

# Размерные акустоэлектронные эффекты в металлах

(Обзор)

В. М. Гохфельд, О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина АН Украины,  
310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47*

Статья поступила в редакцию 15 июля 1992 г., после переработки 5 августа 1992 г.

Рассмотрены акустоэлектронные явления в проводниках с высокой плотностью носителей заряда в условиях, когда длина их свободного пробега сравнима либо превышает толщину образца. Во внешнем магнитном поле  $H$  при близком к зеркальному отражении электронов границей образца имеет место ряд резонансных и осцилляционных эффектов, обусловленных магнитоэлектронным квантованием энергии носителей заряда либо влиянием на их баллистику столкновений с поверхностью проводника. Эти эффекты проанализированы в широкой области звуковых частот при произвольном законе дисперсии носителей заряда. Период осцилляций и резонансные значения магнитного поля содержат в себе более детальную информацию о локальных характеристиках поверхности Ферми по сравнению с акустоэлектронными явлениями в массивных образцах. Исследование плавно изменяющейся с  $H$  части декремента затухания звука позволяет детально изучить механизм диссипации в системе электронов, который связан с рассеянием их границей образца. Проанализированы акустоэлектронные явления в условиях андреевского отражения носителей заряда межфазной границей нормальный металл — сверхпроводник. Рассмотрено влияние поверхностного рассеяния носителей заряда на электронный перенос акустических импульсов и показана возможность использования металлов с открытыми поверхностями Ферми в качестве размножителей звуковых импульсов.

Розглянуто акустоелектронні явища в провідниках з високою густиною носіїв заряду в умовах, коли довжина їх вільного пробігу є порівняльною або перевищує товщину зразка. У зовнішньому магнітному полі  $H$  при близькому до дзеркального відбитті електронів межею зразка має місце сукупність резонансних та осциляційних ефектів, обумовлених магнитоелектронним квантуванням енергії носіїв заряду або впливом на їх балістику зіткнень з поверхнею провідника. Ці ефекти проаналізовано в широкій області звукових частот при довільному законі дисперсії носіїв заряду. Період осциляцій та резонансні значення магнітного поля містять в собі більш детальну інформацію про локальні характеристики поверхні Фермі порівняно з акустоелектронними явищами у масивних зразках. Дослідження плавної залежності частки декремента згасання звуку від  $H$  дозволяє детально вивчити механізм дисипації в системі електронів, пов'язаний з їх розсіянням межею зразка. Проаналізовано акустоелектронні явища в умовах андріївського відбиття носіїв заряду міжфазною межею нормальний метал — надпровідник. Розглянуто вплив поверхневого розсіяння носіїв заряду на електронний перенос акустичних імпульсів і показано можливість використання металів з відкритими поверхнями Фермі як розмножувачів звукових імпульсів.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Основная система уравнений	4
2. Распространение звука через металлическую пластину в параллельном магнитном поле	7
2.1. Коэффициент поглощения ультразвука	7
2.2. Квазистатический размерный эффект	9
2.3. Частотный резонанс	10
2.4. Магнитоакустические осцилляции, обусловленные многоканальностью поверхностного отражения электронов	10
2.5. Акустический циклотронный резонанс на неэкстремальных сечениях поверхности Ферми	13
3. Резонансное поглощение звука, распространяющегося вдоль тонкой пластины	15
4. Магнитоакустические явления в условиях эффекта Зондгеймера	16
4.1. Природа осцилляций Зондгеймера	16
4.2. Затухание продольного звука	17
4.3. Размерные эффекты для сдвиговых волн	19
5. Затухание ультразвука в тонком слое нормального металла, граничащего со сверхпроводником	20
6. Квантовые магнитоакустические эффекты	22
7. Магнитоакустические эффекты в импульсном режиме	26
7.1. Траекторный перенос акустических импульсов	26

7.2. Влияние многоканального поверхностного отражения электронов на магнитоакустический эффект в импульсном режиме . . . . .	28
7.3. Роль открытых поверхностей Ферми в электронном переносе звуковых импульсов . . . . .	29
Заключение . . . . .	31
Список литературы . . . . .	31

## Введение

Исследование распространения акустических волн в твердых телах в широкой области звуковых частот вплоть до  $\omega \approx 10^{10} \text{ с}^{-1}$  позволяет детально изучить релаксационные процессы в конденсированном состоянии вещества. Упругие волны в кристалле, деформируя кристаллическую решетку, возмущают систему квазичастиц (фононов, магнонов, электронов проводимости и др.), реализующих энергетический спектр твердого тела, и выводят их из состояния локального равновесия [1]. В свою очередь, неравновесность этой системы «ощущает» волна упругих напряжений в кристалле благодаря взаимодействию с квазичастицами, что приводит к затуханию и к изменению скорости распространения звуковой волны. Измерение декремента затухания и скорости распространения акустических волн в широкой области частот при различных поляризациях волны позволяет получить важную информацию о взаимодействии элементарных возбуждений (квазичастиц) в кристалле с монохроматическими фононами. Значительные достижения в технике эксперимента и в понимании различных механизмов потерь упругих волн показали высокую эффективность акустических методов изучения фундаментальных физических свойств твердых тел. В частности, восстановление электронного энергетического спектра металлов с помощью экспериментального исследования физических свойств монокристаллических образцов в магнитном поле оказалось успешным в значительной мере благодаря магнитоакустическим измерениям.

В ограниченном кристалле важен учет взаимодействия волн с поверхностью образца, которое приводит к возникновению так называемых поверхностных акустических волн (ПАВ), затухающих при удалении от поверхности в глубь образца на расстоянии порядка длины ПАВ. Взаимодействие упругих волн с квазичастицами приводит к тому, что влияние границ образца на характеристики акустической волны (например, на длину затухания и скорость волны) распространяется на расстояние от поверхности образца порядка длины свободного пробега квазичастиц, которое в целом ряде случаев значительно превышает длину затухания ПАВ.

В достаточно чистых металлах при температурах, низких по сравнению с температурой Дебая, длина свободного пробега носителей заряда —

электронов проводимости — достигает 1 см, что сравнимо либо значительно превышает толщину  $d$  реально используемых в эксперименте монокристаллов. В этих условиях характер распространения звуковых волн по всему сечению образца чувствителен к состоянию его поверхности, поскольку баллистика электронов проводимости, играющих важную роль в затухании звука в металлах, существенно иная, чем в массивном образце, размеры которого значительно превышают длину свободного пробега носителей заряда  $l$ .

Влияние размеров и формы тонкого образца на акустический импеданс (отклик на деформацию кристалла), казалось бы, препятствует определению физических характеристик вещества с помощью акустических методов. Однако акустоэлектронные эффекты в тонких монокристаллических образцах, помещенных в магнитное поле, напротив, оказываются значительно более информативными, чем в массивных образцах. С помощью экспериментального исследования размерных акустоэлектронных эффектов можно определить не только избранные локальные характеристики поверхности Ферми (ПФ), но, по сути, все эффективные массы  $m^*$  электронов на ПФ, кривизну ПФ в любой ее точке и другие тонкие детали энергетического спектра носителей заряда, а также изучить релаксационные процессы в металле, связанные с рассеянием электронов проводимости поверхностью образца.

