

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Директор

ФТІНТ ім. Б. І. Веркіна

НАН України

чл.-кор. НАН України



Юрій НАЙДЮК

«28» вересня 2023 р.

## **ВИСНОВОК**

**про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів**

**дисертації на здобуття ступеня доктора філософії**

**з галузі знань 11 «Математика та статистика»**

**за спеціальністю 111 «Математика»**

**КАРПЕНКО Ірини Миколаївни**

**«МЕТОД ЗАДАЧІ РІМАНА-ГІЛЬБЕРТА**

**ДЛЯ МОДИФІКОВАНОГО РІВНЯННЯ КАМАССИ-ХОЛЬМА**

**З НЕНУЛЬОВИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ»**

**Витяг з протоколу № 2**

**від 20 вересня 2023 р.**

фахового семінару-спільного засідання відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна

Національної академії наук України та Математичного відділення

Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна

Національної академії наук України

**Голова -** головний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор Хруслов Є.Я.

**Секретар -** учений секретар Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник Миронюк М.В.

**Присутні співробітники ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, члени Вченої ради Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України:**

- Фельдман Г.М., заступник директора з наукової роботи — керівник

- математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, член-кореспондент НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор,
- Болотов Д.В., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співр.,
  - Борисенко О.А., головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор,
  - Венгеровський В.В., наук. співр. відділу математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук,
  - Горькавий В.О., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук, доцент,
  - Гукалов О.О. наук. співр. відділу математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук,
  - Даниленко О.І., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук, доцент,
  - Єгорова І.Є., провідний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат.наук, ст. наук. співр.,
  - Звягін А.А., головний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат. наук, професор,
  - Золотарьов В.О., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат.наук, професор,
  - Зуєва Т.І., старший наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, кандидат фіз.-мат. наук,
  - Костенко О.В., наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, кандидат фіз.-мат. наук,
  - Котляров В.П., головний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат. наук, професор,
  - Марченко В.А. старший наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат. наук,
  - Миронюк М.В. старший наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат. наук (*секретар ради*),
  - Нессонов М.І., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат. наук, доцент,
  - Рибалко В.О., провідний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук, ст. досл.,
  - Рибалко Я.В., наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор філософії,
  - Сухорєбська Д.Д., молодший наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор філософії,
  - Хруслов Є.Я., головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат.наук, професор,



- Фардигола Л.В., провідний наук. співр. відділу теорії функцій, доктор фіз.-мат. наук, доцент,
- Халіна К.С., старший наук. співр. відділу теорії функцій, кандидат фіз.-мат. наук,
- Шепельський Д.Г., зав. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співр.

Всього: докторів наук - 14, кандидатів наук (докторів філософії) - 9, без наукового ступеня - 0.

У тому числі фахівців із галузі науки, що відноситься до спеціальності дисертації, докторів наук - 14, кандидатів наук - 9, без наукового ступеня - 0.

### СЛУХАЛИ:

Апробацію дисертації «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами», яку провела молодший науковий співробітник ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України Ірина Карпенко, виступивши з науковою доповіддю та представивши основні наукові результати дисертації.

У доповіді І. Карпенко обґрунтувала актуальність теми, сформулювала мету і завдання дослідження, його наукову новизну, практичну і теоретичну значимість, розповіла зміст і структуру роботи, її основні результати і методи її отримання, підсумувала доповідь висновками.

В обговоренні взяли участь:

- науковий керівник, доктор фізико-математичних наук, старший наук. співробітник, завідувач відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України Шепельський Дмитро Георгійович (*виступ позитивний*).
- провідний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат. наук, старший наук. співробітник Єгорова І.Є. (*виступ позитивний*),
- провідний наук. співр. відділу математичної фізики, доктор фіз.-мат. наук, професор Звягін А.А. (*виступ позитивний*),
- наук. співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії, доктор філософії Рибалко Я.В. (*виступ позитивний*),
- головний наук. співр. відділу диференціальних рівнянь і геометрії, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор Хруслов Є.Я. (*виступ позитивний*).

На всі поставлені питання доповідач дала ґрунтовні відповіді. Виступаючі відмітили актуальність теми дослідження, новизну та значну наукову цінність отриманих результатів і зазначили, що робота виконана самостійно і відповідає

всім вимогам на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

На підставі доповіді здобувача, відповідей на запитання учасників фахового семінару, наукової дискусії та обговорення дисертації учасниками фахового семінару, спільне зібрання дійшло до **ВИСНОВКУ**:

**1. Дисертація Ірини Карпенко «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» є цілісною та завершеною науковою працею теоретичного характеру на актуальну тему, що виконана на високому математичному рівні.**

Дисертацію підготовлено у Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України.

