

## В И С Н О В О К

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації **Рибалка Яна Владиславовича «Метод оберненої задачі розсіювання для нелокальних інтегровних рівнянь»**

на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»

**1.** Дисертація Я.В. Рибалка «Метод оберненої задачі розсіювання для нелокальних інтегровних рівнянь» на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» є цілісною та завершеною науковою працею теоретичного характеру на актуальну тему, що виконана на високому математичному рівні.

Дисертацію підготовлено у Фізико-технічному інституті низьких температур (ФТІНТ) ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України.

Тему дисертаційної роботи Я.В. Рибалка було затверджено на засіданні Вченої ради ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України (протокол № 9 від 13 грудня 2017 року). Науковим керівником Я.В. Рибалка було призначено провідного наукового співробітника відділу математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, доктора фіз.-мат. наук Д.Г. Шепельського (наказ директора ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України № 90-ОД від 15 вересня 2017 року).

**2. Актуальність теми дослідження.** Точно розв'язувані моделі та інтегровні рівняння з частинними похідними відіграють важливу роль у нелінійній фізиці. Багато з них можуть бути виведені з основних фізичних принципів та застосовані як універсальні моделі для опису різноманітних фізичних процесів. Інтегровні рівняння мають унікальну властивість бути умовами сумісності системи звичайних лінійних диференціальних рівнянь, залежних від додаткового (спектрального) параметра (так званої «пари Лакса»), що, зокрема, зумовлює існування нескінченної кількості законів збереження. Ефективним методом дослідження початкових (та початково-крайових) задач для нелінійних інтегровних рівнянь є метод оберненої задачі розсіювання (МОЗР), який «лінеаризує» вихідну задачу, тобто зводить її до розв'язання певної кількості лінійних задач.

Історично першим інтегровним нелінійним рівнянням, яке вдалося розв'язати за допомогою МОЗР, було рівняння Кортевега-де Фріза. Згодом, Захаров та Шабат, використовуючи ідеї Лакса, застосували МОЗР до

нелінійного рівняння Шредінгера. Це рівняння є окремим випадком системи Абловіца-Каупа-Н'юелла-Сегура. Кілька десятиліть вважалося, що воно є єдиною цікавою редукцією цієї системи, аж поки у 2013 році Абловіц та Мусслімані не показали, що існує інша цікава, *нелокальна* редукція, яка призводить до інтегровного *нелокального* нелінійного рівняння Шредінгера (ННРШ). Важливо, що, по-перше, ця система є інтегрованою, а по-друге, її розв'язок задовольняє так званій умові *PT*-симетрії. Через це ННРШ тісно пов'язане з теорією *PT*-симетричних систем, яка займає значне місце у сучасній фізиці.

Завдяки своїм цікавим фізичним та математичним властивостям, рівняння ННРШ викликало неабиякий інтерес від самого початку свого винайдення. Зокрема, з'явилася низка робіт, присвячених вивченню точних розв'язків ННРШ. З іншого боку, наразі набагато менше робіт присвячено дослідженню загальних початкових (та початково-крайових) задач для цього рівняння, зокрема, дослідженню асимптотичних режимів у таких задачах. Дисертаційна робота, що розглядається, певною мірою заповнює цю прогалину у вивченні властивостей нелокальних інтегровних нелінійних систем. Робота присвячена конкретному нелокальному рівнянню – нелінійному рівнянню Шредінгера, але розроблені методи можуть бути застосовані для дослідження інших фізично значущих нелокальних нелінійних рівнянь, зокрема, нелокальних варіантів модифікованого рівняння Кортевега-де Фріза та рівняння синус-Гордона. Таким чином, актуальність дослідження, представленого у дисертаційній роботі, є безсумнівною.

### **3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їх новизна.**

У дисертаційній роботі вперше отримано наступні результати:

- Розроблено метод оберненої задачі розсіювання, у формі задачі Рімана-Гільберта, для початкових задач для нелокального нелінійного рівняння Шредінгера з нульовими та ступінчастими крайовими умовами.
- Встановлено нові результати для відповідних задач Рімана-Гільберта та для спектральних функцій відповідних операторів Дірака.
- Отримана асимптотика за великим часом розв'язку початкової задачі на нульовому фоні у випадку відсутності солітонів та обмеженого прирощення аргументу певної спектральної функції.
- Отримана асимптотика за великим часом розв'язку ННРШ з початковими даними типу сходінки.

- Досліджена задача з початковим даним типу “сходінки зі зміщенням” та отримана асимптотика розв’язку цієї задачі.

#### **4. Достовірність результатів та обґрунтованість положень і висновків дисертаційної роботи.**

Наукові положення, що виносяться на захист, строго обґрунтовані, сформульовані та доведені у вигляді теорем та опубліковані у наукових фахових журналах, які включено до міжнародних наукометричних баз, тому їх достовірність не викликає сумнівів. Всі основні результати дисертації обговорювалися на міжнародних конференціях та семінарах у наукових центрах.

#### **5. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації.**

Основні положення дисертації опубліковано у **9** наукових працях, серед яких **одна** стаття у науковому виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відноситься до квартилю Q3, та **дві** статті у закордонних спеціалізованих виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відносяться до квартилів Q1 та Q2. Також результати дисертації викладені у **одній** статті, яка належить до наукового фахового видання України, та у **п’яти** тезах конференцій.