## 1. Основная система уравнений

Система уравнений, описывающая прохождение звукового сигнала в металле [2–5], наряду с динамическими уравнениями теории упругости для смещения ионов и включает в себя также кинетические уравнения для возмущенных функций распределения квазичастиц (электронов, фононов и др.) и уравнения Максвелла для самосогласованных полей, сопровождающих звуковую волну. Взаимодействие звуковых волн с тепловыми фононами в металле проявляется лишь в малых поправках к акустическому импедансу порядка отношения температуры Дебая к температуре вырождения электронного газа, а при температурах ниже дебаевской — и того меньше. По этой причине достаточно ограничиться кинетическим уравнением для носителей заряда без учета увлечения электронов фононами [6]. Полная система нелинейных

уравнений задачи, справедливая при любой интенсивности волны, получена Андреевым и Пушкарковым [5]. Однако обычно воздействие звукового сигнала является слабым возмущением электронной подсистемы, что позволяет линеаризовать кинетическое уравнение и описывать динамику металла с помощью системы уравнений, предложенной Силиным [2] еще в 1960 г. и обобщенной Конторовичем [3,4] на случай произвольного закона дисперсии носителей заряда.

Помимо макроскопических электромагнитных полей, порожденных звуковой волной, и внешнего магнитного поля  $H$ , которое, влияя на динамику электронов, определяет многообразие магнитоакустических эффектов, носители заряда испытывают действие дополнительной силы. Она обязана деформационному взаимодействию электронов с решеткой и может быть учтена как результат перенормировки энергии электрона  $\epsilon$  в колеблющейся решетке [1]. В линейном приближении по степеням тензора деформации

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

изменение закона дисперсии носителей заряда

$$\delta\epsilon = \lambda_{ik}(\rho) u_{ik} \quad (1.1)$$

описывается с помощью тензора деформационного потенциала  $\lambda_{ik}$ , компоненты которого для электронов на ПФ  $\epsilon(\rho) = \epsilon_F$  по порядку величины совпадают с характерной энергией электронной подсистемы, т.е. с энергией Ферми  $\epsilon_F$ .

В свою очередь, на решетку со стороны электронов проводимости действует обратная сила  $F$ , которую необходимо учитывать в уравнении теории упругости

$$-\omega^2 \rho u_i = \lambda_{iklm} \frac{\partial u_{lm}}{\partial x_k} + F_i, \quad (1.2)$$

$$F = f_d + \frac{1}{c} [jH] + \frac{m}{e} i\omega j.$$

Здесь  $\rho$  — плотность ионов;  $\lambda_{iklm}$  — тензор модулей упругости кристалла;  $p, m, e$  — импульс, масса и заряд электрона;  $c$  — скорость света. Волну мы считаем монохроматической, так что дифференцирование электрического тока  $j$  и смещения ионов по времени эквивалентно умножению на  $-i\omega$ .

Плотность электрического тока и плотность деформационной силы  $f_d$  представляют собой функционалы от неравновесной добавки  $\chi(df_0/\partial\epsilon)$  к

фермиевской функции распределения электронов  $f_0(\epsilon)$ :

$$j_i = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int v_i \chi \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} d^3p \equiv -\langle ev_i \chi \rangle; \quad (1.3)$$

$$f_{di} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \langle \Lambda_{ik} \chi \rangle, \quad \Lambda_{ik} = \lambda_{ik} - \langle \lambda_{ik} \rangle / \langle 1 \rangle. \quad (1.4)$$

Функция  $\chi$ , характеризующая возмущение электронной подсистемы в деформированной решетке, удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана

$$v \frac{\partial \chi}{\partial r} - i\omega \chi + \frac{\partial \chi}{\partial \tau} + \hat{v} \chi = g, \quad (1.5)$$

$$g = i\omega \Lambda_{ik} u_{ik} - ev \tilde{E},$$

$$\tilde{E} = E - \frac{i\omega}{c} [uH] + \frac{m u \omega^2}{e}.$$

Здесь  $v$  — скорость электрона;  $\tau$  — время его движения по орбите в магнитном поле;  $\hat{v} \chi$  — оператор столкновений, описывающий внутриобъемное рассеяние носителей заряда.

Поперечные электрические поля следует найти с помощью совместного решения уравнения (1.2) для поля смещения ионов и уравнения

$$\text{rot rot } E = \frac{4\pi i\omega}{c^2} j, \quad (1.6)$$

а продольное электрическое поле удовлетворяет уравнению Пуассона, которое в металлах из-за высокой плотности носителей заряда сводится к условию электронейтральности

$$\langle \chi \rangle = 0. \quad (1.7)$$

По этой же причине в уравнении (1.6) опущен ток смещения.

Ввиду значительного различия масс электронов и ионов характерные волновые числа для звуковой волны  $k$  и электромагнитной волны  $k_e$  также существенно различны. Их совпадение, когда происходит резонансное связывание этих волн, в отсутствие магнитного поля наступает лишь в области гиперзвуковых частот  $\omega \approx \omega_0 s^{3/2}/cv^{1/2} \sim 10^9 - 10^{10} \text{ c}^{-1}$  ( $\omega_0$  — плазменная частота,  $s$  — скорость звука). Однако длина электромагнитной волны может изменяться под действием магнитного поля, и при некоторых значениях  $H$  при сравнительно небольших частотах  $\omega$  выполняется условие  $k = k_e$ , что является причиной резонансных явлений — геликон-фононного резонанса [7,8] и т.п.

Основным механизмом диссипации звуковых волн в отсутствие магнитного поля является деформационный механизм, обусловленный перенормировкой электронного энергетического спек-

тра. Кроме того, в магнитном поле важную роль играет так называемый индукционный механизм — джоулевы потери, связанные с электрическими полями, сопровождающими звуковую волну. Анализ слагаемых в выражениях для  $F$  и  $g$  показывает, что индукционный механизм затухания звука наиболее существен в достаточно сильных магнитных полях, когда ларморова частота  $\Omega \gg \omega v/s$ , т.е.  $k r_H \ll 1$ . В обратном предельном случае, когда длина звуковой волны много меньше радиуса кривизны траектории электрона  $r_H$ , в выражении для  $F$  достаточно удержать лишь первое слагаемое, которое в  $v/s$  раз больше последнего и в  $\omega v/\Omega s$  раз больше второго слагаемого. В этом же приближении можно считать, что  $g = i\omega \Lambda_{ik} u_{ik} - eEv$ .

Электроны в проводнике не только демпфируют звуковую волну, но и могут способствовать переносу звукового сигнала со скоростью, значительно превышающей скорость основного сигнала  $s$  и достигающей фермиевской скорости  $v_F$ . Звуковой сигнал может распространяться электронами либо в виде аномальных волн, аналогичных волнам Ройтера — Зондгеймера [9], либо (при  $H \perp k$ ) в виде узких всплесков аналогично электронному переносу электромагнитного поля из скин-слоя в глубь металла [10]. Это приводит к появлению предвестников звукового сигнала при возбуждении его в виде коротких импульсов [11,12]. Поскольку механизм электронного переноса звука определяется баллистическими свойствами носителей заряда, исследование распространения звука в импульсном режиме может служить удобным спектроскопическим методом изучения закона дисперсии носителей заряда.

