

АНОТАЦІЯ

Люль М. П. Динамічні процеси у багаторівневих мезоскопічних системах. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 104 – «Фізика та астрономія» (10 – Природничі науки). – Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України, Харків, 2023.

Дисертацію присвячено детальному дослідженню та аналізу динамічних процесів, які відбуваються при взаємодії мезоскопічних дворівневих (кубітів) та багаторівневих (кудітів) систем зі збуджуючим сигналом.

У **вступі** визначено мету та основні завдання дослідження, стисло описано актуальність вибору теми дисертаційної роботи, зазначено об'єкт, предмет та методи дослідження. Сформульовано наукову новизну, а також практичне значення отриманих результатів. Наведено відомості про публікації, особистий внесок здобувача та апробацію результатів дисертації. Також описано структуру та обсяг представленої дисертаційної роботи.

Розділ 1 присвячено огляду та аналізу літератури за темою дисертації. В ньому розглянуто теоретичні та експериментальні аспекти дисертаційної роботи.

Проаналізовано експерименти, опису яких присвячено подальші розрахунки. Зокрема, було розглянуто твердотільний штучний атом у дворівневому наближенні - кубіт постійного струму, подвійну квантову точку, основу на кремнії, твердотільний штучний атом у чотирьохрівневому наближенні. Розглянуто кубіт постійного струму: описано його переваги та можливі сфери застосування та детально описано один з експериментів у якому така система вивчалася. Зокрема, приведено схему досліджуваного об'єкта, його схему енергетичних рівнів, зазначено параметри експерименту. Також наведено результати експерименту. Результатом експериментального дослідження стала інтерференційна картина: залежність ймовірності перебування системи у збудженому стані від напруги, що підведено до системи, та потокової відстройки.

Досліджено інформацію про властивості, поведінку, особливості подвійних квантових точок, зокрема було зазначено їхні можливі області

застосування та в цілому обґрунтовано актуальність вивчення такого роду систем. Також приведено схему пристрою, що використовувався під час проведення одного з експериментів, наведено параметри системи та збуджуючого сигналу. У пункті подано теоретичні відомості, які допомогли зв'язати теоретичні та експериментальні результати. Однією з головних задач розділу було представлення результатів, отриманих під час проведення експерименту. Цим результатом є інтерферометрія подвійної квантової точки: дослідження залежності фазової відповіді резонатора від енергетичної відстройки та амплітуди збуджуючого сигналу.

Вивчено один з експериментів по дослідженню властивостей твердотілого штучного атома у чотирьох рівневому наближенні. А саме приведено схему такої системи, її діаграма енергетичних рівнів, подано результати експерименту.

У розділі особливу увагу приділено теоретичним основам дослідження, а саме отримано рівняння балансу, рівняння Ліндблада, розглянуто теоретичні аспекти надпровідних кубітів.

Виведено рівняння балансу. Спочатку розглянуто дворівневу систему, вона збуджується періодичним сигналом, однією з компонент якого є класичний шум, який відповідає за декогеренцію системи. З використанням теорії збурень отримано частоту переходу між станами досліджуваної системи. Отриманий вираз для частоти переходу узагальнюється на випадок багаторівневих систем, після чого подається рівняння балансу для таких об'єктів. У якості прикладу отримане рівняння приміняється для опису дворівневої системи. В результаті було встановлено, що вираз для ймовірності заселеності верхнього рівня кубіта в точності співпадає з розв'язком рівняння Блоха для дворівневої системи (ДРС). Оскільки у деяких випадках корисно скористатися функціями Ейрі, замість функцій Бесселя (які входять у вираз для частоти переходу між станами системи), то було описано перехід між ними.

Отримано рівняння Ліндблада. Виведення починається з запису рівняння Ліувілля-фон Неймана для системи "досліджуваний об'єкт-резервуар", яке потім переписується у представленні взаємодії. Як наслідок, після застосування ітераційного методу отримується рівняння Борна-Маркова.

