастотної апроксимації стають незручними при збільшенні числа контактів. Для початку була побудована модель ланцюга з 350 контактами в ідеальному надпровідному резонаторі. Згідно моделі, такий резонатор утворює сама пачка контактів. Резонатор мав резонансну частоту, яка знаходилась у межах частот випромінювання контактів системи. Динаміка системи повинна була відтворювати динаміку пачки внутрішніх контактів Джозефсона у цьому резонансному середовищі. Критичні струми контактів мали гаусів розбіг 5% від середнього значення. Параметри контактів були вибрані

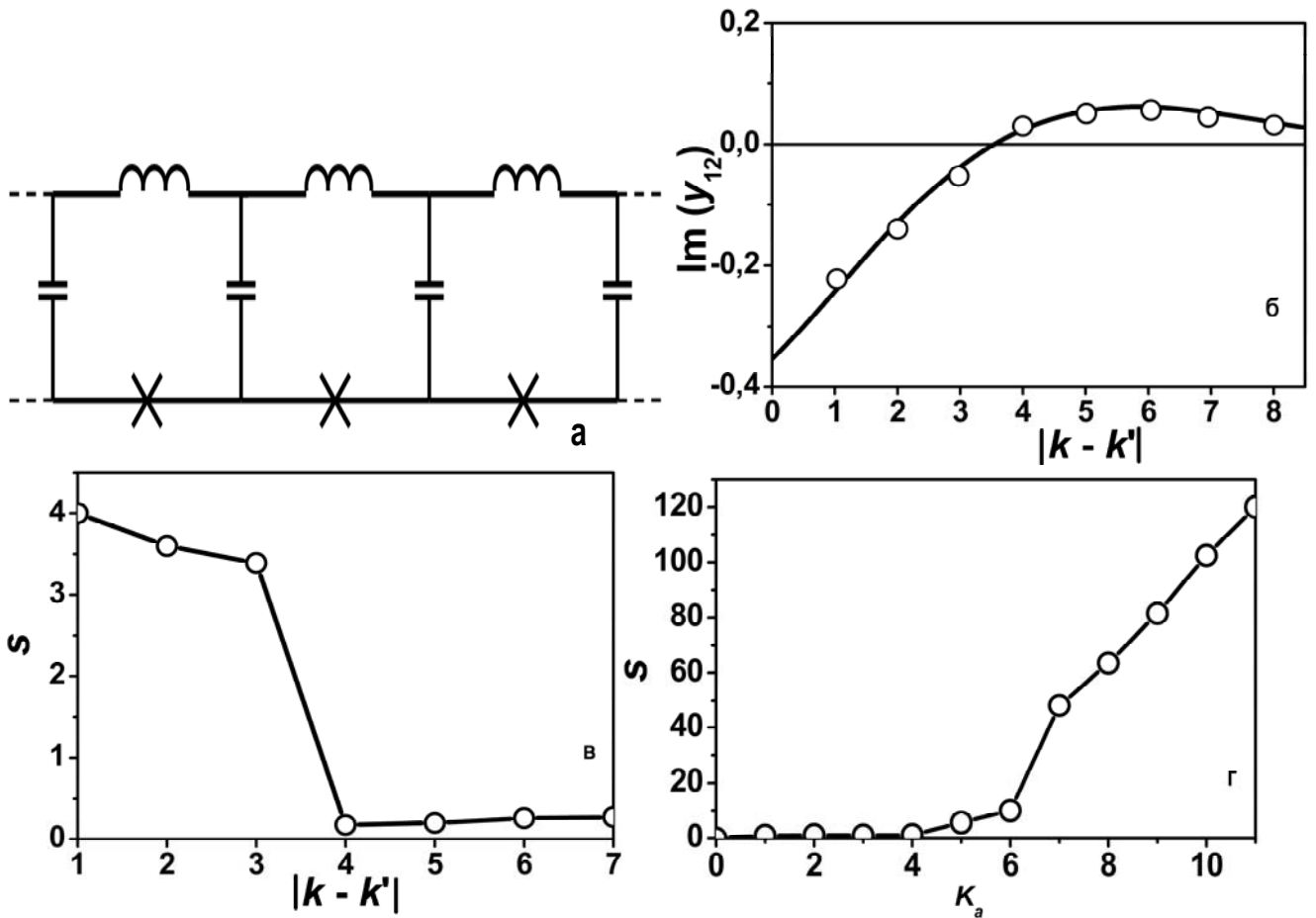


Рис. 6. (а) - високочастотна схема системи контактів у нескінченній довгій лінії (контакти позначені хрестиками). (б) - залежність  $|\text{Im}(y_{kk'})|$  від "відстані" між контактами  $|k - k'|$  для двох контактів у довгій лінії, розрахована згідно теорії (лінія) та чисельному рішенні рівнянь динаміки різниць фаз параметра порядку на контактах (крапки). (в) - залежність відносної потужності випромінювання  $s$  від величини  $|k - k'|$ . (г) - залежність  $s$  від числа активних контактів  $K_a$  у кластері з 11 контактами. Параметри системи:  $\langle v \rangle = 0,8$ ,  $\delta = 0,001$ ,  $i_b = 1,1$ ; для пасивних контактів критичний струм дорівнює 1,3, для активних контактів -  $1 - \delta$  та  $1 + \delta$ .

близькими до параметрів внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках (критичні струми  $I_c \approx 10$  мА, критичні напруги  $V_c \approx 2$  мВ, безрозмірні електричні ємності  $\beta_{CJ} \approx 20$ ). На вольт - амперній характеристиці системи була знайдена самоіндукована резонансна сходинка, на якій осциляції напруги всіх контактів були синхронізовані. Цей результат показав, що в грубому наближенні ефект утворення когерентного випромінювання внутрішніх контактів може бути пояснений за допомогою дії геометричного резонатора, яким є сама пачка контактів.

Розглянемо тепер довгу лінію, у якій відсутні (або малі) резонанси електромагнітних хвиль, зумовлені їх віддзеркалення від країв (рис. 6(а)). Такою лінією може бути довгий ланцюг з  $K$  контактами, над яким є надпровідна площина. Контакти розподілені вздовж довгої лінії рівномірно, так що модуль різниці між



номерами контактів з індексами  $k$  та  $k'$  (тобто,  $|k - k'|$ ) можна розглядати як "відстань" між цими контактами. Контакти мають різні критичні струми. При струмах зміщення, близьких до критичного, частина контактів переходить у резистивний (активний) стан, а частина залишається у надпровідному (пасивному) стані. Нами показано, що у такій системі існує поріг когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться в активному стані. Розглянемо найпростіший випадок, у якому тільки два контакти у довгій лінії знаходяться в активному стані, тоді як всі інші контакти знаходяться в пасивному стані. У прикладі, показаному на рис. 6(б) лінією, при "відстані" між контактами  $|k - k'| \leq 3$  величина  $\text{Im}(y_{kk'}(\langle v \rangle))$  негативна, а при  $|k - k'| > 3$  - позитивна. Згідно методу амплітуд, які повільно змінюються, це означає, що існує критична відстань між активними контактами  $r_c$  (у даному разі  $r_c = 3$ ), на якій можлива синфазна синхронізація. Критична концентрація активних контактів виникає тоді, коли відстань між активними контактами дорівнює  $r_c$ . Кількість активних контактів  $K_a$  при цьому дорівнює  $K_a = K / r_c$ , так що їх концентрація  $x_c \in K_a / K = 1 / r_c$  ( $x_c = 1/3$  у даному випадку). Зроблені висновки були підтверджені моделюванням двох активних контактів, які знаходяться на різній "відстані" у довгій лінії (рис. 6(б), кружки). На рис. 6(в) показана відносна потужність випромінювання від  $|k - k'|$ . При  $|k - k'| \leq 3$  величина  $s$  змінюється від 4 до 3,5, а при  $|k - k'| > 3$  величина  $s$  близька до нуля. Різка зміна  $s$  при  $|k - k'| > 3$  свідчить про існування величини  $|k - k'|$ , при якій зникає синфазна синхронізація (тобто, існування порогу синфазної синхронізації). Такий поріг може існувати і в системі з багатьма активними контактами. При малій концентрації активних контактів синфазна синхронізація відсутня. При збільшенні концентрації активних контактів середня відстань між ними може зменшитися до критичної величини  $x_c$ , при якій уже може відбутися повна синфазна синхронізація контактів. Для перевірки цього припущення, було розраховано залежність відносної потужності випромінювання від кількості активних контактів. Розрахована відносна потужність випромінювання при різній кількості активних контактів показана на рис. 6(г). Видно, що ця залежність має характер порогу. Пояснити отримані результати можна у рамках розвинутого тут поняття критичного радіусу взаємодії. Критична відстань взаємодії для вибраних параметрів системи на рис. 6(г) дорівнює  $r_c = 2$ , так що для кластера з 11 контактами критична кількість  $K_a \approx 6$ .

Розглянемо тепер довгу лінію, у якій існують стоячі хвилі, які утворюються при відбитті електромагнітних хвиль від країв. Якщо контакт Джозефсона помістити у таку довгу лінію, то на його вольт - амперній характеристиці виникають сходинки при напругах, які відповідають частотам геометричних резонансів. Ці сходинки утворюються в результаті взаємодії випромінювання контактів з стоячою хвилею. У результаті модельного розрахунку знайдено, що високочастотний струм через контакт посилюється на резонансних частотах. На цих самих частотах виникають максимуми випромінювання. Якщо розмістити другий контакт поблизу першого, то посилення високочастотного струму через контакти на резонансних частотах приводить до "захоплення частот" контактів цим струмом і до синхронізації частот випромінювання контактів (рис. 7(а, б)).