В проводниках, размеры которых меньше или порядка  $l$ , как уже было отмечено выше, чрезвычайно велико влияние поверхности образца на электронную систему. Помимо ПАВ, поле смещений ионов и электромагнитное поле, порожденное звуком\*, на всей глубине образца чувствительны к состоянию поверхности металла. Взаимодействие носителей заряда с поверхностью обычно описывают с помощью граничного условия к кинетическому уравнению, которое связывает функции  $\chi$  падающих и отраженных электронов на границе образца и представляет собой интегральное соотношение следующего вида [13–20]:

$$\begin{aligned} \chi_s^>(p) &= \chi_s^<(\vec{p}) + \\ &+ P \int w(p, p') \left[ \chi_s^<(p') - \chi_s^<(\vec{p}) \right] d^3 p' \equiv W \chi_s^<(\vec{p}), \\ \chi_s(p) &\equiv \chi(r_s, p). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь индексы «>» и «<» указывают на отраженные и падающие на поверхность электроны соответственно. Интегрирование в правой части (1.8) проводится по всем состояниям электронов, падающих на границу образца в точке  $r_s$ ;  $P$  — интегральная вероятность их рассеяния, а нормированная на единицу индикатриса рассеяния  $w$  удовлетворяет условию отсутствия тока через поверхность проводника. Случай  $P = 0$  соответствует чисто зеркальному отражению носителей заряда, когда поверхность образца является достаточно совершенной и не содержит примесных атомов. При этом строгая корреляция между падающим и отраженным электронами обеспечивается условиями сохранения энергии и тангенциальных компонент квазиимпульса:

$$\epsilon(p) = \epsilon(\vec{p}), \quad [pn] = [\vec{p}n]. \quad (1.9)$$

Здесь  $n$  — единичный вектор внутренней нормали к поверхности.

Условие (1.9) может иметь несколько решений для  $\vec{p}$  при заданном значении  $p$ , что означает наличие нескольких каналов зеркального отражения. Такая ситуация может быть связана не только с невыпуклостью изоэнергетической поверхности, но и с наличием нескольких полостей ПФ в одной элементарной ячейке импульсного пространства. Многоканальное зеркальное отражение может осуществляться и в простых (щелочных) металлах благодаря периодичности закона дисперсии носителей заряда, так как в результате упругого соударения с поверхностью образца электрон может испытывать переброс на другую полость изоэнергетической поверхности, расположенную в соседней элементарной ячейке импульсного пространства. Граничное условие (1.8) легко обобщить на случай нескольких неэквивалентных состояний для зеркально отраженного электрона [21,22]:

$$\begin{aligned} \chi_{sN}^>(p) &= Q_{NM} \chi_{sM}^<(\vec{p}) + \\ &+ \int w_{NM}(p, p') \left[ \chi_{sM}^<(p') - \chi_{sM}^<(\vec{p}) \right] d^3 p'. \end{aligned} \quad (1.10)$$

\* В тех случаях, когда звук возбуждается электромагнитным способом, порожденной является акустическая волна. В дальнейшем мы не будем различать чисто филологические термины, связанные с различными механизмами возбуждения звука в проводящих ток кристаллах.

Индексы  $N, M$  нумеруют каналы отражения, импульсы  $\vec{p}_M$  сопряжены с  $p$  условиями зеркального отражения (1.9), а величины  $Q_{NM}$  при  $N \neq M$  имеют смысл вероятностей переброса электрона на другие каналы зеркального отражения.

Граничные условия к макроскопическим уравнениям (1.2) и (1.6) определяются условиями эксперимента и обычно сводятся к заданию на поверхности образца поля смещений либо электромагнитного поля в зависимости от способа возбуждения колебаний.

## 2. Распространение звука через металлическую пластину в параллельном магнитном поле

### 2.1. Коэффициент поглощения ультразвука

Одной из типичных для размерных магнитоакустических эффектов является задача о прохождении ультразвука через металлическую пластину, помещенную во внешнее магнитное поле, параллельное ее поверхности. Условия, при которых толщина образца  $d$  намного превышает длину звуковой волны  $2\pi k^{-1}$ , но не превосходит длину свободного пробега носителей заряда  $l$  относительно внутриобъемного рассеяния, так что

$$1 \ll kd < kl, \quad (2.1)$$

вполне соответствуют современным экспериментальным возможностям. При этом можно не учитывать искажения поля деформаций вблизи границы образца в основном приближении по малому параметру  $(kd)^{-1}$ . Влияние поверхности проводника проявляется в том, что распределение взаимодействующих с ней носителей заряда существенно неоднородно и чувствительно к ее состоянию.

Коэффициентом поглощения монохроматической звуковой волны  $\Gamma$  обычно называют декремент убывания ее амплитуды с расстоянием  $x$  от поверхности  $x_s = 0$ , вблизи которой возбуждается звуковая волна:

$$u = u_0 \exp \{ (ik - \Gamma)x - i\omega t \}.$$

Экспоненциальное затухание звука — следствие однородности среды и локального при не слишком больших частотах  $\omega$  характера линейных уравнений (1.2). В случае нарушения однородности, связанного с ограниченностью размеров проводника, как правило, определяют интегральное поглощение энергии звуковых волн исходя из скорости ее диссипации в образце. Диссипативная функция

электронов складывается из работы деформационной силы в единицу времени и джоулевых потерь. Деленная на плотность входящего в образец потока звуковой энергии  $\rho s |\dot{u}(0)|^2 / 2$ , эта величина определяет относительное ослабление звукового сигнала «на выходе» ( $x_s = d$ ), которое обычно измеряют в экспериментах. Таким образом, эффективный коэффициент поглощения звука, усредненный по толщине образца, имеет вид

$$\Gamma = \frac{1}{2\rho s |\dot{u}(0)|^2} \operatorname{Re} \int_0^d \frac{dx}{d} \left( f_d \dot{u}^* + j\vec{E}^* \right) \quad (2.2)$$

для каждой из трех нормальных поляризаций падающей звуковой волны.

Коэффициент поглощения неодинаков для чисто продольной и чисто поперечной звуковых волн. В случае сдвиговых волн джоулевы потери, связанные с наличием поперечных электрических полей, вообще говоря, сравнимы с деформационным поглощением, а в сильных магнитных полях ( $kr_H \ll 1$ ) индукционный механизм затухания звука может оказаться доминирующим над остальными механизмами. Учет электрического поля, возбужденного в металле продольной звуковой волной, при  $kr_H \gg 1$  практически не изменяет коэффициент затухания, а в правой части кинетического уравнения достаточно удержать лишь член, содержащий деформационный потенциал, пренебрегая остальными слагаемыми. В этом случае для коэффициента поглощения справедлива формула

$$\Gamma = \frac{k^2}{2\rho s d} \operatorname{Re} \int_0^d dx \langle \Lambda \psi \rangle, \quad \Lambda_{xx} \equiv \Lambda, \quad (2.3)$$

и задача сводится к нахождению амплитуды электронного неравновесного распределения

$$\psi = \chi / k\omega u \quad (2.4)$$

из кинетического уравнения

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \left( ik + \frac{\partial}{\partial x} \right) + \nu - i\omega \right\} \psi = \Lambda. \quad (2.5)$$