Після запису гамільтоніана взаємодії ”досліджуваний об’єкт-резервуар” у певному вигляді отримується загальне рівняння Ліндблада. У якості прикладу отримане рівняння застосовується для опису дворівневої та чотирьохрівневої систем.

Описано отримання гамільтоніана для кубіта розміщеного перед дзеркалом. Цей гамільтоніан буде використано в основній частині роботи для теоретичного опису такої системи.

Детально досліджено теоретичні аспекти надпровідних кубітів, а саме описано автономний контакт Джозефсона, надпровідне кільце із контактом Джозефсона (вч-СКВІД). Систему, яка складається з надпровідного кільця із контактом Джозефсона було проквантовано і як результат отримано оператор Гамільтона цієї системи.

У **розділі 2** рівняння балансу застосовується для опису двох квантових систем: твердотільного штучного атома у дворівневому (кубіта постійного струму) та чотирьохрівневому наближеннях.

Записано рівняння балансу для дворівневої системи — кубіта постійного струму. Для стаціонарного режиму отримано розв’язки: ймовірності заселеності станів системи як функції релаксацій, частоти та амплітуди збуджуючого сигналу, енергетичної відстройки та відстані між енергетичними рівнями системи у точці їхнього найбільшого зближення. Головним результатом підрозділу стала інтерферограма: ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ системи як функція амплітуди збуджуючого поля та енергетичної відстройки. З порівняння теоретичних та експериментальних картин зроблено висновок, що результати добре узгоджуються.

Вивчено динаміку кубіта постійного струму. Для цього було записано і розв’язано рівняння Ліндблада і як наслідок отримано ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ системи як функцію часу, частоти та амплітуди збудження, відстройки енергії, розщеплення енергетичних рівнів (відстані між енергетичними рівнями системи у точці їхнього найбільшого зближення). З іншого боку для цієї системи записано і розв’язано рівняння балансу і як наслідок отримано заселеність стану $|1\rangle$ системи як функцію тих самих параметрів. Після чого ці два підходи було порівняно між собою. Спочатку було побудовано заселеність стану $|1\rangle$ системи як функцію часу та

енергетичної відстройки і зроблено висновок про те, що розглянуті підходи мають гарну якісну відповідність. Потім було зафіксовано два значення енергетичної відстройки і для них побудовано ймовірність заселеності стану $|1\rangle$ як функцію часу. З порівняння результатів зроблено висновок, що в рамках формалізму рівняння балансу коливання усереднюються, тому отримані криві є монотонними, тоді як підхід рівняння Ліндблада відображає більш складну поведінку системи.

Значну увагу приділено теоретичному вивченню властивостей та особливостей твердотілого штучного атома у чотирьохрівневому наближенні, зокрема, подано гамільтоніан системи та записано рівняння балансу, що її описують. Розв'язком рівнянь є ймовірності заселеності кожного зі станів системи, як функції часу, амплітуди збудження, енергетичної відстройки та інших параметрів. У відповідному експерименті вивчалася залежність заселеності лівої ями (заселеність станів $|2\rangle$ та $|3\rangle$) від амплітуди збудження та енергетичної відстройки, тому саме такі залежності було побудовано, що дало змогу порівняти теоретичні та експериментальні картини. З порівняльного аналізу було зроблено висновок про хорошу відповідність результатів. У завершенні було вивчено динаміку системи. А саме, побудовано залежність ймовірності заселеності лівої ями від часу та енергетичної відстройки.

Розділ 3 присвячено застосуванню рівняння балансу для опису подвійної квантової точки. Особливу увагу в розділі приділено вивченню можливих сфер застосування подвійних квантових точок та їхнього місця у сучасній фізиці. Також було зауважено, що досліджувана система є кудітом (δ -рівневою квантовою системою). У розглянутому випадку $\delta = 4$, тобто об'єкт є квадрітом.

Виведено вираз для рівнів енергії подвійної квантової точки. Для цього у загальному вигляді записано електростатичну енергію системи, отримано матрицю, що описує заряд на кожній квантовій точці та матрицю ємностей системи. У результаті було виписано електростатичну енергію подвійної квантової точки як функцію кількості електронів на кожній квантовій точці, ємностей та прикладених напруг. І у завершенні побудовано діаграму енергетичних рівнів для досліджуваного об'єкта. Отримана діаграма дає

можливість записати систему рівнянь балансу.