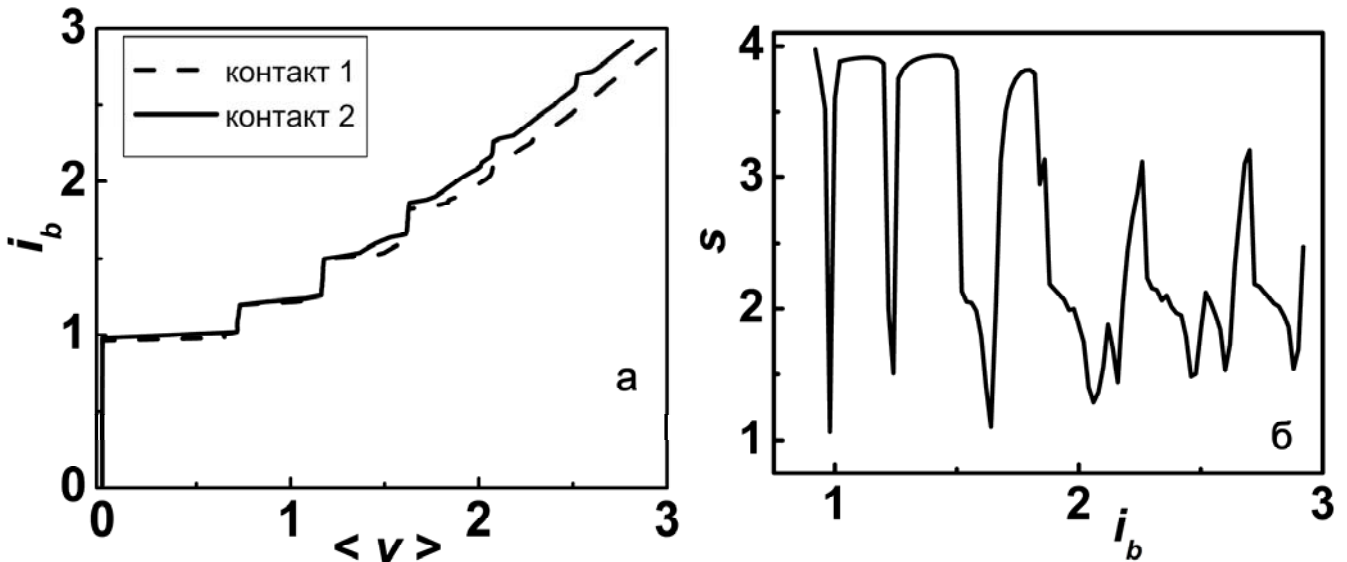


Рис. 7. (а) - вольт-амперні характеристики двох контактів, які знаходяться в секціях 30 (жирна лінія) та 31 (штрихова лінія) резонансної довгої лінії, поділеної на 60 секцій. Параметри контактів:  $\delta = 0,03$ ,  $I_{ca} = 10^{-2}$  А,  $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$  В. (б) - залежність нормалізованої потужності випромінювання від нормалізованого струму зміщення.

Ефект захоплення частот контактів високочастотним струмом у колі зворотного зв'язку продемонстровано також у моделі синхронізації осциляцій напруги на контактах у системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів, які знаходяться у резистивному стані і взаємодіють один з одним за допомогою взаємної індукції. У кожному інтерферометрі їх ліві та праві плечі грають роль системи зворотного зв'язку для протилежного плеча, так що високочастотний циркулюючий струм синхронізує осциляції напруги, а завдяки взаємній індукції ці струми взаємодіють один з одним. У цій системі також виявлено пороги синхронізації при зміні коефіцієнта взаємної індукції.

Близький до описаних ефектів також механізм формування сходинок нульового поля в довгому контакті з нормальними (не надпровідними) кінцями. Такі контакти можуть утворюватися у результаті дифузійного виходу кисню з зразку високотемпературного надпровідника. Якщо кількість кисню в кінцях надпровідника недостатня, ці кінці стають нормальними. Ми змоделювали систему, яка складається з двох внутрішніх контактів з нормальними краями (рис. 8(а)). Один довгий контакт Джозефсона можна описати як ряд паралельно з'єднаних "елементарних" контактів, так що в результаті такого опису маємо систему багатьох паралельно з'єднаних двохконтактних інтерферометрів. Від краю довгого контакту електромагнітне збудження розповсюджується уздовж контакту, відбивається від протилежного краю, і на частотах резонансів, визначених геометрією системи, виникають стоячі хвилі, з якими взаємодіють джозефсонівські струми. Якщо розподілення критичних струмів у контакті однорідне, то на його вольт - амперній характеристиці виникають сходинок при нормалізованих значеннях напруг, які відповідають парним сходинок Фіске:  $\langle v_m \rangle = (\Phi_0 \bar{c} m) / (\Lambda V_c)$ , де  $m = 1, 2, \dots$ ,  $\Lambda$  - довжина контакту,  $\bar{c}$  - швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль у контакті,  $\Phi_0$  - квант магнітного потоку (так звані сходинок нульового поля).

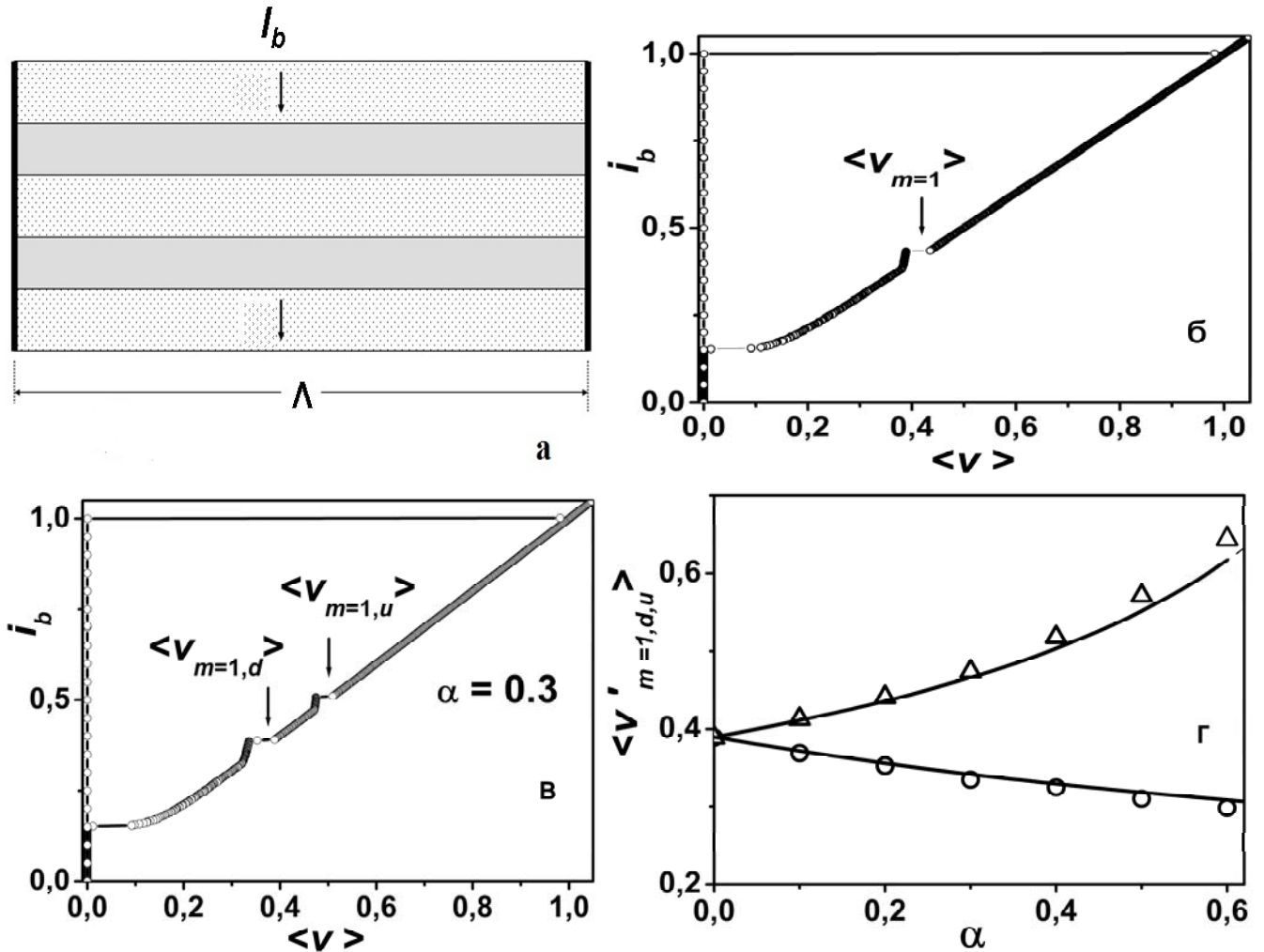


Рис. 8. (а) - пачка з двох довгих контактів Джозефсона (позначені сірим кольором). Чорні лінії на кінцях символізують нормальні кінці. (б) - вольт - амперна характеристика одного довгого контакту. Стрілкою позначено точне положення першої сходинки нульового поля. Друга сходинка проявлена слабо і може бути виявлена на похідній вольт - амперної характеристики. Параметри системи:  $\Lambda = 70 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $\bar{c} = 6,7 \cdot 10^7 \text{ м}$ ,  $V_c = 4,74 \text{ мВ}$ . (в) - вольт - амперна характеристика пачки з двох довгих однакових контактів, які індуктивно взаємодіють один з одним при  $\alpha = 0,3$ . (г) - залежність положення найбільших напруг на сходинках  $\langle v'_{m=1,u} \rangle$  (трикутники) та  $\langle v'_{m=1,d} \rangle$  (кружки) від параметра  $\alpha$ . Лінії проведені згідно виразам (9).