Явный вид интеграла столкновений, учитывающего внутриобъемное рассеяние носителей заряда, не влияет существенным образом на характер магнитоакустических эффектов, и ниже мы воспользуемся приближением времени релаксации

$$\hat{\nu} \psi = \nu (\psi - \langle \psi \rangle / \langle 1 \rangle) \approx \nu \psi.$$

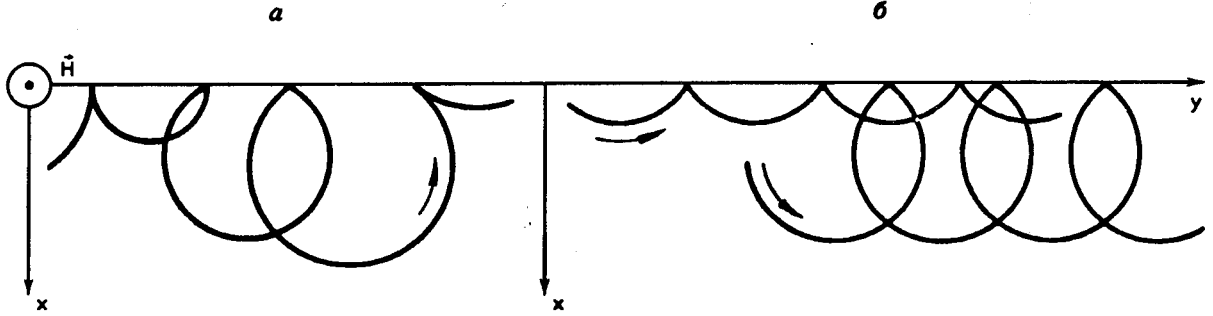


Рис. 1. Типы орбит электронов, скользящих вдоль поверхности металла, в параллельном магнитном поле при диффузном рассеянии (а) и при зеркальном отражении границей проводника (б).

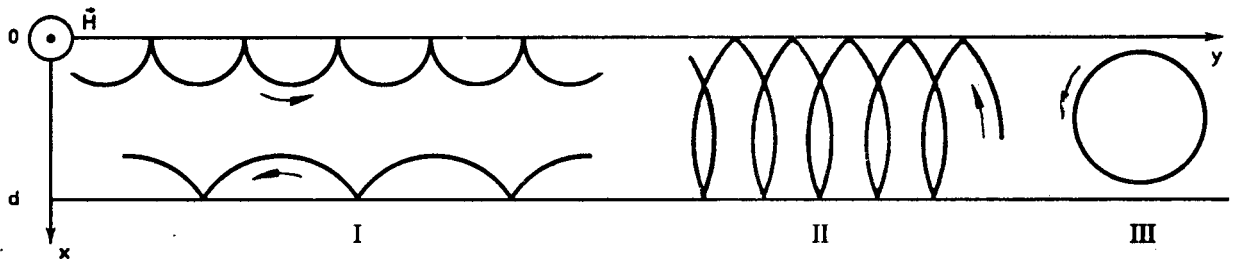


Рис. 2. Типы электронных орбит в тонком слое металла, помещенном в параллельное ему слабое магнитное поле при зеркальном отражении электронов границей металла.

Решение уравнения (2.5), полученное методом характеристик,

$$\psi(\lambda_n, \tau) = f \left( x - \int_{\lambda_n}^{\tau} dt' v_x(t') \right) G(\lambda_n, \tau) + \int_{\lambda_n}^{\tau} dt' \Lambda(t') G(t', \tau), \quad (2.6)$$

$$\lambda_n < \tau < \lambda_{n-1};$$

$$G(\alpha, \beta) \equiv \exp \left\{ \int_{\alpha}^{\beta} dt (i\omega - \nu - ikv(t)) \right\},$$

содержит произвольную функцию  $f$ , постоянную на траектории электрона в промежутках между столкновениями с поверхностью проводника и испытывающую скачки в моменты  $\lambda_n$  его соударений с поверхностью образца. Эту функцию следует найти с помощью граничного условия (1.8).

Внешнее магнитное поле, искривляя траектории зарядов, существенно влияет на характер их движения. В случае, когда ПФ не имеет открытых сечений, электроны, не сталкивающиеся с границами образца, обращаются по замкнутым орбитам с частотой  $\Omega = eH/m^*c$ . При  $r_H \ll d$  лишь небольшая часть носителей заряда ( $\sim r_H/d$ ) непосредственно взаимодействует с поверхностью образца. Сила Лоренца возвращает эти заряды к отразившей их поверхности, заставляя двигаться по «открытой» траектории в плоскости  $xu$ , перпендикулярной вектору  $\mathbf{H}^*$  (рис. 1). В пластинах с высокой степенью полировки поверхностей такая траектория, изломанная зеркальными отражениями, является периодической (рис. 1,б). В более слабых магнитных полях при одноканальном отражении, когда максимальный размер  $D_{\max}$  сечения ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$  превосходит  $eHd/c$ , имеются три типа электронных траекторий в пластине (рис. 2). При зеркальном одноканальном отражении границей образца электрон не покидает траектории данного типа, тогда как диффузность либо многоканальность поверхностного отражения приводят к тому, что между траекториями типа I и II

\* Направление магнитного поля везде принимаем за ось  $z$ .

возможны переходы. Однако хорошо известно, что электроны эффективно взаимодействуют со звуковой волной, лишь двигаясь вдоль ее фронта, т.е. вблизи точек поворота на траектории, в которых  $kv = \omega \ll kv_F$ . Поскольку фронт звуковой волны параллелен поверхности пластины, отрезки орбит типа II оказываются «неэффективными», и при вычислении коэффициента поглощения в основном приближении по малому параметру  $(kd)^{-1}$  их можно игнорировать. Замкнутые орбиты III возможны лишь для электронов вблизи опорных точек ПФ. При  $r_H \gg d$  их доля весьма мала  $(-d/r_H)^2$ , так что основную роль в поглощении звука играют электроны, «скользящие» вдоль поверхности образца по траектории типа I.

Множественно используя граничное условие в виде рекуррентного соотношения

$$\psi(\lambda_n, \lambda_n) = \hat{W} \psi(\lambda_{n+1}, \lambda_n), \quad (2.7)$$

нетрудно получить решение кинетического уравнения для этой группы носителей заряда. Оно представляет собой сумму возмущений, испытываемых электроном в звуковом поле на отдельных отрезках его траектории, разделенных соударениями с границей образца. Принимая точку  $v_x = 0$  за начало отсчета фазы электрона на каждом отрезке его орбиты и предполагая, что ПФ симметрична относительно плоскости  $p_x = \text{const}$ , выражение для функции  $\psi_0$  электронов, сталкивающихся с поверхностью  $x_s = 0$ , представляем в виде

$$\begin{aligned} \psi_0 = & \int_{-\lambda}^{\tau} dt' \Lambda(\tau') G(\tau', \tau) + \\ & + G(-\lambda, \tau) \sum_{n=0}^{\infty} (\hat{W}G(-\lambda, \lambda))^n \int_{-\lambda}^{\lambda} dt' \Lambda(\tau') G(\tau', \lambda). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Аналогичный вид имеет функция  $\psi_d$  для электронов, скользящих вдоль противоположной грани пластины  $x_s = d$ . Новая переменная  $\lambda$  определяет ближайший к  $\tau$  момент соударения электрона с поверхностью образца и удовлетворяет условию

$$x - x_s = \int_{-\lambda}^{\tau} dt' v_x(\tau'). \quad (2.9)$$

Ее максимальное значение  $\lambda_m$  равно  $\pi/\Omega$  лишь для электронов, диаметры полных орбит которых  $cD_y/eH$  (с периодом  $2\pi/\Omega = 2\pi m^*c/eH$ ) не превышают толщину образца. Если же  $cD_y/eH > d$ , то