Отримано систему рівнянь балансу для досліджуваної подвійної квантової точки. Під час запису рівнянь було враховано той факт, що після проходження точки максимального наближення рівнів рівні міняються місцями (верхній рівень стає нижнім). Ця обставина особливо впливає на релаксації, які відбуваються з верхнього рівня на нижній. Тут мається на увазі, що зворотні релаксації пригнічені за законом Больцмана. Щоб взяти це до уваги, інтервал по осі енергетичної відстройки було поділено на дві частини: з енергетичною відстройкою більше нуля та менше нуля. Розв'язування отриманих рівнянь дало змогу побудувати експериментально вимірювану величину — фазову відповідь резонатора як функцію амплітуди збуджуючого сигналу та енергетичної відстройки. На основі порівняльного аналізу теоретичних та експериментальних результатів було зроблено висновок, що отримана інтерферограма демонструє ті самі моделі, що й експериментальна. Зокрема, можна побачити чотири різні режими: некогерентний, дворазовий ЛЗШМ, одноразовий ЛЗШМ, багаторазовий ЛЗШМ. У доповнення було побудовано залежність ймовірностей заселення певного рівня від часу для різних режимів.

Розглянуто систему у енергетичному базисі. Зроблено припущення про те, що верхній енергетичний рівень не впливає на поведінку системи і тому ним можна знехтувати. Для такого випадку записано рівняння балансу та обговорено можливі граничні випадки.

Розділ 4 присвячено теоретичному та експериментальному вивченню поведінки кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. На початку розділу описано актуальність та доцільність вивчення такого роду систем, а також коротко описано методи теоретичних досліджень.

Значну частину розділу присвячено експериментальним аспектам вивчення динаміки кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. У ході експерименту на кубіт діють зонduючий та збуджуючий (сигнал накачки) сигнали. Варіюючи параметри цих сигналів і потім, аналізуючи зонduючий сигнал, можна досліджувати динаміку систему. Великою, яку вимірюють під час експерименту є коефіцієнт відбиття

r (у теорії йому відповідає ймовірність заселення зарядового стану $|1\rangle$). Наведено концептуальний ескіз пристрою (дворівневого атома, з'єданого із хвилеводом напівнескінченної лінії передач), приведено зображення кубіта за допомогою скануючого електронного мікроскопа, показано схему експериментальної установки.

Розглянуто дослідження кубіта за допомогою однотонального розсіювання, а саме наведено формулу для обчислення коефіцієнта відбиття r , показано криві, що характеризують коефіцієнт відбиття r як функцію зондууючої частоти для певного значення амплітуди.

Приведено коротке порівняння з попереднім відповідним дослідженням. Зазначено, що основна відмінність між цими двома дослідженнями полягає в тому, що в попередньому експерименті кубіт був розташований у вузлі, таким чином він був «прихований» або «відокремлений» від лінії передач. Іншими словами, кубіт був опромінений електричним полем, але не відчував його, оскільки кубіт був розташований у вузлі.

Детально описано процес обробки експериментальних даних та побудову залежностей. Зокрема, зазначено інструменти, які використовувались при роботі з табличними даними, описано методи та функції, за допомогою яких було отримано інтерферограми та динамічні залежності стану кубіта.

Реалізовано теоретичне описання кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач. А саме представлено гамільтоніан системи. Гамільтоніан складається з двох частин: діагональної, що відповідає модуляції рівнів енергії та недіагональної, яка характеризує зв'язок із пробним сигналом. Для того, щоб позбутися швидкого збудження у початковому гамільтоніані, застосовано унітарне перетворення. Для отриманої функції Гамільтона записано рівняння Ліндблада.