Розрахунки показали, що при параметрах довгого контакту, які характерні для внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках, сходинки з'являються у гістерезисній частині вольт - амперної характеристики. Завдяки додатковому гістерезису у районі сходинки точне положення напруги сходинки знаходиться у районі стрибка на вольт - амперній характеристиці (рис. 8(б)). У пачці з двох довгих контактів Джозефсона, які взаємодіють один з одним завдяки взаємній індукції, кожна з цих сходинок розщеплюється на дві сходинки,

які відповідають резонансним частотам нормальних коливань, що виникають у системі (рис. 8(в)). Резонансні частоти при цьому визначаються простими виразами:

$$\langle v_{m,d} \rangle = \frac{\langle v_m \rangle}{\sqrt{1+\alpha}}, \quad \langle v_{m=1,u} \rangle = \frac{\langle v_m \rangle}{\sqrt{1-\alpha}}, \quad (9)$$

де  $\alpha = L_f / L$ ,  $L_f$  - коефіцієнт взаємної індукції між двома вертикально розташованими "елементарними частками" довгих контактів,  $L$  - індуктивність однієї "елементарної частки". Ці вирази аналогічні виразам, які характеризують розщеплення частот у системі взаємодіючих резонансних контурів. Залежності  $\langle v_{m,d} \rangle(\alpha)$  та  $\langle v_{m,u} \rangle(\alpha)$  показані на рис. 8(г). Було проведено також моделювання поведінки системи у магнітному полі і знайдено залежності висоти розщеплених сходинок від магнітного поля.

У **п'ятому розділі** було вивчено експериментально і теоретично вплив резистивного покриття (шунта) на електричні властивості внутрішніх контактів Джозефсона. Основні результати розділу опубліковано в роботах [5, 10, 15, 18].

Для експерименту були вибрані тонкі плівки високотемпературного надпровідника  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$  товщиною 150 нанометрів. Плівки були напилені на підкладці  $LaAlO_3$  епітаксіально з кутом нахилу  $20^\circ$ , а потім покриті тонким (до 10 нанометрів) шаром золота. Шар золота грав роль шунта між внутрішніми контактами Джозефсона. Така структура дає можливість пропускати струм зміщення шунтованих внутрішніх контактів у площині плівки. З цієї структури були вирізані містки  $2 \times 2$  мікрметри з довгими контактами шириною 15 мікрметрів та більше. Кількість внутрішніх контактів у містку при фіксованих розмірах системи та фіксованій товщині плівки складала приблизно 360 штук. Вольт - амперні характеристики системи без шунта, виміряні при прикладеного постійного струму зміщення, мають широкий гістерезис (рис. 9(а)). Критичний струм контактів змінюється від 18 мкА до 35 мкА. Якщо прикладати до зразків напругу, їх вольт - амперні характеристики мають гілки у гістерезисній області. Кількість гілок дорівнює кількості внутрішніх контактів. Відстань між гілками дорівнює близько 7 мВ.

Вольт - амперні характеристики системи з шунтом (рис. 9(б)) сильно відрізняються від характеристик без шунта. На них повністю відсутній гістерезис та багатогілкова структура вольт - амперних характеристик, які присутні на зразку без шунта. На рис. 9(б) надзвичайно сильно виявлена резонансна структура та присутні петлі гістерезису при напругах резонансів. В петлях гістерезису можна прослідкувати багатогілкову структуру. Однак, відстань між гілками дорівнює приблизно 1,2-1,5 мВ замість 7 мВ у зразку без шунта. Таким чином, можна зробити висновок, що внаслідок впливу резистивного покриття відстань між гілками зменшилася. Вольт-амперні характеристики зразка, виміряні через тривалі проміжки часу, відрізняються одна від одної (рис. 9(б)). При напругах, більших за 5 мВ, стрибки відбуваються приблизно при однакових значеннях напруг (ці напруги відмічені стрілками на рис. 9(б)).

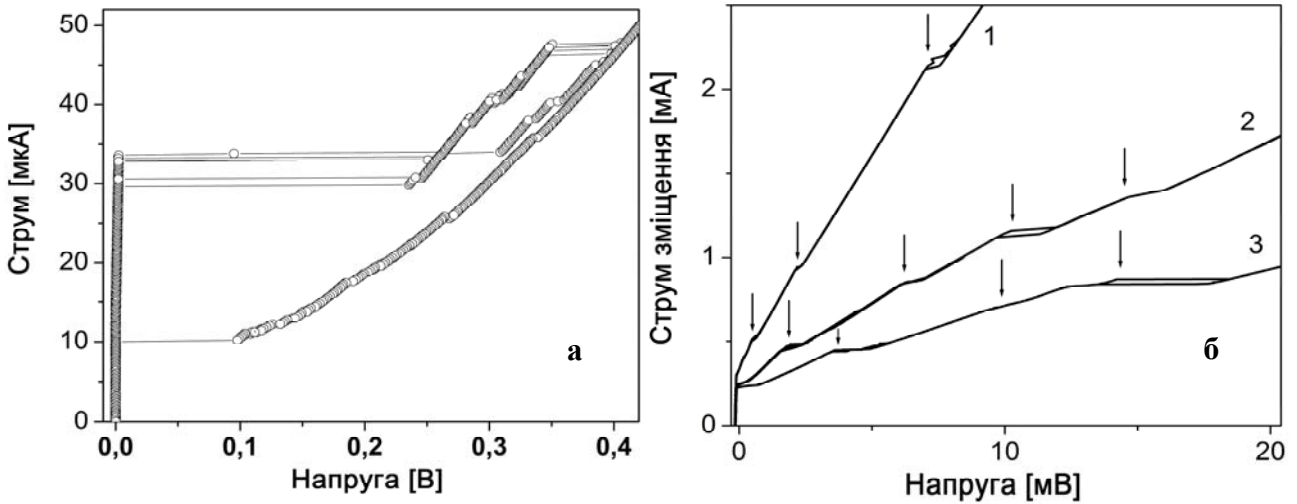


Рис. 9. (а) - вольт - амперна характеристика містку  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$  з видаленим покриттям, отримана у результаті циклічного шестиразового збільшення та зменшення струму зміщення. (б) - вольт - амперні характеристики зразку з покриттям. Час між вимірами кривих 1 та 2 - 12 діб, а між вимірами кривих 2 та 3 - 22 доби. Стрілками позначені напруги, при яких відбуваються стрибки на вольт - амперних характеристиках.

Стрибки можуть з'явитися завдяки серії резонансів геометричного походження, які пов'язані з розмірами системи. Відомо, що резонанси виникають при відбитті електромагнітної хвилі від країв системи, якщо у лінійному розмірі системи вміщується ціле число половин довжин хвилі. Припущення про резонанси геометричного походження може бути справедливим для досліджуваної системи, оскільки ці резонанси з'являлися на вольт - амперних характеристиках різних зразків з однаковими геометричними розмірами (наприклад, однакову довжину 1.44 мм). Тому треба розрахувати довжину хвилі і порівняти її з розмірами системи. З величини періоду стрибків напруги отримуємо для кожного з 360 контактів період 0.047 мВ. Частота джозефсонівського випромінювання, яка відповідає цьому періоду, дорівнює 22.68 ГГц. Довжина хвилі  $\lambda$  дорівнює  $c_0 / (\nu \sqrt{\sigma}) = 2.96$  мм (тут  $c_0$  - швидкість світла у вакуумі,  $\sigma \approx 20$  - діелектрична проникність). Значення половини довжини хвилі  $\lambda/2 = 1,48$  мм близьке до довжини системи 1.44 мм. У наведений розрахунок вносять похибку невизначене значення діелектричної проникності та похибка, пов'язана з неточним визначенням кількості внутрішніх контактів. Загалом, величина похибки сягає десяти відсотків. Однак, знайдене значення довжини хвилі 1,48 мм на три відсотки відрізняється від величини довжини системи. Тому можна припустити, що стрибки напруги на вольт-амперній характеристиці виникають при утворенні стоячої хвилі у всій системі.

Для чисельного опису вольт - амперних характеристик було проведено моделювання динаміки осциляцій напруги на контактах у пачці з двох внутрішніх контактів, які знаходяться у довгій лінії, причому значення параметрів моделі було вираховано з результатів експерименту. Отримана у результаті рішення рівнянь динаміки різниць фаз на контактах вольт - амперна характеристика системи (у розрахунку на один контакт) разом з характеристикою, отриманою в експерименті,

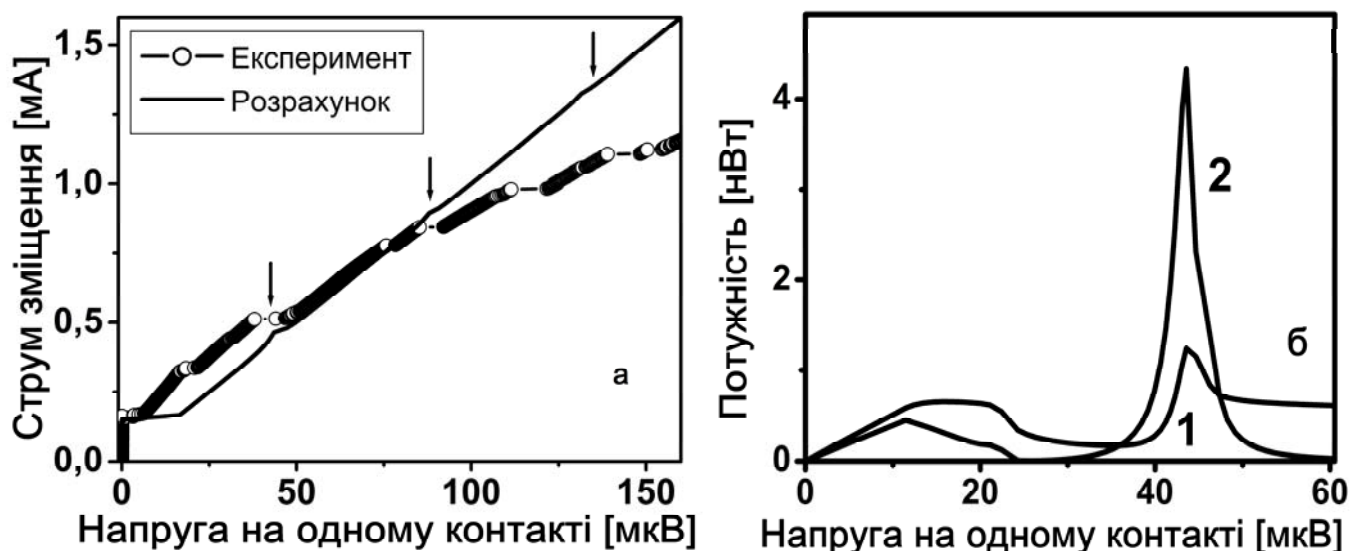


Рис. 10. (а) - вольт-амперні характеристики внутрішніх джозефсонівських контактів (кружки-експеримент, лінія - модель). (б) - потужність випромінювання одного контакту Джозефсона у резонансній довгій лінії (крива 1), та двох контактів з розбігом критичних струмів  $\delta = 0,015$ .