Тему дисертаційної роботи Ірини Карпенко було затверджено на засіданні Вченої ради ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України від 12 грудня 2018 року (протокол № 11).

Науковим керівником Ірини Карпенко було призначено доктора фізико-математичних наук, ст. наук. співр., завідувача відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України Д.Г. Шепельського (наказ директора ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України від 17 вересня 2018 року № 99-ОД).

Дослідження, які склали основу дисертаційної роботи, проводились в рамках науково-дослідних робіт тематичного плану ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України «Геометричні та асимптотичні методи в теорії крайових задач математичної фізики» (номер державної реєстрації 0116U005036) та «Аналітичні і асимптотичні методи математичної фізики і геометрії» (номер державної реєстрації 0121U108115), а також НДР «Нестандартні нелокальні та піконні інтегровні рівняння: асимптотика та метод оберненої задачі» (номер державної реєстрації 0121U111968). Частина дисертаційної роботи була виконана в рамках наукового стажування за програмою академічної мобільності у Віденському університеті (м. Відень, Австрія).

## **2. Актуальність теми дослідження.**

Більш ніж 60 років тому було винайдено новий метод дослідження нелінійних рівнянь з частинними похідними — метод оберненої задачі розсіювання. Відколи стало зрозумілим, що цей метод, який був запропонований для інтегрування конкретного нелінійного рівняння — рівняння Кортевега-де Фріза, є не просто специфічним красивим математичним трюком, але він може бути ефективно застосований до вивчення широкого класу рівнянь – так званих інтегровних рівнянь, які є важливими моделями нелінійних явищ у багатьох



галузях фізики, існує постійний інтерес у подальшій розробці цього методу та його застосуванню до різноманітних нелінійних рівнянь.

Одним з таких рівнянь є рівняння Камасси-Хольма, яке інтенсивно досліджується впродовж останніх 30 років. Воно описує односпрямоване поширення мілководних хвиль на пласкому дні, має бігамільтонову структуру, і є інтегровним у сенсі існування асоційованої з ним пари Лакса. Рівняння Камасси-Хольма має як глобальні сильні розв'язки, так і розв'язки з розривом за скінченний час. Розв'язки солітонного типу рівняння Камасси-Хольма, що спадають на нескінченності, є слабкими розв'язками, які мають вигляд піконних хвиль.

Цікаві математичні та фізичні властивості рівняння Камасси-Хольма поставили питання про вивчення його різних модифікацій та узагальнень. Однією з таких модифікацій є модифіковане рівняння Камасси-Хольма, характерною особливістю якого є кубічна нелінійність. Це рівняння (у еквівалентній формі) як нова інтегровна система вперше було незалежно запропоновано Фокасом і Олвером і Розенау в 1996 році. Фізично воно моделює однонаправлене поширення поверхневих хвиль у мілкій воді; з іншого боку, має багату математичну структуру, зокрема, є бігамільтоною системою та має пару Лакса. Пара Лакса для цього рівняння була запропонована Цяо, тому його ще називають рівнянням Фокаса-Олвера-Розенау-Цяо.

Предметом дослідження дисертаційної роботи є розробка методу оберненої задачі розсіювання у формі задачі Рімана-Гільберта (РГ) для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з метою дослідження властивостей розв'язків цього рівняння, зокрема, асимптотики за великим часом. Особливістю дослідження є застосування формалізму задачі РГ до початкових задач з неспадаючою поведінкою на просторових нескінченностях, як однаковою, так і різною на різних нескінченностях. Асимптотичний аналіз таких задач для різних нелінійних рівнянь є напрямком, що активно розвивається останнім часом. Отримані результати цікаві як з теоретичної точки зору, так і з точки зору потенційних застосувань до моделювання хвильових явищ різної природи, окрема, розповсюдження дисперсійних ударних хвиль.

### **3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їхня новизна.**

У дисертаційній роботі вперше отримано такі результати:

- отримано зображення розв'язку задачі Коші для модифікованого рівняння Камасси-Хольма на всій прямій у випадку, коли розв'язок наближається до ненульової сталої на обох нескінченностях просторової змінної, у термінах розв'язку пов'язаної з нею задачі Рімана-Гільберта;
- охарактеризовано як регулярні, так і нерегулярні односолітонні розв'язки;

- знайдено головні асимптотичні члени розв'язку задачі Коші для модифікованого рівняння Камасси-Хольма на всій прямій у випадку, коли розв'язок наближається до ненульової сталої на обох нескінченностях просторової змінної;

- отримано зображення розв'язку задачі Коші для модифікованого рівняння Камасси-Хольма на всій прямій у випадку, коли розв'язок наближається до двох різних констант на різних нескінченностях просторової змінної, у термінах розв'язку пов'язаної з нею задачі Рімана-Гільберта.