Одним з основних результатів розділу є отримані інтерферограми: залежність коефіцієнта відбиття r від потужності накачки і частоти зондууючого сигналу при фіксованій частоті накачки та потужності зондууючого сигналу. Отримані інтерферограми допомагають не лише отримувати підгоночні параметри, а й дозволяють оцінити час декогерентності системи, надають інструмент для калібрування потужності, відкривають нові можливості для багатофотонної спектроскопії. Також у

підрозділі подано порівняльну таблицю, яка містить значення параметрів для попереднього експерименту (у якому не вивчалась динаміка) та для представленого.

Детально вивчена динамічна поведінка кубіта типу трансмон, під'єданого до напівнескінченної лінії передач в залежності від значень частоти накачки та потужності сигналу накачки. Також розглянуто випадок відсутності збуджуючого сигналу. З аналізу отриманих часових залежностей можна зробити висновок, що: ймовірність і коефіцієнт відбиття осцилюють з періодом $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ (ω_{pump} — частота накачки); для частоти накачування, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5\text{ MHz}$, є два види піків: високі та низькі; динаміка системи складається з двох режимів: стаціонарного та перехідного. Стаціонарний режим спостерігається після $t = 1.5\ \mu\text{s}$ для всіх розглянутих випадків.

Ключові слова: надпровідний кубіт, кубіт типу трансмон, подвійна квантова точка, штучний атом, кудіт, ефект Джозефсона, дворівнева квантова система, багаторівнева квантова система, квантові переходи, квантова інтерференція, рівняння балансу, матриця густини, рівняння Ліндблада, динаміка квантової системи.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:

1. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for multi-level quantum systems", *Low Temp. Phys.* **49**, № 1, 96–102 (2023), DOI: 10.1063/10.0016482
2. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherent dynamics of a photon-dressed qubit", *Phys. Rev. B* **107**, № 19, 195441 (2023), DOI: 10.1103/PhysRevB.107.195441
3. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, S. N. Shevchenko, "Interferometry of multi-level systems: rate-equation approach for a charge qudit", *Eur. Phys. J.: Spec. Top.* (2023), DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00977-4

Наукові праці, які засвідчують апробацію результатів:

4. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Parallel double quantum dot coupled to a fermionic sea", I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2020).
5. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, and S. N. Shevchenko, "High-frequency quantum interferometry for a double-quantum dot", II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2021).
6. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherence dynamics of a photon-dressed qubit", American Physics Society March meeting 2022, ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA, Online, Abstracts, p. A36.8 (2022).
7. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for qudits", American Physics Society March meeting 2023, ("APS March meeting"), 20-22 March, 2023, Los-Angeles, USA, Online, Abstracts, p. VV01.13 (2023).
8. **M. P. Liul**, S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for the solid-state artificial atom", III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2023).

ABSTRACT

Liul M. P. Dynamic processes in multi-level mesoscopic systems. — Qualification scientific work printed as a manuscript.

Dissertation for a Doctor of Philosophy degree in speciality 104 – «Physics and Astronomy» (10 – Natural Sciences). – B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering, NAS of Ukraine, Kharkiv 2023.

The dissertation is devoted to a detailed study and analysis of dynamic processes that occur during the interaction of mesoscopic two-level (qubits) and multi-level (qudites) systems with an exciting signal.

The **introduction** briefly substantiates the relevance of choosing the topic of the dissertation work, defines the purpose and main tasks of the research, and also describes the object, subject and research methods. The scientific novelty and practical significance of the obtained results are formulated. Information about publications, personal contribution of the recipient and approval of the results of the dissertation is provided. Information about the structure and scope of the presented dissertation work is also indicated.

Chapter 1 is devoted to the review and analysis of the literature on the topic of the dissertation. It examines theoretical and experimental aspects of the dissertation work.

Experiments are analyzed, the description of which is devoted to further calculations. In particular, a persistent-current qubit, a silicon-based double quantum dot, and a solid-state artificial atom are considered.

The persistent-current qubit is considered: its advantages and possible areas of application are described, and one of the experiments in which such a system was studied is described in detail. In particular, the diagram of the object under study is shown, its energy level diagram and the parameters of the experiment are indicated. The results of the experiment are also given. The result of the experimental research was an interference picture: the dependence of the probability of the system being in an excited state on the voltage applied to the system and the flux detuning.