показана на рис. 10(а). Як видно з цього рисунку, розташування сходинок, отриманих у результаті розрахунків, добре узгоджується з експериментом. Видно, що модель адекватно відтворює головний період резонансної структури вольт - амперної характеристики, хоча узгодження експериментальної та розрахункової кривої тільки якісне.

Досі при розрахунках ми вважали критичні струми двох внутрішніх контактів Джозефсона однаковими. З попередніх досліджень відомо, що в резонансній системі може виникнути синхронізований стан. Для перевірки цього припущення для даної системи було введено невеликий розбіг критичних струмів і були вирішені рівняння динаміки для двох внутрішніх контактів при збереженні всіх інших параметрів, визначених з експерименту. Як видно з рисунку, потужність випромінювання в системі збільшується в чотири рази по відношенню до потужності випромінювання одного контакту. Таке збільшення свідчить про синхронізований стан контактів на першій резонансній сходинці. Можна зробити висновок, що у досліджуваній системі створені умови для синхронізації внутрішніх контактів Джозефсона. Зміни вольт - амперних характеристик з часом також можна пояснити в рамках моделі системи шунтованих внутрішніх контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії. Шунт контакту зменшує його електричний опір. З рис. 9(б) видно, що електричний опір системи росте з часом. Можна зробити припущення, що причиною змін вольт - амперних характеристик з часом є руйнування покриття, яке відбувається при охолодженні зразка до температури 4,2 К до проведення чергового вимірювання вольт - амперної характеристики та нагріві зразка до кімнатної температури після проведення вимірювання. Моделювання динаміки фази параметра порядку в системі контактів у резонансній довгій лінії підтверджує це припущення. Модель також відтворює головні риси експерименту (рис. 9(б)), а саме зміщення вольт - амперних характеристик в сторону більших напруг при збільшенні

електричного опору контакту та збільшення величини стрибків напруги при резонансних напругах.

Таким чином, можна зробити висновок, що модель шунтованих внутрішніх контактів Джозефсона у довгій лінії якісно описує результати експерименту.

У п'ятому розділі обговорюється також застосування моделі контактів Джозефсона у надпровідниках з  $d_{x^2-y^2}$  - хвильовою симетрією потенціалу спарювання для опису вольт - амперних характеристик контактів Джозефсона з ємністю та докладно описано вплив шунта на вольт - амперні характеристики контактів.

У **шостому розділі** розглянута когерентна динаміка контактів, які знаходяться при різних температурах. Основні результати розділу опубліковано в роботах [12, 13, 14, 19].

Критичні струми контактів зменшуються при нагріві контакту. Тому, якщо контакти знаходяться при різних температурах, виникає розбіг критичних струмів. У підрозділах 6.1 та 6.2 вивчалось питання, чи можна за допомогою системи зворотного зв'язку організувати достатньо сильний височастотний струм для синхронізації випромінювання контактів, які знаходяться при різних температурах. Різниця температур може виникнути при нерівномірному розігріві системи теплом втрат Джоуля або при зовнішньому розігріві контактів. При розігріві контактів теплом втрат Джоуля за допомогою методу амплітуд, які повільно змінюються, були отримані результати, які підтверджують можливість синхронізації для ланцюга з двох контактів, з'єднаного з резистивним та індуктивним шунтом та резонатором. Ці результати порівнюються з рішеннями рівнянь динаміки різниць фаз параметра порядку на контактах. При роздільному зовнішньому нагріві контактів той контакт, який має вищий критичний струм, нагрівається до такої температури, що його критичний струм зрівнюється з критичним струмом іншого контакту. За допомогою системи зворотного зв'язку (резистивний та індуктивний шунт або резонатора) він може бути синхронізований з іншим контактом. При застосуванні такої процедури синхронізації можна синхронізувати контакти з дуже великим (20% і вище) розбігом критичних струмів.

У підрозділі 6.3 аналізується питання нерівномірного виділення тепла Джоуля та синхронізації осциляцій напруги на контактах для системи контактів, яка знаходиться у довгій лінії. Згідно з результатами четвертого розділу дисертації, у такій системі виникають стоячі електромагнітні хвилі, а на вольт - амперних характеристиках системи виникають самоіндуковані резонансні сходинки, на яких випромінювання контактів синхронізовано. Здається, що при існуванні стоячої хвилі напруги в системі контакти не можуть бути синхронізовані, оскільки значення напруги на сусідніх контактах відрізняються одне від одного. Крім того, завдяки нерівномірному розігріву теплом Джоуля, температура контактів у різних частинах система повинна бути різною. Для рішення поставленої задачі була побудована модель системи, показаної на рис. 11(а). Представлену на цьому рисунку модель можна інтерпретувати як два шари внутрішніх контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії кінцевої довжини, яку утворюють ці самі шари, причому кожен шар утворений великою кількістю контактів. Через кожен контакт пропускається

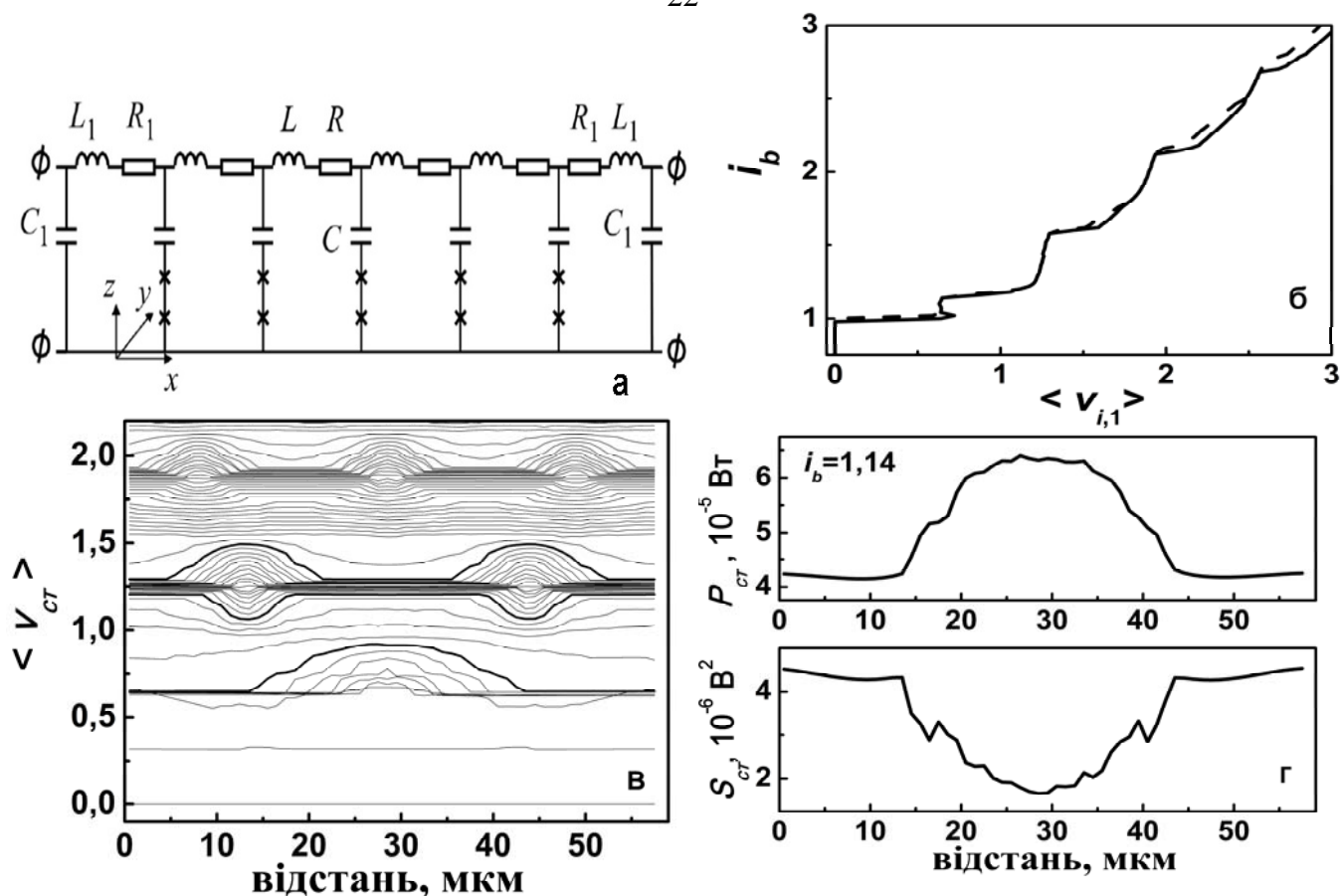


Рис. 11. (а) - високочастотна схема системи. (б) - вольт - амперна характеристика першого зліва стовпчика контактів у системі довжиною 59 мікрометрів. (в) - розподіл напруги на стовпчиках контактів вздовж системи при різних значеннях струму зміщення. (г) - розподіл усередненої миттєвої потужності виділення тепла Джоуля у стовпчиках (верхня панель) та квадрата змінної напруги на стовпчиках (нижня панель) вздовж системи при струмі зміщення, який відповідає першій сходинці на вольт - амперній характеристиці.