#### **4. Достовірність результатів та обґрунтованість положень і висновків дисертаційної роботи.**

Наукові положення, що виносяться на захист, строго обґрунтовані, сформульовані та доведені у вигляді теорем та опубліковані у наукових фахових журналах, які включено до міжнародних наукометричних баз, тому їх достовірність не викликає сумнівів. Всі основні результати дисертації обговорювалися на міжнародних конференціях та семінарах у вітчизняних та закордонних наукових центрах.

#### **5. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації.**

Основні положення дисертації опубліковано в дванадцяти наукових працях, серед яких три статті у наукових виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відносяться до кватилів Q2 та Q3. Також результати дисертації додатково відображені у дев'яти тезах конференцій.

##### **Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:**

*публікації у наукових виданнях,*

*що входять до міжнародних наукометричних баз:*

1. A. Boutet de Monvel, **I. Karpenko**, D. Shepelsky, "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with nonzero boundary conditions," J. Math. Phys. 61, No. 3 (2020), 031504, 24. <https://doi.org/10.1063/1.5139519> (Scopus, кватиль Q2)
2. **I. Karpenko**, "Long-time asymptotics for the modified Camassa-Holm equation with nonzero boundary conditions", Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry 16, No.2 (2022), 224-252. <https://doi.org/10.15407/mag18.02.224> (Scopus, кватиль Q3)
3. **I. Karpenko**, D. Shepelsky, G. Teschl "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with step-like boundary conditions", Monatshefte für Mathematik 201, (2023), 127-172. <https://doi.org/10.1007/s00605-022-01786-y> (Scopus, кватиль Q2)



### Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. I. Karpenko, D. Shepelsky, "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with nonzero boundary conditions", VI International Conference "Analysis and Mathematical Physics", Kharkiv, Ukraine (June 2018).
2. I. Karpenko, D. Shepelsky, "The Riemann-Hilbert approach to the Cauchy problem for the modified Camassa-Holm equation", 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications, Vinnytsia, Ukraine (June 2019).
3. I. Karpenko, D. Shepelsky, "The inverse scattering transform, in the form of Riemann-Hilbert problem, for the modified Camassa-Holm equation", international Conference dedicated to 70th anniversary of Professor A.M.Plichko "Banach Spaces and their Applications", Lviv, Ukraine (June 2019).
4. I. Karpenko, D. Shepelsky, "A Riemann-Hilbert problem approach to the modified Camassa-Holm equation on a nonzero background", Pidzakharychi, Ukraine (August 2019).
5. I. Karpenko, D. Shepelsky, "The modified Camassa-Holm equation on a nonzero background: large-time asymptotics for the Cauchy problem", Workshop "New horizons in dispersive hydrodynamics", Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, United Kingdom (June 2021).
6. I. Karpenko, D. Shepelsky, "The large-time asymptotics for the modified Camassa-Holm equation on a non-zero background", 5-th International Conference "DIFFERENTIAL EQUATIONS and CONTROL THEORY", V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine (September 2021).
7. I. Karpenko, D. Shepelsky, G. Teschl, "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with step-like boundary conditions", Ivano-Frankivsk, Ukraine (May 2022).
8. I. Karpenko, "The modified Camassa-Holm equation on a step-like background", Complex Analysis, Spectral Theory and Approximation meet in Linz, Johannes Kepler University, Linz, Austria (July 2022).
9. I. Karpenko, "Riemann-Hilbert problem approach to the modified Camassa-Holm equation on a step like background" Workshop "From Modeling and Analysis to Approximation and Fast Algorithms", Hasenwinkel, Germany (December 2022).

Результати дисертаційної роботи повністю відображено у публікаціях. Постановка задач, розглянутих у статті 1, належать науковому керівникові Д.Г. Шепельському та А. Буте де Монвель. Постановки задач, розглянутих у статті 3, належать Д.Г. Шепельському та Г. Тешлю. Усі результати, включені до дисертації, були отримані автором особисто, з використанням консультацій наукового керівника за необхідністю. Дисертаційна робота не містить елементів плагіату.