Information about double quantum dots is studied, in particular, their possible areas of application are indicated and, in general, the relevance of studying such systems was justified. The diagram of the device used during one of the experiments is also given, as well as the parameters of the system and the excitation

signal. Theoretical information that helped to connect theoretical and experimental results is provided. One of the main tasks of the chapter is to present the results obtained during the experiment. This result is double quantum dot interferometry: a study of the dependence of the phase response of the resonator on the energy tuning and the amplitude of the excitation signal.

One of the experiments which explores the properties of a solid-state artificial atom is studied. Namely, the scheme of such a system, its diagram of energy levels, and the results of the experiment are presented.

A lot of attention is paid to the theoretical foundations of the research, namely, the rate-equation, the Lindblad equation, and the theoretical aspects of superconducting qubits are considered.

Theoretical aspects of the derivation of the rate-equation are studied in details. First, a two-level system is considered, it is excited by a periodic signal, one of the components of which is classical noise, which is responsible for decoherence of the system. Using perturbation theory, the transition frequency between the states of the system under study are obtained. The resulting expression for the transition frequency is generalized to the case of multi-level systems, after which the balance equation for such objects is given. As an example, the resulting equation is used to describe a two-level system. As a result, it was established that the expression for the probability of population of the upper qubit level exactly coincides with the solution of the Bloch equation for two-level system (TLS). Since in some cases it is useful to use Airy functions instead of Bessel functions (which are included in the expression for the transition frequency between the system states), the transition between them has been described.

The Lindblad equation is obtained. The derivation begins by writing the Liouville-von Neumann equation for the "reservoir-object" system, which is then rewritten in the interaction picture. As a result, after applying the iterative method, the Born-Markov equation is obtained. After writing the Hamiltonian of the interaction "reservoir-object" in a certain form, the general Lindblad equation is obtained. As an example, the resulting equation is used to describe two-level and four-level systems. Obtaining the Hamiltonian for a qubit placed in front of a mirror is described. This Hamiltonian will be used in the main part of the work for the theoretical description of such a system.

A detailed study of the theoretical aspects of superconducting qubits, the self-contained Josephson contact, a superconducting ring with a Josephson contact (SQUID) is described. The system consisting of a superconducting ring with a Josephson contact was quantized and as a result the Hamiltonian operator of this system is obtained.

In **chapter 2** the rate-equation is applied to describe two quantum systems: a persistent-current qubit and a solid-state artificial atom.

The rate-equation for a two-level system — a persistent-current qubit is written. For the steady-state regime, solutions are obtained: the probability of the population of the system states as a function of relaxations, frequency and amplitude of the exciting signal, energy detuning, and the distance between the energy levels of the system at the point of their greatest convergence. The interferogram: the probability of the population of the $|1\rangle$ state of the system as a function of the excitation field amplitude and energy detuning is obtained. From the comparison of theoretical and experimental pictures, it was concluded that the results are in good agreement.

The dynamics of the persistent-current qubit is studied. For this purpose, the Lindblad equation was written down and solved, and as a result, the probability of the population of the $|1\rangle$ state of the system was obtained as a function of time, frequency and amplitude of excitation, energy detuning, splitting of energy levels (distances between the energy levels of the system at the point of their greatest convergence). On the other hand, the rate-equation was written and solved for this system, and as a result, the population of the state $|1\rangle$ of the system was obtained as a function of the same parameters. After that, these two approaches were compared with each other. First, the population of the $|1\rangle$ state of the system was constructed as a function of time and energy tuning, and it was concluded that the considered approaches have a good qualitative correspondence. Then, two values of the energy detuning were fixed and the probability of occupancy of the state $|1\rangle$ as a function of time was plotted for them. From the comparison of the results, it is concluded that the formalism of the rate-equation averages the fluctuations, so the obtained curves are monotonic, while the approach of the Lindblad equation reflects a more complex behavior of the system.