##### **Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:**

*публікація у науковому виданні України,*

*що входить до міжнародних наукометричних баз:*

1. Ya. Rybalko, D. Shepelsky, “Defocusing nonlocal nonlinear Schrödinger equation with step-like boundary conditions: long-time behavior for shifted initial data”, Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry 16, No.4, (2020) (Scopus, квартиль **Q3**).

*публікації у закордонних спеціалізованих виданнях,*

*що входять до міжнародних наукометричних баз:*

2. Ya. Rybalko, D. Shepelsky, “Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation with step-like initial data,” Journal of Differential Equations **270**, 694–724 (2021) (Scopus, квартиль **Q1**).

3. Ya. Rybalko, D. Shepelsky, “Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation,” Journal of Mathematical Physics **60**, 031504 (2019) (Scopus, квартиль **Q2**).

**Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

4. Ya. Rybalko, D. Shepelsky, “Riemann-Hilbert approach for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation with step-like initial data”, Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics **88** , 4–16 (2018).
5. Ya. Rybalko, Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation, 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications, June 18-20, Vinnytsia, Ukraine.
6. Ya. Rybalko, D. Shepelsky, The integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation: Riemann-Hilbert approach and long-time asymptotics, Differential Equations and Control Theory. V.Karazin Kharkiv National University, September 25-27, 2018, Kharkiv, Ukraine.
7. Ya. Rybalko, Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation with step-like initial data, VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics”, B. Verkin Inst. LTPE. June 18-22, 2018.
8. Ya. Rybalko, Long-time asymptotics for the nonlocal nonlinear Schrödinger equation on the line, V International Conference “Analysis and Mathematical Physics”, B. Verkin Inst. LTPE, V.Karazin Kharkiv National University. June 19-24, 2017.
9. Ya. Rybalko, Long-time asymptotics for solutions of the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation, Modern problems in mathematics, V.Karazin Kharkiv National University. April 25-26, 2017.

Результати дисертаційної роботи повністю відображено в публікаціях. Усі результати, включені до дисертації, були отримані автором особисто. У статтях 2 та 3, науковому керівникові належать постановка задач і загальний план досліджень. У статті 1, задача була поставлена автором разом з науковим керівником. Дисертаційна робота не містить елементів плагіату.

**6. Апробація матеріалів дисертації.**

Отримані у дисертаційній роботі результати обговорювалися на науковому семінарі відділу математичної фізики Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України та доповідалися на п'яти міжнародних конференціях:

1. 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications. June 18-20, 2019, Vinnytsia, Ukraine: “Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation”.

2. Differential Equations and Control Theory. V.Karazin Kharkiv National University, September 25-27, 2018, Kharkiv, Ukraine: “The integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation: Riemann-Hilbert approach and long-time asymptotics”.
3. VI International Conference. Analysis and Mathematical Physics. B. Verkin Inst. LTPE. June 18-22, 2018, Kharkiv, Ukraine: “Long-time asymptotics for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation with step-like initial data”.
4. V International Conference. Analysis and Mathematical Physics. B. Verkin Inst. LTPE. June 19-24, 2017, Kharkiv, Ukraine: “Long-time asymptotics for the nonlocal nonlinear Schrödinger equation on the line”.
5. Modern problems in mathematics. V.Karazin Kharkiv National University. April 25-26, 2017, Kharkiv, Ukraine: “Long-time asymptotics for solutions of the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation”.

#### **7. Практичне та теоретичне значення дисертації.**

Дисертаційна робота має теоретичний характер. Отримані результати та запропоновані методи можна використати в подальших дослідженнях початкових та початково-крайових задач як для нелокального нелінійного рівняння Шредінгера, так і для інших нелокальних інтегровних рівнянь. Робота може бути корисною і при постановці фізичних експериментів.

#### **8. Рекомендація дисертації до захисту.**

Розглянувши дисертаційну роботу та наукові публікації, у яких висвітлені основні наукові результати дисертації, і прийнявши до уваги обговорення роботи у рамках фахового семінару, вважаємо, що дисертаційна робота Рибалка Яна Владиславовича «Метод оберненої задачі розсіювання для нелокальних інтегровних рівнянь», яка подана на здобуття ступеня доктора філософії, є завершеною науковою працею, складає вагомий внесок у розвиток теорії інтегровних систем, за своїм науковим рівнем та практичною цінністю, змістом та оформленням повністю відповідає вимогам пп.9, 10, 11 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 6 березня 2019 р. № 167 зі змінами від 21 жовтня 2020 р. № 979 та відповідає

напряму наукового дослідження освітньо-наукової програми «Математика» ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України зі спеціальності 111 «Математика».

Враховуючи високий рівень виконаних досліджень, а також наукову новизну результатів та їх наукове і практичне значення, ми **рекомендуємо** дисертаційну роботу Рибалка Яна Владиславовича «Метод оберненої задачі розсіювання для нелокальних інтегровних рівнянь», подану на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика», **до захисту**.

Рецензент

головний науковий співробітник відділу  
математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України, д.ф.-м.н., проф.

В.П. Котляров

Рецензент

провідний науковий співробітник відділу  
математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України, д.ф.-м.н., с.н.с.

І.Є. Єгорова



Калінченко О.М.