однаковий постійний струм зміщення (не показано на рис. 11(а)). Вирішувалась система рівнянь для різниць фаз параметра порядку на контактах, яка описує цю систему. Вивчались вольт - амперні характеристики стовпчиків з двох контактів вздовж системи. Вольт - амперна характеристика першого стовпчика з лівого краю системи показана на рис. 11(б). На ній видно самоіндуковані резонансні сходинки при напругах, які відповідають частотам геометричних резонансів системи. Розподіл напруг на стовпчиках вздовж системи показаний на рис. 11(в). На цьому рисунку видно стоячі хвилі, які утворюються при напругах резонансів. Ці стоячі хвилі деформовані. Вони виникають тільки у частинах системи, тоді як в інших частинах напруга постійна. Розподіл усередненої миттєвої потужності виділення тепла Джоуля у стовпчиках та квадрата змінної напруги на стовпчиках вздовж системи при струмі зміщення, який відповідає першій сходинці на вольт - амперній характеристиці показані на рис. 11(г) (верхня та нижня панелі, відповідно). Квадрат змінної напруги пропорційний потужності випромінювання від стовпчика. Отримані результати показують, що при утворенні стоячої хвилі напруги (яка відповідає головній резонансній моді системи на рис. 11(г)) виділення тепла Джоуля існує в



центральної частині системи. Ця частина може сильно перегріватися. Однак, завдяки синхронізації випромінювання контактів на краях системи, стояча хвиля деформується і на краях системи виникають ділянки, на яких напруга постійна, так що когерентне випромінювання спостерігається на краях системи. Таким чином, при напругах, які відповідають головному резонансу, центр системи перегрітий, а на краях системи виникає когерентне випромінювання. Подібний механізм розподілу перегрітих частин системи та частин, які когерентно випромінюють, має місце і при інших резонансних частотах (тобто, при наступному резонансі є дві перегрітих частини та три частини, які випромінюють когерентно і т. д.).

У підрозділі 6.4 наведена вище модель розширена для опису 667 шарів внутрішніх контактів Джозефсона у системах різної довжини. Така модель може описувати когерентне випромінювання від системи внутрішніх контактів Джозефсона і розподіл перегрітих частин, які спостерігалися в експериментах [V. Gross *et al.*, Phys. Rev. B, 86, 094524 (2012)]. Побудовано і порівняно з експериментом залежність частоти першого максимуму когерентного випромінювання від розміру системи. Результати розрахунків узгоджуються з експериментом [L. Ozyuzer *et al.*, Science., 318, 1291 (2007)].

У сьомому розділі "Ефект Джозефсона у фрактальних системах" чисельними методами досліджується ефект випрямлення напруги у фрактальних системах контактів Джозефсона. Основні результати розділу опубліковано в роботах [1, 2, 16, 20].

Ефект випрямлення напруги спостерігався в асиметричному інтерферометрі (наприклад, в інтерферометрі з різними значеннями критичних струмів контактів), який знаходиться у постійному магнітному полі і через який проходить постійний струм зміщення [A. Th. A. M. De Waele and R. De Bruyn Ouboter, Physica. 41, 225 (1969)]. Ефект полягає в тому, що при цих умовах на інтерферометрі з'являється постійна різниця потенціалів порядку десяти мікрвольт, яка залежить від магнітного поля. Пояснення ефекту також наведено в згаданій роботі. Ефект спостерігався в перколяційних структурах контактів у магнітному полі, до яких був прикладений не постійний струм зміщення, а тільки низькочастотний сигнал [A. M. Глухов, А. С. Похила, ФНТ, 19, 1149 (1993)]. Частота сигналу була значно менше, ніж характерна частота випромінювання контакту. Оскільки ефект випрямлення напруги існує у фрактальних структурах з багатьма асиметричними контурами струму, виникає питання, чи можна використати дані цього ефекту для отримання величин, які характеризують саму систему контурів. Прикладом такої величини є фрактальна розмірність системи. Для того, щоби вирішити цю задачу, ефект випрямлення напруги при дії низькочастотного сигналу був спочатку змодельований для асиметричного двохконтактного інтерферометра. Потім була розглянута задача знаходження фрактальної розмірності системи по залежностям критичного струму від магнітного поля для простої фрактальної системи. На основі розроблених у цих задачах моделей була чисельно вирішена задача знаходження фрактальної розмірності системи по залежностям випрямленої напруги від магнітного поля для квазіоднорічної фрактальної системи.

У підрозділі 7.1 дисертації побудована модель ефекту випрямлення напруги у двохконтактному асиметричному інтерферометрі в магнітному полі при дії

низькочастотного сигналу без прикладеного постійного струму зміщення. Для пояснення та моделювання ефекту розглянуто спочатку симетричний інтерферометр, на який подається постійний струм, який перевищує критичні струми контактів. Залежності абсолютної величини напруги на симетричному інтерферометрі від магнітного поля, розраховані при протилежних знаках струму через інтерферометр, повністю співпадають одна з одною. Якщо тепер повільно циклічно змінювати струм зміщення від додатного значення до від'ємного та назад від від'ємного до додатного (саме це відбувається при пропусканні струму низької частоти), середнє значення напруги на інтерферометрі буде дорівнювати нулю, оскільки напруги на контактах рівні по модулю та мають протилежні знаки. Розглянемо тепер ці процеси в асиметричному інтерферометрі. Якщо на асиметричний інтерферометр подавати постійний струм, завдяки асиметрії параметрів у ньому виникає циркулюючий "струм асиметрії"  $1/2(I_{c1} - I_{c2})$ . Цей струм породжує власне магнітне "поле асиметрії"  $B_{as} = L(I_{c1} - I_{c2})/2S_{1,2}$ . Важливо те, що при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля "струм асиметрії" змінює напрям на протилежний при зміні знака постійного струму через інтерферометр. Таким чином, при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля залежно від напрямку постійного струму величина "струму асиметрії" додається або віднімається від циркулюючого струму, який забезпечує відсутність магнітного поля у товщі надпровідника. Тому при зміні напрямку постійного струму величини напруги на контактах не співпадають, і при повільній циклічній зміні постійного струму від додатної до від'ємної величини середнє значення постійної напруги на інтерферометрі за період не дорівнює нулю. Таким чином, асиметрія інтерферометра породжує явище випрямлення напруги.

Для отримання головних закономірностей інтерференції надструмів у фрактальних системах з джозефсонівськими контактами було розглянуто одну з найпростіших фрактальних систем, а саме тріадну множину відрізків Кантора [Федер Е. Фракталы, Москва: Мир. - 1991. - 262 с.]. Цю систему можна використати для побудови одномірної фрактальної структури контактів Джозефсона. Контакт Джозефсона між двома надпровідниками повторено тричі і середня третина зроблена непроникною для джозефсонівського струму. На кожній стадії формування вся отримана на попередній стадії структура повторюється тричі, а середня третина отриманої структури робиться непроникною для джозефсонівського струму (рис. 12). Критичні струми всіх контактів однакові. Такий набір джозефсонівських контактів утворює фрактальну структуру множини відрізків Кантора. Кількість джозефсонівських контактів  $N = 2^n$  (тут  $n$  - кількість стадій формування) у системі з розміром  $\Lambda$  вздовж вісі  $x$  збільшується згідно залежності:

$$N = \Lambda^D, \quad (10)$$

де  $D = \ln 2 / \ln 3 \approx 0.631$  - фрактальна розмірність тріадної множини відрізків Кантора. Утворену систему помістимо у постійне магнітне поле  $\vec{B}$ . Залежність максимального джозефсонівського струму системи від магнітного поля  $I_c(B)$  визначається перетворенням Фур'є розподілу густини максимального джозефсонівського струму  $P(x)$  вздовж довжини  $x$ . Індуктивності контурів струму

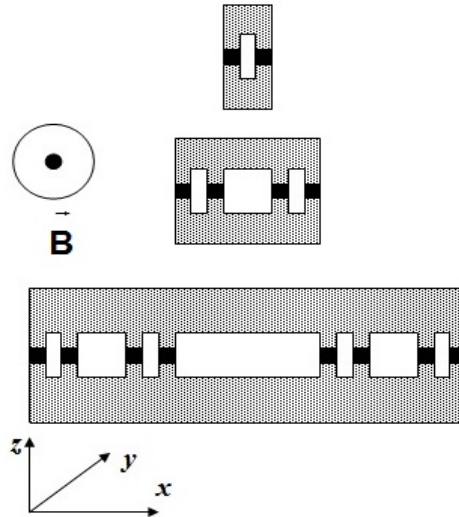


Рис. 12. Стадії формування фрактальної системи джозефсонівських контактів. Контакти позначені чорним кольором.