максимальное значение  $\lambda_m$  определяется из условия

$$\int_0^{\lambda_m} dt v_x(\tau) = d, \quad (2.10)$$

и для большинства значений  $p_z$  время  $2\lambda$  между двумя столкновениями с поверхностью образца ограничено величиной

$$2\lambda_m = 2 \left( \frac{2d}{|\dot{v}_x(0)|} \right)^{1/2}, \quad \dot{v}_x \equiv \frac{\partial v_x}{\partial \tau}. \quad (2.11)$$

С помощью переменной  $\lambda$  выражение для коэффициента поглощения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma = & \frac{2eHk^2}{\rho s d c (2\pi\hbar)^3} \text{Re} \int_0^{p_z \text{ max}} dp_z \times \\ & \times \int_0^{\lambda_m} d\lambda v_x(\lambda) \int_{-\lambda}^{\lambda} dt \Lambda(\tau) (\psi_0 + \psi_d). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Дальнейший расчет можно провести, зная явный вид функции  $w$ . В ряде случаев она может быть вычислена микроскопически [20]. Однако расчеты с привлечением различных моделей индикатрисы рассеяния  $w$  (гауссово распределение, ступенчатая функция) показывают, что результат слабо чувствителен к ее конкретному виду. Тем не менее зависимость  $\Gamma$  от  $H$  в большой степени определяется состоянием поверхности проводника. Вероятность диффузного рассеяния носителей заряда границей образца возрастает с увеличением угла подлета  $\theta$  электрона к поверхности пластины и, как показал Андреев [18], при малых  $\theta$  пропорциональна  $\theta$  ( $P = \beta\theta$ ). В случае  $r_H \gg d$  характерные значения  $\theta$  для «скользящих» эффективных электронов малы ( $\theta \approx (d/r_H)^{1/2} \ll 1$ ), что облегчает реализацию близкого к зеркальному отражения этой группы носителей заряда. При этом их движение мало отличается от квазипериодического, и следует ожидать резонансное поглощение звука.

## 2.2. Квазистатический размерный эффект

В квазистатическом случае, когда  $\omega \ll \nu$  и звуковое поле в образце практически не меняется за время свободного пробега электронов, их взаимодействие с поверхностью приводит к тому, что коэффициент поглощения в магнитном поле

$$\Gamma(H) \geq \Gamma(0). \quad (2.13)$$

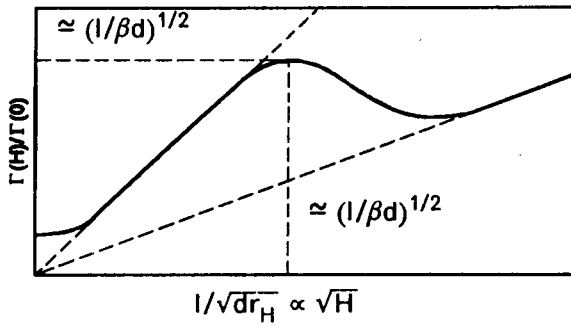


Рис. 3. Зависимость коэффициента поглощения ультразвука тонким слоем металла от  $\sqrt{H}$  в параллельном ему слабом магнитном поле.

Знак равенства соответствует случаю чисто диффузного рассеяния электронов, а  $\Gamma(0) = n_0 \epsilon_F \omega / \rho s^2 v_F$  ( $n_0$  — плотность электронов) совпадает с вычисленным Пиппардом [23] значением коэффициента поглощения звука в массивном проводнике при  $H = 0$ .

В предельно слабых магнитных полях ( $\sqrt{dr_H} \gg l$ ) имеет место линейный рост  $\Gamma$  с магнитным полем независимо от степени совершенства поверхности образца:

$$\Gamma(H) = \Gamma(0) \left( 1 + a \frac{l^2}{dr_H} \right), \quad (2.14)$$

где  $a$  — коэффициент порядка единицы, зависящий от формы ПФ

Более интересен случай не слишком слабых магнитных полей, когда

$$d \ll \sqrt{dr_H} \ll l. \quad (2.15)$$

При этом столкновения эффективных электронов с внутриобъемными рассеивателями сравнительно редки, и в полной мере проявляется характер их взаимодействия с границами проводника.

При зеркальном отражении поверхностью электрон за время между столкновениями с одной и той же гранью пластины проходит путь, совпадающий по порядку величины с  $\sqrt{dr_H}$ , и для  $\Gamma$  справедлива формула

$$\Gamma(H) = \Gamma(0) l / \sqrt{dr_H}, \quad (2.16)$$

которая учитывает, сколько раз за время свободного пробега электрон возвращается в плоскость одной и той же фазы звуковой волны. Такое резонансное поглощение звука аналогично известному возрастанию  $\Gamma$  с магнитным полем в массивных проводниках при  $r_H \ll l$  [24]. Однако в тонком образце эффект наблюдается в более слабых магнитных полях ( $\sqrt{dr_H} < l$ ). На рис. 3 схематически представлены результаты расчета  $\Gamma$  как функции  $\sqrt{H}$  при  $l, r_H \gg d$  [23, 25]. Сравнение этих кривых

с экспериментальными результатами позволит судить о характере взаимодействия электронов с поверхностью металла и оценить параметры индикатрисы рассеяния, а по положению максимума можно определить коэффициент  $\beta$ , характеризующий состояние поверхности образца. Квазистатистический размерный резонанс в тонких образцах не требует очень высокой зеркальности отражения электронов. В случае  $r_H \gg l$  следует отметить рост поглощения примерно в полтора раза уже при  $P = 0,8$ .

### 2.3. Частотный резонанс

В случае более высоких частот звукового поля последнее успевает существенно измениться за время  $2l$  движения электрона, сталкивающегося с одной из поверхностей пластины, между двумя соседними точками поворота. При этом наиболее эффективно взаимодействуют со звуковой волной те носители заряда, период движения которых кратен  $2\pi/\omega$ , т.е.

$$\omega l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.17)$$

Условие (2.17) обеспечивает резонансное поглощение звука такими электронами. Этот эффект является аналогом акустического циклотронного резонанса в массивном проводнике [26, 27], но может наблюдаться при меньших напряженностях магнитного поля, так как условие  $2\pi r_H < l$ , препятствующее размытию резонанса внутриобъемным рассеянием носителей заряда, заменяется в тонком образце более слабым условием  $r_H < l^2/2d$ . Осцилляции коэффициента поглощения формируются электронами с экстремальными периодами  $2\lambda_{me} \equiv 2\lambda_m(p_{ze})$ , и при зеркальном отражении их поверхностью образца осциллирующая часть  $\Gamma$  имеет вид

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-2n\nu\lambda_{me})}{(2n\omega\lambda_{me})^{3/2}} \sin\left(2n\omega\lambda_{me} \pm \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.18)$$

и оказывается квазипериодической функцией  $H^{-1/2}$  [22].