A solid-state artificial atom is theoretically studied in the four-level

approximation, in particular, the Hamiltonian of the system is presented and the rate equations describing it are written. The solution of the equations is the occupation probability of each of the system states as a function of time, excitation amplitude, energy detuning, and other parameters. In the corresponding experiment, the dependence of the left well population (the population of the $|2\rangle$ and $|3\rangle$ states) on the excitation amplitude and energy tuning was studied, so exactly such dependencies are obtained, which made it possible to compare theoretical and experimental pictures. From the comparative analysis, it is concluded that the results are in good agreement. Finally, the dynamics of the system was studied. Namely, the dependence of the occupation probability of the left well on time and energy tuning was constructed.

Chapter 3 is devoted to the application of the rate-equation to describe the double quantum dot. Special attention is paid in the chapter to the study of possible areas of double quantum dots application and their position in modern physics. It is also noted that the studied system is a *qudit* (d -level quantum system). In the considered case, $d = 4$.

An expression for the energy levels of a double quantum dot is derived. For this purpose, the electrostatic energy of the system is written in general form, a matrix describing the charge on each quantum dot and a matrix of system capacities is obtained. As a result, the electrostatic energy of a double quantum dot is written as a function of the number of electrons on each quantum dot, capacitances and applied voltages. And finally, a diagram of energy levels for the object under study is constructed. The resulting diagram makes it possible to write down the system of rate equations.

A system of rate-equations for the investigated double quantum dot is obtained. When writing the equations, we took into account the fact that after passing the point of maximum approximation of the levels, the levels change places (the upper level becomes the lower one). This effect especially affects the relaxations, which occur from the upper level to the lower one. This implies that the inverse relaxations are suppressed according to the Boltzmann law. To take this into account, the interval along the energy detuning axis was separated into two parts: with energy detuning greater than zero and less than zero. Solving the obtained equations made it possible to construct an experimentally measured value — the

phase response of the resonator as a function of the amplitude of the excitation signal and energy detuning. Based on the comparative analysis of theoretical and experimental results, it was concluded that the obtained interferogram shows the same patterns as the experimental one. In particular, four different regimes can be seen: incoherent, two-passage LZSM, single-passage LZSM, multi-passage LZSM. In addition, the dependence of the occupation probability of a certain level on time for different regimes is constructed.

In one of sections, the system is considered in the energy basis and it is assumed that the upper energy level does not affect the behavior of the system and therefore it can be neglected. For such a case, the rate-equations are written and possible boundary cases are discussed.

Also for a two-level system it is theoretically described how to transfer from a diabatic basis to an energy one or to an adiabatic one. The exact expressions for a transfer matrix are given.

Chapter 4 is devoted to the theoretical and experimental study of the transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line behavior. The introduction to the chapter describes the relevance and expediency of studying this kind of systems, as well as briefly describes the methods of theoretical research.

The experimental aspects of studying the dynamics of a transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line are considered. During the experiment, probing and excitation (pump) signals act on the qubit. By varying the parameters of these signals and then analyzing the probing signal, it is possible to study the system dynamics. The value measured during the experiment is the reflection coefficient r (in theory, it corresponds to the occupation probability of the charge state $|1\rangle$). It is also shown a conceptual sketch of the device (a two-level atom connected to a waveguide of a semi-infinite transmission line), an image of the qubit using a scanning electron microscope, and a diagram of the experimental setup.

The study of a qubit by using of single-tone scattering is presented, namely, the formula for calculating the reflection coefficient r is given, the curves characterizing the reflection coefficient r as a function of the probing frequency for a certain value of the amplitude are shown.

A brief comparison with previous relevant research is provided. It is noted that

the main difference between these two studies is that in the previous experiment the qubit was located in a node, thus it was "hidden" or "decoupled" from the transmission line. In other words, the qubit was irradiated by the electric field but did not feel it because the qubit was located in the node.

The procedure of processing experimental data and building dependencies is described in detail. In particular, the tools used when working with tabular data are specified, the methods and functions used to obtain interferograms and dynamic dependencies of the qubit states are described.

