



## ВІДГУК

опонента, професора кафедри фундаментальної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, доктора фізико-математичних наук Гордевського Вячеслава Дмитровича, на дисертаційну роботу Афанасьєва Євгенія Володимировича “Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць”, подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 “Математика і статистика” за спеціальністю 111 “Математика”

У дисертаційній роботі досліджується асимптотична поведінка кореляційних функцій характеристичних поліномів двох ансамблів випадкових матриць:

1. Ермітових випадкових матриць  $M_n$ , одержаних як добуток Адамара матриці з гаусового унітарного ансамблю на матрицю суміжності випадкового графа Ердеша–Ренеї  $G(n, p/n)$ ,
2. Неермітових випадкових матриць з незалежними елементами.

Теорія випадкових матриць (ТВМ) має широкий спектр застосувань, переважно у фізиці. У свою чергу, знання поведінки кореляційних функцій характеристичних поліномів деякого ансамблю випадкових матриць дає змогу одержати багато спектральних характеристик цього ансамблю, що робить вивчення характеристичних поліномів важливою частиною теорії випадкових матриць.

Одним із можливих методів дослідження характеристичних поліномів є метод грасманового інтегрування. Цей підхід полягає в тому, щоб за допомогою інтеграла по антикомутуючим змінним одержати інтегральне представлення, асимптотична поведінка якого потім досліджується методами комплексного аналізу. Метод грасманового інтегрування є дуже потужним методом, він часто використовується як фізиками, так і математиками. Проте в деяких випадках цьому методу бракує строгоГО математичного обґрунтування, найчастіше у фізичних роботах. Отже, на даному етапі розвитку науки розвинення методу грасманового інтегрування є дуже важливим. Тому тема дисертації здобувача є дуже актуальну.

Дисертація складається зі вступу та п'яти розділів. Перший розділ містить огляд літератури по ТВМ загалом, літератури, присвяченої розвиненню аналізу з антикомутуючими змінними, результатів у ТВМ, отриманих методом грасманового інтегрування, а також результатів про ансамблі випадкових матриць, які розглядаються у наступних розділах.

У другому, третьому та четвертому розділах досліжується асимптотична поведінка кореляційних функцій характеристичних поліномів матриць суміжності випадкових вагових графів, комплексних неермітових матриць та дійсних неермітових матриць відповідно. В усіх цих випадках доведення проходить по наступній схемі. Спочатку за допомогою методу грасманового інтегрування виводиться інтегральне представлення для кореляційних функцій. У одержаного інтегрального представлення в експоненті присутній параметр  $n$ , який прямує до нескінченності. Тому асимптотичну поведінку такого інтеграла можна знайти за допомогою методу перевалу, що здобувач і робить. Необхідно відзначити, що незважаючи на, здавалось би, одинаковий шлях доведення в усіх трьох випадках, у кожному випадку є свої специфічні технічні складнощі, з якими здобувач успішно впорався.

У п'ятому розділі надано короткий опис інтегралу по антикомутуючим змінним та доведено деякі допоміжні твердження.

Отже, у дисертації одержано такі нові результати:

1. Встановлено асимптотичну поведінку другої кореляційної функції характеристичних поліномів сильно розріджених ермітових випадкових матриць всередині спектра;
2. Встановлено асимптотичну поведінку другої кореляційної функції характеристичних поліномів на межі спектра та всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів всередині спектра слабко розріджених ермітових випадкових матриць;
3. Встановлено асимптотичну поведінку всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів комплексних випадкових матриць з незалежними елементами;
4. Встановлено асимптотичну поведінку всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів дійсних випадкових матриць з незалежними елементами у вигляді інтегралу, який обчислено для другої кореляційної функції.

Усі твердження в роботі повністю та в математичному сенсі строго обґрунтовано. Усі наукові положення дисертації повністю викладено

у трьох одноосібних наукових статтях здобувача. Порушень академічної добродетелі у дисертації мною не помічено.

Зазначимо також як приємну деталь роботи те, що автор після кожного розділу (стор. 75, 96, 120) наводить нерозв'язані задачі, тобто визначає напрямки подальших можливих досліджень.

Разом з тим, до тексту можна зробити деякі не надто суттєві зауваження та побажання переважно стилістичного характеру:

1. Декілька разів (стор. 27 та 31 внизу та ін.) зустрічається фраза: “... Наскільки відомо авторові...”. Мені здається, що в дисертації авторові повинно бути відомо все достеменно.
2. На стор. 36 нагорі – “майже напевно” – краще “майже скрізь”.
3. Багато разів застосовується слово “Пропозиція” – чи не краще було б “Твердження”?
4. Декілька разів (наприклад, на стор. 88 нагорі і т.д.) сказано, що матриця “від’ємно-означенна”. Правильніше було б сказати – “від’ємно-визначена”.
5. В тексті є й певна кількість невеликих друкарських помилок. Наведу лише декілька для прикладу: Стор. 36 – “нормани”, стор. 78 – “пропизії”, стор. 81 – “переворення” і т. д.

Незважаючи на це, вважаю, що дисертаційна робота “Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць” задовільняє всім вимогам, що передбачені наказом Міністерства науки і освіти України від 12.01.2017 №40 “Про затвердження Вимог до оформлення дисертації” та постановою Кабінету Міністрів України від 06.03.2019 №167 “Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії”, а її автор, Євгеній Володимирович Афанасьев, безумовно заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 “Математика і статистика” за спеціальністю 111 “Математика”.

Професор кафедри  
фундаментальної математики  
факультету математики і інформатики  
Харківського національного університету  
імені В.Н. Каразіна, д.ф.-м.н.