### 2.4. Магнитоакустические осцилляции, обусловленные многоканальностью поверхностного отражения электронов

Многоканальное отражение существенно изменяет вид приповерхностных электронных орбит в параллельном магнитном поле и, следовательно, условия взаимодействия носителей заряда со звуковой волной. Допустим, что имеется не более



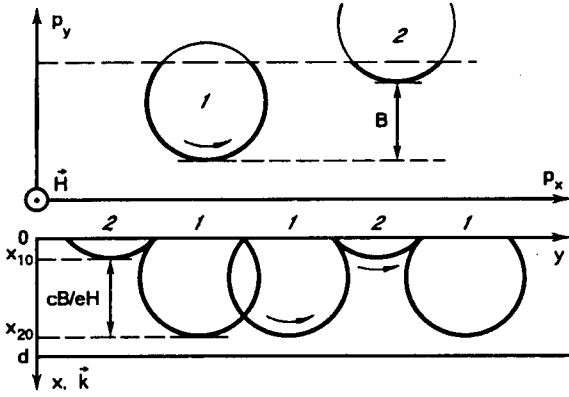


Рис. 4. Возникновение «смешанных» приповерхностных электронных орбит при двухканальном отражении носителей заряда поверхностью образца.

двух каналов зеркального отражения электронов, причем перебросы происходят между двумя выпуклыми полостями ПФ :

$$\epsilon(p_1) = \epsilon(p_2) = \epsilon_F, \quad p_2 - p_1 = 2\pi\hbar b. \quad (2.19)$$

Обобщение на случай произвольного числа каналов отражения и произвольной формы ПФ не представляет затруднений.

Электроны, сталкивающиеся с одной из граней образца, движутся по «смешанным» траекториям, состоящим из отрезков орбит на разных полостях ПФ, и точки поворота, в которых  $v_x = 0$ , оказываются на различной глубине (рис. 4). Если расстояние между ними  $cB/eH$  кратно длине волны звука, то поглощение энергии звуковых волн в квазистатическом случае оказывается таким же, как и при одноканальном зеркальном отражении. С изменением магнитного поля кратность  $cB/eH$  длине звуковой волны периодически нарушается и восстанавливается, когда  $cB/eH$  изменяется на величину, равную длине звуковой волны. Это приводит к осцилляторной зависимости  $\Gamma$  от  $H^{-1}$  [22,28], аналогичной осцилляциям Пиппарда в массивных образцах [24].

Если перебросы электронов происходят между двумя эквивалентными полостями ПФ, совместимыми параллельным переносом на вектор  $2\pi\hbar b$ , расположенный в плоскости  $(p_x, p_y)$ , то расстояния

$$\frac{cB}{eH} = \frac{2\pi\hbar b c}{eH} |\sin \varphi| \quad (2.20)$$

не зависит ни от  $p_z$ , ни от пространственных координат точек поворота ( $\varphi$  — угол между  $b$  и осью  $p_x$ ). При этом амплитуда осцилляций  $\Gamma$  не зависит от  $H$  в целой области магнитных полей и значительно превышает амплитуду осцилляций Пиппарда в образце, толщина которого сравнима с  $r_H$ .

Функция  $\psi$  электронов, взаимодействующих с границей образца, является суммой двух компонент  $\psi_N$ , каждая из которых описывает распределение носителей заряда, находящихся на  $N$ -й полости ПФ, и имеет вид

$$\psi_N = A_N G(0, \tau_N) + \int_0^{\tau_N} dt' \Lambda_N G(t', \tau_N). \quad (2.21)$$

Здесь орбитальное время  $\tau$  отсчитывается от последнего момента соударения с границей  $\tau_N = \tau - \lambda_N$ , а функции  $A_N$  постоянны на траектории электрона в промежутках между столкновениями с поверхностью и испытывают скачки в моменты  $\lambda_N$ . Функции  $A_N$  следует определить из граничного условия (1.10), которое, пренебрегая поверхностным рассеянием, представляем в виде

$$\psi_N(0, 0) = Q \psi_M(0, -T_M) + P_N \psi_N(0, -T_N), \quad (2.22)$$

$$N, M = 1, 2; \quad N \neq M,$$

где  $T_N$  — время прохождения отрезка траектории между столкновениями с поверхностью электроном на  $N$ -й полости ПФ:

$$\int_{\lambda_N}^{\lambda_N + T_N} dt v_x \equiv \int_0^{T_N} dt v_x = 0;$$

$P_N$  — вероятности зеркального отражения электрона, движущегося по строго периодическим траекториям с периодами  $T_N$ ;  $Q$  — вероятность нарушения этой периодичности.

Уравнения (2.22) представляют собой систему двух алгебраических уравнений относительно функций  $A_N$ . Решая ее, получаем

$$A_N = \frac{\alpha_N [P_N(G_N - P_M) + Q^2] + \alpha_M G_M Q}{(G_1 - P_1)(G_2 - P_2) - Q^2}, \quad (2.23)$$

$$N \neq M, \quad N, M = (1, 2).$$

Здесь

$$\alpha_N = \int_{\lambda_N - T_N}^{\lambda_N} \Lambda_N(\tau) G(\tau, \lambda_N) d\tau;$$

$$G_N \equiv G_N(\lambda_N - T_N, \lambda_N).$$

В результате для вклада в коэффициент поглощения звука электронов на «смешанных» орбитах оказывается справедливой формула

$$\delta\Gamma(H) = \frac{2k^2 eH}{\rho c d s (2\pi\hbar)^3} \text{Re} \int dp_z \times \int \frac{d\tau_1}{v_x^{-1}(0) - v_x^{-1}(\tau_1)} \sum_N \int_0^{\tau_N} d\tau'_N \Lambda_N \psi_N(\tau'_N, 0). \quad (2.24)$$

Пределы интегрирования по  $p_z$  и  $\tau$  с помощью простых геометрических соображений выбираются таким образом, чтобы переход между полостями ПФ был разрешен условиями зеркального отражения электронов, а точки поворота на отрезках «смешанной» траектории, в которых электрон эффективно взаимодействует со звуковым полем, одновременно помещались в образце. Осциллирующая часть коэффициента поглощения оказывается равной

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) \frac{l}{d} \Phi(H) \cos \frac{kcB}{eH}, \quad (2.25)$$

$$\Phi(H) = \begin{cases} 0, & H < H_1 \equiv \frac{cB}{ed}, \\ \frac{H}{H_1} - 1, & 0 < H - H_1 \ll H_1, \\ \text{const} \approx 1, & H > H_d \equiv \frac{cD_{y \max}}{ed}, \end{cases}$$

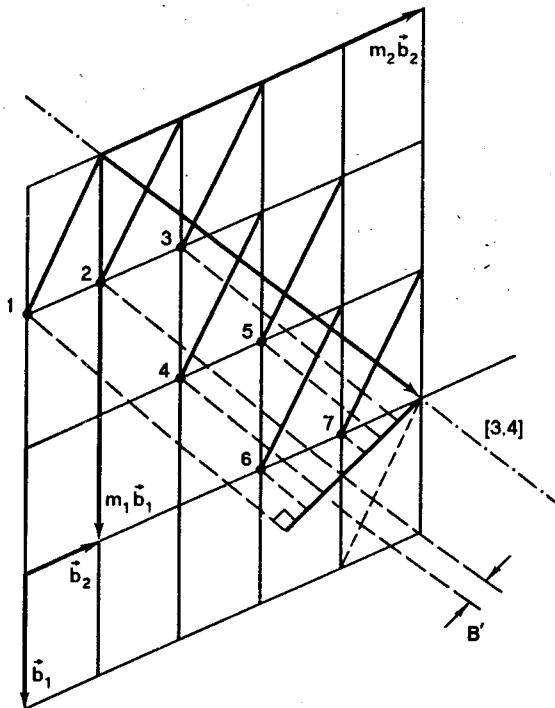


Рис. 5. Прямая, параллельная направлению  $(m_1 m_2)$ , неэквивалентным образом пересекает  $(m_1 + m_2)$  элементарных ячеек плоской решетки с базисными векторами  $b_1, b_2$ .