## **6. Апробація матеріалів дисертації.**

Отримані у дисертаційній роботі результати обговорювалися та доповідалися на наступних міжнародних конференціях, семінарах та воркшопах:

1. Karpenko, D. Shepelsky, "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with nonzero boundary conditions", VI International Conference "Analysis and Mathematical Physics", Kharkiv, Ukraine (June 2018).
2. Karpenko, D. Shepelsky, "The Riemann-Hilbert approach to the Cauchy problem for the modified Camassa-Holm equation", 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications, Vinnytsia, Ukraine (June 2019).
3. Karpenko, D. Shepelsky, "The inverse scattering transform, in the form of Riemann-Hilbert problem, for the modified Camassa-Holm equation", international Conference dedicated to 70th anniversary of Professor A.M.Plichko "Banach Spaces and their Applications", Lviv, Ukraine (June 2019).
4. Karpenko, D. Shepelsky, "A Riemann-Hilbert problem approach to the modified Camassa-Holm equation on a nonzero background", Pidzakharychi, Ukraine (August 2019).
5. Karpenko, D. Shepelsky, "The modified Camassa-Holm equation on a nonzero background: large-time asymptotics for the Cauchy problem", Workshop "New horizons in dispersive hydrodynamics", Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, United Kingdom (June 2021).
6. Karpenko, D. Shepelsky, "The large-time asymptotics for the modified Camassa-Holm equation on a non-zero background", 5-th International Conference "DIFFERENTIAL EQUATIONS and CONTROL THEORY", V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine (September 2021).
7. Karpenko, D. Shepelsky, G. Teschl, "A Riemann-Hilbert approach to the modified Camassa-Holm equation with step-like boundary conditions", Ivano-Frankivsk, Ukraine (May 2022).
8. Karpenko, "The modified Camassa-Holm equation on a step-like background", Complex Analysis, Spectral Theory and Approximation meet in Linz, Johannes Kepler University, Linz, Austria (July 2022).
9. Karpenko, "A Riemann-Hilbert problem approach to the modified Camassa-Holm equation on a step like background", Workshop "From Modeling and Analysis to Approximation and Fast Algorithms", Hasenwinkel, Germany (December 2022).

## **7. Практичне та теоретичне значення дисертації.**

Дисертація має теоретичний характер. Отримані результати та



запропоновані методи можуть бути використані в подальших дослідженнях початково-крайових задач для рівнянь типу Камасси-Хольма, які можуть бути перспективними моделями фізичних процесів різної природи, зокрема, нелінійних хвильових процесів у різноманітних середовищах.

#### УХВАЛИЛИ:

1. Розглянувши дисертацію та наукові публікації, у яких висвітлені основні наукові результати дисертації, а також за результатами засідання Вченої ради Математичного відділення ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, прийнято рішення, що дисертаційна робота Карпенко Ірини Миколаївни «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами», яка подана на здобуття ступеня доктора філософії, є завершеною науковою працею, складає вагомий внесок у розвиток теорії інтегровних нелінійних рівнянь з частинними похідними, за своїм науковим рівнем та практичною цінністю, змістом та оформленням повністю відповідає вимогам пп.7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 зі змінами від 21 березня 2022 р. №341 та відповідає наряду наукового дослідження освітньо-наукової програми «Математика» ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України зі спеціальності 111 «Математика». Дисертація містить обґрунтовані висновки на основі одержаних здобувачем достовірних результатів, характеризується єдністю змісту та відповідає принципам академічної доброчесності.
2. На підставі попередньої експертизи дисертаційної роботи, доповіді здобувача, запитань присутніх і відповідей здобувача, обговорення учасниками засідання основних положень дисертації та виступів наукового керівника і рецензентів, ухвалити **висновок** про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Карпенко Ірини Миколаївни «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами» на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика».
3. Враховуючи високий рівень виконаних досліджень, а також наукову новизну результатів, їх теоретичне та практичне значення, **рекомендувати** дисертаційну роботу Карпенко Ірини Миколаївни «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами», до **офіційного захисту на здобуття ступеня доктора філософії** зі спеціальності 111 «Математика».

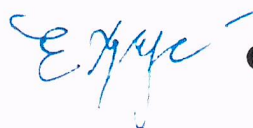
Результати голосування щодо рекомендацій до захисту дисертації Карпенко Ірини Миколаївни «Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

**«За» - 23**

**«Проти» - 0**

**«Утримались» - 0**

**Головуючий на засіданні  
академік НАН України,  
доктор фіз.-мат. наук, професор,  
головний науковий співробітник відділу  
диференціальних рівнянь і геометрії  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України**



**Євген ХРУСЛОВ**