у системі у цій моделі не приймається до уваги. Застосувавши перетворення Фур'є до фрактального розподілу джозефсонівських контактів у системі, знаходимо залежність максимального джозефсонівського струму від  $q$ :

$$I_c(q) = J_c g W 2^N \left| \frac{\sin(\pi q g)}{\pi q g} \prod_{k=0}^{N-1} \cos(2\pi 3^k q g) \right|, \quad (11)$$

де  $g = \Lambda / 3^N$  – довжина одного контакту у напрямі  $x$ ,  $J_c$  – густина критичного струму на одиницю площі контакту,  $W$  – ширина контакту впродовж осі  $y$ ,  $q = Bd / \Phi_0$ ,  $d$  – сума товщини бар'єру джозефсонівського контакту та лондонівських глибин проникнення магнітного поля надпровідників. У підрозділі 7.2 показано, що існує аналогія між інтерференцією світла на фрактальних системах та інтерференцією струмів Джозефсона у цих системах. Згідно цій аналогії, величина  $I_c^2(q)$  аналогічна інтенсивності розсіяного світла, величина  $q$  аналогічна хвильовому вектору, величина  $|\sin(\pi q g) / \pi q g|$  аналогічна форм - фактору системи, а квадрат модуля добутку косинусів у виразі (11) аналогічний структурному фактору системи. Структурний фактор системи характеризує розподіл контактів у просторі.

Оскільки вся інформація про фрактальну будову системи є у структурному факторі, можна підібрати розміри елементів системи так, що виконується відношення  $|\sin(\pi q g) / \pi q g| \approx 1$ , і розглянути величину

$$I_c^2(q) = I_c^2(0) \left| \prod_{k=0}^{N-1} \cos(2\pi 3^k q g) \right|^2, \quad (12)$$

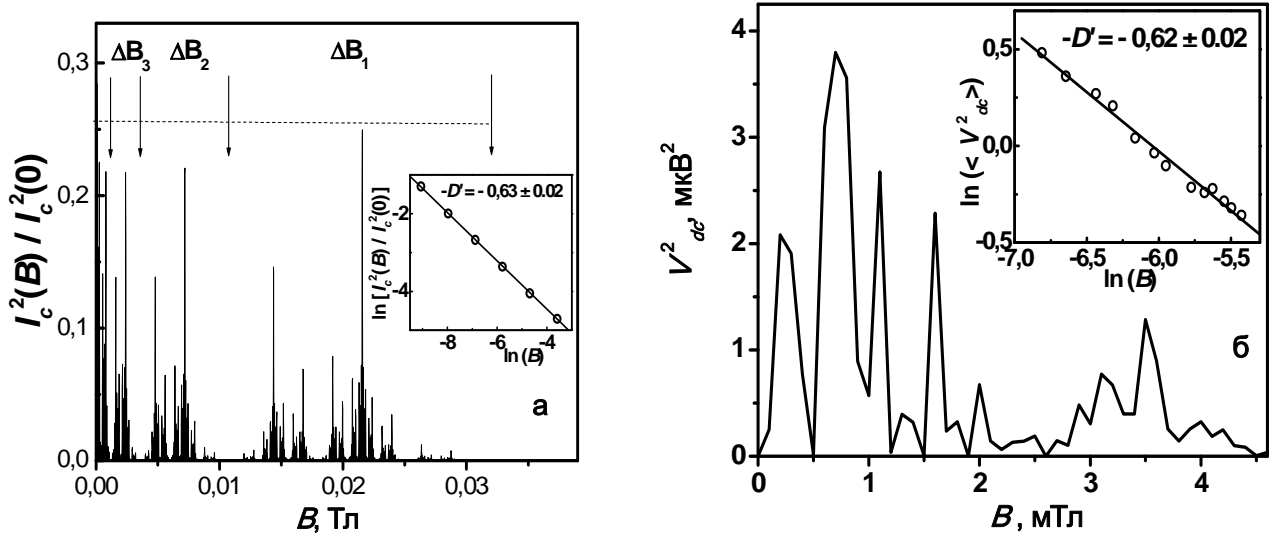


Рис. 13. (а) - залежність  $I_c^2(B)/I_c^2(0)$  для  $n=7$ . Стрілками показані границі трьох з шести "смуг". "Смуги" позначені як  $\Delta B_1$ ,  $\Delta B_2$ ,  $\Delta B_3$ . На вставці зображена залежність  $\ln\langle I_c^2(B)/I_c^2(0)\rangle = f(\ln B)$ . Нахил прямої дорівнює  $-D = -0,63 \pm 0,02$ . Точне значення коефіцієнта  $D$  дорівнює  $D = \ln(2)/\ln(3) = 0,631$ . (б) - залежність квадрата випрямленої напруги від магнітного поля при  $n=7$ . На вставці - залежність логарифму величини  $\langle V_{dc}^2 \rangle$  від логарифму магнітного поля. Нахил прямої дорівнює  $-0,62 \pm 0,02$ .

де  $I_c^2(0) = J_c^2 g^2 W^2 2^{2N}$ . Структура виразу (12) подібна структурі виразу для інтенсивності світла при розсіюванні на фрактальній системі множин відрізків Кантора [С. Allain and M. Cloitre, Phys. Rev. B, **33**, 3566 (1986)]. Ця аналогія не випадкова, оскільки розглянута фрактальна система контактів Джозефсона є по суті багатоконтактним інтерферометром. Величина  $I_c^2(q)$  пропорційна перетворенню Фур'є кореляційної функції густини струму. Ця кореляційна функція в одомірній фрактальній системі пропорційна  $x^{D-1}$ , а перетворення Фур'є цієї функції пропорційно  $q^{-D}$ . Це означає, що нахил усередненої величини  $\langle I_c^2(q) \rangle$  пропорційний  $q^{-D}$ . Усереднення необхідне, оскільки процедура утворення регулярного фрактала зумовила появу штучної регулярної структури залежності  $I_c^2(q)$ . Оскільки величина  $q$  пропорційна величині магнітного поля  $B$ , можна написати:

$$\langle I_c^2(B) \rangle = \frac{1}{B} \int_0^B I_c^2(B') dB' \sim B^{-D}. \quad (13)$$

Знайдена пропорційність перевірена прямим розрахунком нахилу залежності  $\langle I_c^2(B) \rangle$  згідно формул (12), (13) для тріадної множин відрізків Кантора (рис. 13(a)). Отримана величина  $D = 0,63 \pm 0,02$  добре узгоджується з величиною  $D = \ln(2)/\ln(3) = 0,631$ , яка отримана з теорії. У підрозділі 7.2 розглядаються також інші способи отримання фрактальної розмірності системи з залежностей її

критичного струму від магнітного поля. Таким чином, фрактальна розмірність системи може бути визначена з нормалізованого квадрата залежності її критичного струму від магнітного поля.

Викладена вище фрактальна структура системи контактів Джозефсона була використана для розрахунків залежностей випрямленої напруги від магнітного поля. Вирішувалися рівняння динаміки різниць фаз на контактах сумісно з рівняннями квантування магнітних потоків у контурах структури. При розрахунках індуктивності контурів були прийняті до уваги їх розміри. За допомогою випадкових чисел задавалися відхилення критичних струмів контактів від середнього значення. Отримані у результаті розрахунків залежності  $V_{dc}(B)$  мають риси, характерні для експериментальних даних для випрямленої напруги у перколяційних системах [A. Gerber and G. Deutscher, Phys. Rev. Lett. **64**, 1585 (1990)]. Перш за все, це наявність гострих вузьких максимумів  $V_{dc}$ . Другою рисою є згущення максимумів близько нуля. Третьою рисою є антисиметричний характер залежностей  $V(\phi_e)$ , тобто  $V(-\phi_e) = -V(\phi_e)$ .

Розглянемо тепер фрактальні властивості залежностей  $V_{dc}(B)$ . Зміна напруги на інтерферометрі з магнітним полем при напругах поблизу критичної напруги  $V_c$  зумовлена, головним чином, зміною  $I_c(B)$ . Тоді можна по аналогії з виразом (13) побудувати залежності  $V_{dc}^2(B)$  та

$$\langle V_{dc}^2 \rangle = \frac{1}{B} \int_0^B V_{dc}^2(B') dB'. \quad (14)$$

Однак, струми через контакти Джозефсона визначаються з умов квантування магнітних потоків, а в магнітні потоки роблять внески потоки, зумовлені індуктивностями контурів струму. Таким чином, залежності  $I_c^2(B)$  та  $\langle I^2(B) \rangle$  уже не визначаються повністю перетворенням Фур'є функції розподілення просторових координат фрактальної системи. Крім того, оскільки залежність  $V_{dc}^2(B)$  отримана за допомогою процедури, у якій проводилися операції з випадковими числами (критичними струмами контактів), не можна очікувати на отримання повністю регулярної структури  $V_{dc}^2(B)$ . Однак, сліди цієї структури проявлені на розрахованих залежностях  $V_{dc}^2(B)$  (рис. 13(б)). Залежність  $\langle V_{dc}^2(B) \rangle$  пропорційна  $B^{-D'}$  з величиною  $D' = 0,62 \pm 0,02$  (див. вставку на рис. 13(б)). Величина фрактальної розмірності інтерферометра  $D = 0,63$  знаходиться в межах помилки величини  $D'$ . Таким чином, ми показали, що залежність квадрата випрямленої напруги від магнітного поля фрактальна, а величина її фрактальної розмірності співпадає з фрактальною розмірністю інтерферометра.

Вище було докладно проаналізовано ефекти, які виникають у фрактальній квазіодномірній системі контактів Джозефсона. Однак, таку систему можна представити як один довгий контакт Джозефсона з неоднорідним розподілом критичних струмів. У такому контакті також можливе відбиття електромагнітних хвиль від кінців і формування стоячої хвилі. Для перевірки цієї гіпотези на основі множини відрізків Кантора третього порядку була змодельована фрактальна система контактів Джозефсона з відкритими кінцями (тобто, електричний опір на кінцях

системи вважався нескінченим). Чисельними методами були знайдені вольт - амперні характеристики системи при відсутності зовнішнього магнітного поля. На них були знайдені самоіндуковані резонансні сходинки, положення яких відповідало частотам геометричних резонансів системи. На першій сходинці, яка відповідала (головному) резонансу, "елементарні контакти" синхронізовані синфазно з нульовим зміщенням фаз. Таким чином, ми показали, що можлива синхронізація випромінювання контактів у фрактальних структурах.