Theoretical description of a transmon-type qubit connected to a semi-infinite transmission line are given. Namely, the Hamiltonian of the system is presented. The Hamiltonian consists of two parts: the diagonal one, which corresponds to the modulation of the energy levels, and the off-diagonal one, which characterizes the coupling to the probe signal. In order to get rid of fast excitation in the initial Hamiltonian, a unitary transformation is applied. The Lindblad equation is written for the obtained Hamiltonian function.

One of the main results is the obtained interferograms: the dependence of the reflection coefficient r on the pump power and probing signal frequency at a fixed pump frequency and probing signal power. The obtained interferograms help not only to obtain fitting parameters, but also to estimate the system decoherence time, provide a tool for power calibration, and open up new opportunities for multiphoton spectroscopy. The section also provides a comparative table containing parameter values for the previous experiment (in which dynamics were not studied) and for the presented one.

The dynamic behavior of a transmon-type qubit coupled to a semi-infinite transmission line is studied in detail depending on the values of the pump frequency and the pump power of the signal. The case of the absence of an exciting (pump) signal is also considered. From the analysis of the obtained temporal plots one could conclude that: the probability and the reflection coefficient oscillate with period $T = 2\pi/\omega_{\text{pump}}$ (ω_{pump} is the pump frequency); for the pumping frequency, $\omega_{\text{pump}}/2\pi = 5$ MHz, there are two kinds of peaks: high and low ones; the system dynamics consists of two regimes: stationary and transient ones. The stationary regime is observed after $t = 1.5 \mu\text{s}$ for all the cases considered. Also it is studied the system behaviour after switching off the pump pulse.

Keywords: superconducting qubit, transmon-type qubit, double quantum dot, artificial atom, *qudit*, Josephson effect, two-level quantum system, multi-level quantum system, quantum transitions, quantum interference, rate-equation, density matrix, Lindblad equation, quantum system dynamics.

*LIST OF PUBLICATIONS OF THE CANDIDATE BY THE TOPIC OF THE
DISSERTATION*

Scientific works in which the main results of the dissertation are published:

1. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for multi-level quantum systems", *Low Temp. Phys.* **49**, № 1, 96–102 (2023),
DOI: 10.1063/10.0016482
2. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherent dynamics of a photon-dressed qubit", *Phys. Rev. B* **107**, № 19, 195441 (2023),
DOI: 10.1103/PhysRevB.107.195441
3. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, S. N. Shevchenko, "Interferometry of multi-level systems: rate-equation approach for a charge *qudit*", *Eur. Phys. J.: Spec. Top.* (2023),
DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00977-4

Scientific works certifying the approbation of the results:

4. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Parallel double quantum dot coupled to a fermionic sea", I International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020", (CM<P 2020), 8-14 June, 2020, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2020).
5. **M. P. Liul**, A. I. Ryzhov, and S. N. Shevchenko, "High-frequency quantum interferometry for a double-quantum dot", II International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2021", (CM<P 2021), 6-12 June, 2021, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2021).

6. **M. P. Liul**, C.-H. Chien, C.-Y. Chen, P. Y. Wen, J. C. Chen, Y.-H. Lin, S. N. Shevchenko, Franco Nori, I.-C. Hoi, "Coherence dynamics of a photon-dressed qubit", American Physics Society March meeting 2022, ("APS March meeting"), 14-18 March, 2022, Chicago, USA, Online, Abstracts, p. A36.8 (2022).
7. **M. P. Liul**, and S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for qubits", American Physics Society March meeting 2023, ("APS March meeting"), 20-22 March, 2023, Los-Angeles, USA, Online, Abstracts, p. VV01.13 (2023).
8. **M. P. Liul**, S. N. Shevchenko, "Rate-equation approach for the solid-state artificial atom", III International Advanced Study Conference "Condensed Matter and Low Temperature Physics 2023", (CM<P 2023), 5-11 June, 2023, Kharkiv, Ukraine, Online, Abstracts (2023).

Максим ЛЮЛЬ