где  $D_y$  — размер сечения ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$  (вдоль оси  $p_y$ ).

В отличие от осцилляций Пиппарда, период рассмотренных осцилляций коэффициента поглощения  $\Pi(H^{-1}) = 2\pi e/kcB$  определяется не формой, а взаимным расположением отдельных полостей ПФ в импульсном пространстве, т.е. вектором  $\mathbf{b}$ . Если  $\mathbf{b}$  совпадает с периодом обратной решетки в плоскости  $q_x q_y$  ( $\rho = 2\pi\hbar\mathbf{q}$ ), то рассмотренный пример с  $N = 1, 2$  является частным случаем более общей ситуации, когда в схеме повторяющихся зон имеется несколько неэквивалентных пересечений:

$$[\rho_N \mathbf{n}] = \text{const}, \quad \varepsilon(\rho_N) = \varepsilon_F.$$

Пусть, например, в плоскости  $q_x q_y$  ячейка обратной решетки  $(b_1 b_2)$  содержит одну выпуклую кривую  $\varepsilon(\mathbf{q}) = \varepsilon_F, q_z = \text{const}$ , а ось  $q_x$  параллельна направлению  $(m_1 m_2)$  ( $m_1, m_2$  — положительные целые числа, не имеющие общего делителя). Простое геометрическое построение (рис. 5) показывает, что при этом на орбите электрона, сталкивающегося с одной из граней пластины, может быть не более чем  $m_1 + m_2$  неэквивалентных участков, а их сдвиг относительно друг друга вдоль нормали к поверхности образца кратен расстоянию

$$\frac{cB'}{eH} = \frac{2\pi\hbar c}{eH} \frac{|[b_1 b_2]|}{|m_1 b_1 + m_2 b_2|}.$$

Нетрудно убедиться, что в этом случае осцилляции  $\Gamma$  с периодом  $\Pi(H^{-1}) = 2\pi e/kcB'$  имеют место в полях  $H < cB'/ed$ , причем в полях  $H > H_d$  их амплитуда не зависит от магнитного поля и по порядку величины совпадает с  $\Gamma(0)(l/d)$ .

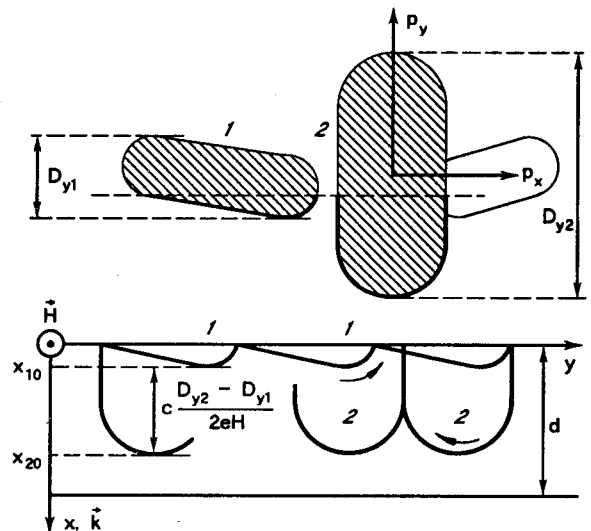


Рис. 6. Возникновение «смешанных» приповерхностных траекторий на примере висмута. Схематическое изображение ПФ висмута: электронный (1) и дырочный (2) эллипсоиды.

При перебросах электронов между неэквивалентными полостями ПФ (не совместимыми друг с другом параллельным переносом) расстояние между точками поворота на траектории электрона  $x_{20} - x_{10}$  зависит от переменной  $p_z$ . Интегрирование по  $p_z$  в формуле (2.23) методом стационарной фазы приводит к появлению малого множителя  $(kr_H)^{-1/2}$  в выражении для амплитуды осцилляций, которая при  $r_H = d$  оказывается такой же по порядку величины, как и амплитуда осцилляций Пиппарда:

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) \frac{l}{d\sqrt{kr_H}} \eta(H) \cos\left(\frac{kdH_-}{H} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.26)$$

Функция  $\eta(H)$  совпадает с функцией  $\Phi(H)$ , если  $H_1$  и  $H_d$  заменить величинами  $H_-$  и  $H_+$  соответственно, где  $H_{\pm} \equiv |D_{y1 \max} \pm D_{y2 \max}|(c/2ed)$ .

Экспериментально этот случай может быть реализован, например, в висмуте, ПФ которого схематически показана на рис. 6: так называемая бисекторная ось  $p_x$  пересекает электронный (1) и дырочный (2) эллипсоиды, размеры которых вдоль тригональной оси  $p_y$  существенно различны ( $D_{y1 \max} / D_{y2 \max} \approx 0,15$ ). Если магнитное поле направлено по бинарной оси  $p_z$ , то некоторые из «скользящих» траекторий оказываются «смешанными» (рис. 6). Они состоят как из электронных, так и из дырочных участков, точки поворота которых при  $H > H_-$  одновременно помещаются в образце. При этом должна наблюдаться следующая зависимость коэффициента затухания звука, проходящего через образец, от магнитного поля: в полях  $H < H_-$  в образце полностью помещаются лишь электронные орбиты, и  $\Gamma(H)$  испытывает пиппардовские осцилляции с относительно большим периодом  $2\pi/kc D_{y1 \max}$ . Затем при  $H_- < H < (H_- + H_+)$  на них накладываются более быстрые осцилляции с периодом  $2\pi/kdH_-$ , а при  $H > (H_- + H_+)$  появляется также период  $2\pi e/c k D_{y2 \max}$ .