Модель асиметричного інтерферометра, яка була розроблена в підрозділі 7.1, може бути застосована для пояснення асиметрії критичних струмів, яка була знайдена на вольт - амперних характеристиках гібридних контактів, один електрод яких виготовлявся з пніктиду  $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$  ( $x \approx 0,2$ ), а другий електрод – з свинцю та покриття зі сплаву індію та свинцю (PbIn) [D. Reifert *et al.*, *Supercond. Sci. Technol.*, 27, 085003 (2014)] та містка  $\text{BaFe}_{2-x}\text{Co}_x\text{As}_2$ , зробленого на бікристалічній границі основи  $\text{SrTiO}_3$  зі зміщенням  $30^\circ$  [S. Schmidt *et al.*, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 23, 7300104 (2013)]. Критичні струми, виміряні при додатному та від'ємному напрямках постійного струму зміщення через контакт, сильно відрізнялися один від одного. Залежності критичних струмів від магнітного поля сильно відрізнялися від залежності Фраунгофера, що дає підстави вважати, що в контакті може бути присутнім магнітне поле. Можна припустити, що контакти сильно неоднорідні по довжині, так що джозефсонівський зв'язок між надпровідниками існує тільки на кінцях контакту. У такому припущенні весь контакт стає схожим на двохконтактний інтерферометр з різними критичними струмами "елементарних контактів". Згідно розвинутій у підрозділі 7.1 моделі, у магнітному полі залежно від напрямку постійного струму, величина "струму асиметрії" в інтерферометрі додається або віднімається від циркулюючого струму, який забезпечує відсутність магнітного поля у надпровіднику. Саме завдяки цьому ефекту критичний струм всієї системи різний при різних напрямках струму зміщення. Магнітне поле в контакті може виникати завдяки захопленому магнітному потоку або завдяки буферному шару заліза товщиною до 20 нанометрів. У підрозділі 7.5 показано, що запропонована модель добре описує асиметрію критичних струмів, хоча вона не повністю відтворює вольт - амперні характеристики при великих струмах зміщення. Можливо, розподіл струмів у бар'єрі більш складне, ніж його одномірна модель у рамках двохконтактного інтерферометра.

## ВИСНОВКИ

У дисертації вирішено актуальну проблему сучасної фізики надпровідності: встановлені закономірності утворення когерентного динамічного стану в системах контактів Джозефсона та створена система, в якій існують умови для когерентного випромінювання.

Зроблені такі основні висновки:

1. Опис синхронізованого стану контактів Джозефсона в рамках методу амплітуд, які повільно змінюються, розширено для контактів з кінцевим значенням ємності та резонансного зворотного зв'язку. В рамках цього опису виявлено, що синфазна синхронізація випромінювання контактів Джозефсона у резонансних довгих лінях можлива при напругах, які відповідають

- самоіндукованим резонансним сходинок вольт - амперної характеристики при розбігу критичних струмів до 16%.
2. Показано, що механізмом синхронізованого випромінювання систем контактів у резонансній довгій лінії є взаємодія спільного для всіх контактів височастотного синхронізуючого струму в системі на частотах резонансів з випромінюванням контактів.
  3. У результаті розрахунку для двомірної системи точкових контактів Джозефсона у резонансній довгій лінії знайдено, що поява самоіндукованих резонансних сходинок на вольт - амперній характеристиці, сильне когерентне випромінювання контактів та поява перегрітих частин системи мають спільне походження, а саме –взаємодія випромінювання контактів Джозефсона з резонансними модами системи.
  4. В системах контактів Джозефсона в довгих лініях без резонансів чисельними методами знайдено поріг потужності когерентного випромінювання при збільшенні числа контактів, які знаходяться у резистивному стані.
  5. Встановлено, що на вольт - амперних характеристиках довгого контакту з нормальними (не надпровідними) краями утворюються сходинок нульового поля. В системі двох взаємодіючих індуктивно один з одним довгих контактів Джозефсона з нормальними краями, кожна сходинок нульового поля розщеплюється на дві сходинок, положення яких на вольт - амперній характеристиці залежить від коефіцієнту взаємодії між контактами.
  6. Теоретично показано, що контакти в системі двох чотирьохконтактних інтерферометрів можуть когерентно випромінювати завдяки індуктивній взаємодії інтерферометрів.
  7. Показана можливість синхронізації випромінювання контактів Джозефсона, які знаходяться при різних температурах.
  8. Експериментально знайдено самоіндуковані резонансні сходинок на вольт - амперних характеристиках шунтованої системи внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературному надпровіднику  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ . Доведено, що поява самоіндукованих сходинок зумовлена геометричними резонансами системи контактів.
  9. Встановлено, що фрактальну розмірність одномірної фрактальної системи контактів Джозефсона можливо визначити з аналізу залежностей максимального критичного струму або випрямленої напруги від магнітного поля.

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. **Grib Alexander N.** Critical current of a self-similar chain of Josephson junctions / **Alexander N. Grib** // Physica C. - 1994. - V.235-240. - P. 3313-3314.
2. **Grib A. N.** Fractal properties of critical current of a self-similar system of Josephson junctions connected in parallel / **A. N. Grib** // ФНТ.- 1996. - Т.22.- №6. - С.642-644.

3. **Grib A. N.** The threshold of phase locking in the system of two multi-junction superconducting loops / **A. N. Grib**, P. Seidel, M. Darula // Journal of Low Temperature Physics.- 1998.- V. 112, N 5/6.- P. 323-336.
4. **Grib A. N.** Phase locking in a stack of two Josephson junctions with a sidewall shunt / **A. N. Grib**, J. Scherbel, P. Seidel // Physics Letters.- 2000.- V. A266.- P. 76-82.
5. Seidel P. Quasiparticle current and phase locking of intrinsic Josephson junctions / P. Seidel, **A. N. Grib**, Yu. M. Shukrinov, J. Scherbel, U. Huebner, F. Schmidl // Physica C.- 2001.- V.362.- P. 102-107.
6. **Grib A. N.** Synchronization of overdamped Josephson junctions shunted by a superconducting resonator / **A. N. Grib**, J. Scherbel, P. Seidel // Phys. Rev.- 2002.- V. 65.- P. 094508(1)-094508(10).
7. **Grib Alexander.** Synchronization of Josephson junctions by a resonant transmission line / **Alexander Grib**, Jens Scherbel, Paul Seidel // Phys. Stat. Sol (a).- 2003.- V. 198, N1.- P. 142-145.
8. **Grib Alexander.** Synchronization of overdamped Josephson junctions in resonant systems // **Alexander Grib**, Jens Scherbel, Paul Seidel // Recent Research Developments in Physics.- 2003.- V. 4.- P. 877-890.
9. **Grib Alexander.** Synchronization of strongly interacting overdamped Josephson junctions / **Alexander Grib**, Michael Mans, Jens Scherbel, and Paul Seidel // Phys. Stat. Sol. (b).-2005.- V. 242, №6.- P. 1286-1292.
10. **Grib Alexander.** Synchronization of serial intrinsic Josephson junction arrays on vicinal substrates / **Alexander Grib**, Michael Mans, Jens Scherbel, Matthias Büenfeld, Frank Schmidl and Paul Seidel // Supercond. Sci. Technol.- 2006.- V.19.-P. S200-S204.
11. **Grib Alexander.** Wide-band phase locking of Josephson junctions in a resonator / **Alexander Grib** and Paul Seidel // Physica Status Solidi (Rapid Research Letters).-2009.- V. 3.- P. 302-304.
12. **Гриб Олександр.** Синхронізація саморозігрітих джозефсонівських контактів / **Олександр Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 962, серія «Фізика». - 2011. - вип. 15. - С. 92-96.
13. **Гриб Олександр.** Когерентне випромінювання джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії / **Олександр Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. - № 1019, серія «Фізика».-2012.- вип. 16. - С. 6-9.
14. **Grib Alexander.** The influence of standing waves on synchronization and self-heating of Josephson junctions in resonant systems / **Alexander Grib** and Paul Seidel // ФНТ.- 2012.- т. 38, № 4.- с. 409-413.
15. **Гриб О. М.** Нелінійно - резистивна модель внутрішніх джозефсонівських контактів у високотемпературних надпровідниках / **Олександр Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1020, серія «Фізика».- 2012.- вип. 17. - С. 21-23.
16. **Гриб Олександр.** Ефект випрямлення напруги та квантова інтерференція у фрактальних структурах з джозефсонівськими контактами / **Олександр**



- Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1075, серія «Фізика».- 2013.- вип. 18. - С. 8-13.
17. **Гриб Олександр**. Вплив надпровідної площини на синхронізацію лінійних систем джозефсонівських контактів / **Олександр Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1076, серія «Фізика».- 2013.- вип. 19. - С. 92-97.
18. **Grib A.** The resonant interaction of intrinsic Josephson junctions with standing waves / **A. Grib**, M. Mans, M. Bünenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, H. Schneidewind, and P. Seidel // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 2014.- V.24, №4.- P.1800205-1-5.
19. **Grib Alexander.** The influence of external separate heating on the synchronization of Josephson junctions / **Alexander Grib** and Paul Seidel // Phys. Status Solidi B.-2014.- V. 251, N. 5.- P. 1040–1044.
20. **Гриб Олександр**. Асиметрія вольт - амперних характеристик гібридних джозефсонівських контактів з пніктидами / **Олександр Гриб** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1113, серія «Фізика». - 2014. - вип. 20. - С. 78-82.
21. **Grib Alexander.** Zero-field steps in long Josephson junctions / **Alexander Grib** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1135, серія «Фізика». - 2014. - вип. 21. - С. 61-64.
22. **Grib Alexander.** Resonant modes in the system of two wide interacting Josephson junctions / **Alexander Grib** // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна.- № 1158, серія «Фізика». - 2015. - вип. 22. - С. 51-57.
- 24 Mans. M. Synchronization of serial intrinsic Josephson junction arrays on vicinal substrates / Michael Mans, **Alexander Grib**, Frank Schmidl, Paul Seidel // "Kryoelectronische bauelemente 2004".- 12-14 September 2004: Abstract book.- Braunschweig, Germany, P. 50.
- 25 Mans M. Elektrische Untersuchung serieller intrinsischer Josephsonkontaktarrays an dünnen  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_{8+x}$  Schichten auf r-cut Saphir und  $20^\circ$  vicinalem  $LaAlO_3$  / Michael Mans, **Alexander Grib**, Matthias Bünenfeld, Ralf Bechstein, Frank Schmidl, Henrik Schneidewind und Paul Seidel // DPG Spring Meeting.- 4-9 March 2005, Berlin, Germany.-TT10.11.
- 26 Grosse V. Pulsed laser deposition of niobium thin films for in-situ device fabrication and their superconducting properties / V. Grosse, C. Pansow, A. Steppke, F. Schmidl, A. Undisz, M. Rettenmayr, **A. Grib**, and P Seidel // Journal of Physics: Conf. Ser.- 2010.- V. 234 012015-1-9.
- 27 **Grib Alexander.** Experimental and theoretical investigation on high- $T_c$  superconducting intrinsic Josephson junctions / **Alexander Grib**, Yury Shukrinov, Frank Schmidl, Paul Seidel // Journal of Physics: Conference Series.- 2010.- V.248.- P. 012038-1-8.
- 28 **Grib Alexander.** Synchronization of self - heated Josephson junctions by a superconducting resonator / **Alexander Gryb** and Paul Seidel // 10 European Conference on Applied Superconductivity EUCAS–ISEC–ICMC “SCC 2011”, 19–23 September 2011, Den Haag, Netherlands: Abstract book.- P. 491.

- 29 **Grib Alexander.** The influence of the resonator on the self heating effect and the synchronization of Josephson junctions/ **Alexander Grib** and Paul Seidel // IEEE/CSC & ESAS European superconductivity news forum (ESNF).- 2011.- N. 16.-P. ST255-1-5.
- 30 **Grib Alexander.** Synchronization of self-heated Josephson junctions by a superconducting resonator / **Alexander Grib** and Paul Seidel // Physics Procedia.- 2012.- V. 36.- P. 411-416.
- 31 **Grib A.** Coherent radiation in serial arrays of Josephson junctions / **A. Grib**, M. Mans, M. Buenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, P. Seidel, H. Schneidewind // 14th International superconductive electronics conference "ISEC -2013", 7-11 July 2013, Cambridge, MA, USA.-PF14.
- 32 **Grib Alexander.** Coherent emission of intrinsic Josephson junctions / **Alexander Grib** and Paul Seidel // J. Phys.: Conf. Ser.- 2014.- V.507- P.042038-1-4.
- 33 **Гриб О. М.** Вплив саморозігріву на когерентне випромінювання внутрішніх джозефсонівських контактів у резонаторі / **О. М. Гриб** // Фізичні явища в твердих тілах: XI міжнародна конференція, 3-6 грудня 2013 р.: матеріали конференції- Харків, Україна.- С. 81.
- 34 Seidel Paul. Modeling different kinds of Josephson junctions and circuits for interpretation of their electrical characteristics / Paul Seidel, **Alexander Grib**, Yury Shukrinov, Mikhail Belogolovskii, Sebastian Döring, and Stefan Schmidt // The 9th International symposium on intrinsic Josephson effects and THz plasma oscillations in high-Tc superconductors "THz-PLASMA 2014".- 30 Nov. - 3 Dec. 2014: Abstract book.- Kyoto, Japan, P. 37.
- 35 **Гриб Олександр.** Когерентне випромінювання високотемпературних надпровідників / **Олександр Гриб** // Фізичні явища в твердих тілах: XII міжнародна конференція, 1-4 грудня 2015 р.: матеріали конференції - Харків, Україна. - С. 166.

## АНОТАЦІЯ

**Гриб О. М. Когерентна динаміка систем з джозефсонівськими контактами. - На правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.22 - надпровідність. - Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України, Харків, 2017.

Дисертацію присвячено теоретичному та експериментальному дослідженню закономірностей утворення когерентного динамічного стану в системах контактів Джозефсона. Для опису синхронізації випромінювання контактів у резонансних системах та системах контактів з ємностями був вироблений систематичний підхід на основі методу амплітуд, які повільно змінюються. Інтервали напруг, при яких контакти синхронізовані, були порівняні з інтервалами, які були розраховані з вольт - амперних характеристик, що були отримані при рішенні рівнянь динаміки різниць фаз параметра порядку на

контактах чисельними методами. Синхронізацію випромінювання контактів у системах з багатьма контактами Джозефсона досліджено чисельними методами. Експериментально та теоретично показано, що в системах внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках завдяки резистивному шунту інтервали напруги між вольт - амперними характеристиками контактів у гістерезисній області звужуються і створюються умови для когерентного випромінювання на частотах геометричних резонансів. Теоретично досліджена синхронізація осциляція напруги на контактах, які знаходяться при різній температурі. Чисельними методами досліджено ефект випрямлення напруги у квазіодномірних системах з фрактальним розподіленням контактів Джозефсона.

**Ключові слова:** контакти Джозефсона, внутрішній ефект Джозефсона, високотемпературні надпровідники, довга лінія, резонатор.

### АННОТАЦИЯ

**Гриб А. Н. Когерентная динамика систем с джозефсоновскими контактами. - На правах рукописи.**

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.22-сверхпроводимость.- Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина Национальной академии наук Украины, Харьков, 2017.

Диссертация посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию закономерностей появления когерентного динамического состояния в системах джозефсоновских контактов. Для описания синхронизации излучения контактов был выработан систематический подход на основе метода медленно меняющихся амплитуд. Интервалы напряжений, при которых контакты синхронизованы, были сравнены с интервалами, которые были рассчитаны из вольт - амперных характеристик, полученных при решении уравнений динамики разности фаз численными методами. Экспериментально и теоретически показано, что в системах внутренних джозефсоновских контактов в високотемпературных сверхпроводниках благодаря резистивному шунту интервалы напряжения между вольт - амперными характеристиками контактов в гистерезисной области сужается, что создаёт условия для образования когерентного излучения на частотах геометрических резонансов. Теоретически исследована синхронизация осцилляций напряжения на контактах, находящихся при разной температуре. Численными методами исследовано эффект выпрямления напряжения в квазіодномерных системах с фрактальным распределением джозефсоновских контактов.

**Ключевые слова:** джозефсоновские контакты, внутренний эффект Джозефсона, високотемпературные сверхпроводники, длинная линия, резонатор.

**ABSTRACT**

**Grib A. N. Coherent dynamics of systems with Josephson junctions.- Printed as a manuscript.**

The thesis is submitted for the scientific degree of a Doctor of Sciences in Physics and Mathematics by the speciality of 01.04.22 - Superconductivity.- B. I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering, National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, 2017.

The thesis is devoted to the theoretical and experimental investigations of the appearance of coherent dynamic state in systems of Josephson junctions. For the description of synchronization of emission of junctions the systematical approach on the basis of the method of slowly varying amplitudes has been developed. Systems consisted of chains of two Josephson junctions connected with different feedback circuits, such as the resistive and inductive load, the superconducting resonator and the resonant transmission line, were analyzed in details in ranges of this approach. Intervals of voltages in which junctions were synchronized were compared with intervals which were calculated from IV-characteristics obtained from numerical solutions of dynamic equations for phase differences of the order parameter. It was found that the superconducting resonator and the superconducting transmission line with open ends satisfied synchronization of radiation of junctions with the maximal (up to 15%) spread of critical currents at optimal parameters of the feedback circuit. Synchronization in systems of many junctions was investigated numerically. In the system of junctions placed inside the transmission line with open ends synchronization of oscillations of voltages over junctions appeared due to the formation of standing waves. These waves arose due to the reflection of radiation from ends of the system and caused self-induced resonant steps in IV-characteristics of the system. It was shown experimentally and theoretically that due to the resistive shunts, intervals of voltages between IV-curves of intrinsic junctions in high-temperature superconductors became narrow and therefore optimal conditions for the coherent emission were created. Synchronization of voltage oscillations was investigated by means both the method of slowly varying amplitudes and numerically for junctions heated to different temperatures due to external heating or by means of Joule heat extraction. We considered the system consisted of two junctions with the spread of critical currents up to 20% connected to the resistive and inductive shunt. Coherent emission could be obtained by means of external heating of the junction with larger critical current. The influence of standing waves on the spatial distribution of the Joule heat extraction and coherent emission of the system of junctions in the transmission line was investigated numerically. At voltage corresponded to the main geometrical resonance of the system the maximum of the Joule heat extraction appeared at the central part of the transmission line, whereas at the cold edges of the line junctions oscillate coherently. The ac-dc conversion in the quasi-one-dimensional system with the fractal distribution of Josephson junction was investigated numerically. We showed that the fractal dimension of the system could be found with the use of dependences of the maximal Josephson current on the externally applied magnetic field or from dependences of the rectified voltage on magnetic field.

**Keywords:** Josephson junctions, intrinsic Josephson effect, high-temperature superconductors, transmission line, resonator.

---

Підписано до друку 10.02.2017 р. Формат 60x90/16.  
Обсяг 1,9 ум.-друк. арк. Папір офсетний. Друк різнограф.  
Наклад 100 прим. Зам. № 27.

---

Надруковано у центрі оперативної поліграфії ТОВ «Рейтинг».  
Свідоцтво про держ. реєстрацію ю.о. А00 № 507350.  
61003, м. Харків, пров. Соляниківський, 4.  
Тел. (057) 771-00-92, 771-00-96