Экспериментальное обнаружение в тонком образце с гладкой поверхностью магнитоакустических осцилляций с дополнительными периодами по сравнению с массивным образцом (например, в полуметаллах) свидетельствовало бы о многоканальности отражения носителей заряда границами образца. По величине периода этих осцилляций можно определить взаимное расположение полостей ПФ в импульсном пространстве. При невыпуклой ПФ несколько каналов зеркального отражения возможны также в случае, когда электрон

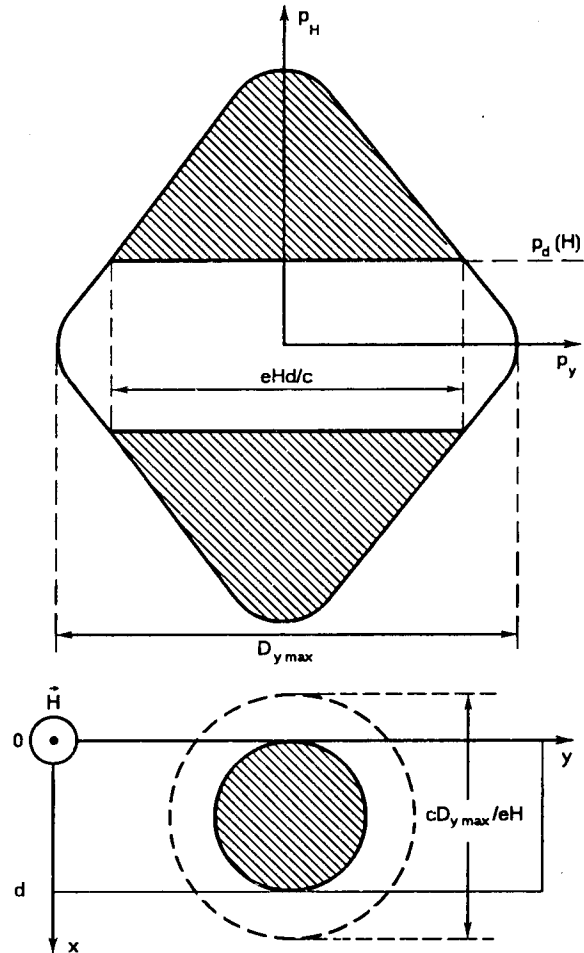


Рис. 7. Акустический циклотронный резонанс на неэкстремальных орбитах в тонком слое металла. При  $H < H_d \equiv cD_{y \max} / ed$  в слое помещаются лишь орбиты электронов, находящихся на заштрихованной части ПФ. При диффузном поверхностном рассеянии основной вклад в резонанс вносят электроны вблизи граничных сечений  $p_z = \pm p_d$ .

не покидает одну полость ПФ. В этом случае осцилляции, обусловленные многоканальности зеркального отражения, содержат информацию о форме плоских сечений ПФ.

### 2.5. Акустический циклотронный резонанс на неэкстремальных сечениях поверхности Ферми

Рассмотренные выше явления — наиболее характерные примеры размерных магнитоакустических эффектов, обусловленных высокой степенью зеркальности отражения «скользящих» электронов поверхностью металлической пластины, помещенной в параллельное ей магнитное поле. Диффузное поверхностное рассеяние носителей заряда в слабых магнитных полях должно, на первый взгляд, препятствовать резонансному поглощению энергии звуковых волн в проводнике, поскольку

оно нарушает периодичность движения электронов, сталкивающихся с границами образца.

При  $H \perp k$  в проводнике с выпуклой замкнутой ПФ электроны, расположенные в импульсном пространстве вблизи центрального сечения, формируют пиппардовские осцилляции коэффициента поглощения звука. В тонком же образце в полях  $H \leq H_d \equiv cD_{y, \max}/ed$  эти электроны, диффузно рассеиваясь границами образца, не могут участвовать в резонансе, и объемные осцилляционные эффекты отсутствуют (рис. 7).

Однако в металлическом слое при  $H < H_d$  часть электронов, не испытывая поверхностного рассеяния, обращается по полным орбитам с периодом  $T(p_z) = 2\pi m^*(p_z)c/eH$ . Это орбиты с  $p_d < |p_z| < p_{z, \max}$ , центры которых достаточно удалены от границ образца, а граничное значение проекции импульса  $p_d$  определяется из условия  $cD_y(p_d)/eH = d$ . Электроны на граничном сечении ПФ плоскостью  $p_z = p_d(H)$  оказываются выделенными и при  $\omega > \Omega$  несут ответственность за акустический циклотронный резонанс вместо электронов на центральном сечении ПФ [29]. Взаимодействие со звуковым полем носителей заряда с максимальным диаметром орбиты, помещающимся в образце, приводит к немонотонной зависимости  $\Gamma$  от  $H$ , которая, однако, выражена слабее, чем в массивном проводнике. Аналогичный характер имеет резонансное поглощение энергии электромагнитных волн в тонкой пластине, наблюдавшееся Володиным, Хайкиным и Эдельманом [30].

Вклад электронов, не сталкивающихся с границами образца, в коэффициент поглощения звуковой волны, распространяющейся вдоль нормали к поверхности пластины, в соответствии с общей формулой (2.3) можно представить в виде

$$\delta\Gamma = \frac{2eHk^2}{\rho sc(2\pi\hbar)^3} \operatorname{Re} \int_{p_d(H)}^{p_{z, \max}} dp_z \left(1 - \frac{cD_y(p_z)}{eHd}\right) \times \int_0^{T(p_z)} dt \Lambda(\tau) \psi(\tau, -\infty), \quad (2.27)$$

где множитель в скобках появляется в результате вырождения таких состояний электронов по положениям центра орбиты  $x_c$ , удовлетворяющим неравенствам

$$\frac{cD_y(p_z)}{2eH} < x_c < d - \frac{cD_y(p_z)}{2eH},$$

а  $\psi(\tau, -\infty)$  — решение кинетического уравнения для электронов, не взаимодействующих с поверхностью образца:

$$\psi(\tau, -\infty) = \int_{-\infty}^{\tau} dt' \Lambda(t') G(\tau', \tau). \quad (2.28)$$

Нетрудно убедиться, что в условиях акустического циклотронного резонанса при диффузном поверхностном рассеянии носителей заряда зависимость коэффициента поглощения  $\Gamma$  от величины магнитного поля обусловлена лишь электронами, орбиты которых полностью помещаются в образце. При этом в случае  $H > H_d$  коэффициент поглощения ведет себя так же, как и в массивном проводнике, и осциллирует с периодом  $\Pi(H^{-1}) = [\omega cm^*(0)/e]^{-1}$ , где  $m^*(0)$  — значение циклотронной массы на центральном сечении ПФ.

Интерес представляет случай неквадратичного электронного спектра, когда эффективные массы различны на различных сечениях ПФ. При этом осцилляции  $\Gamma(H)$  периодичны по  $H^{-1}$  при  $H > H_d$  и неперiodичны при  $H < H_d$ . Если  $H < H_d$ , то осциллирующая часть  $\Gamma$  имеет вид

$$\delta\Gamma = \gamma(H) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-n\nu T_d)}{n^2} \cos(n\omega T_d), \quad (2.29)$$

$$T_d \equiv T(P_d(H)),$$

а плавная функция  $\gamma(H)$  по порядку величины совпадает с  $\Gamma(0)(v_F/\omega d)^2$ .

В отличие от случая акустического резонанса в массивном проводнике, при  $H < H_d$  осцилляции формируются различными группами электронов при различных значениях магнитного поля. Поэтому фаза осцилляций не линейна по  $H^{-1}$ , а является, вообще говоря, более сложной функцией магнитного поля. Характер функциональной зависимости  $\delta\Gamma(H)$ , однако, можно установить для любой конкретной модели электронного энергетического спектра и, сравнивая результат с экспериментальными данными, проверить адекватность этой модели. Таким образом, акустический циклотронный резонанс на неэкстремальных сечениях ПФ в металлической пластине может принести существенную пользу при восстановлении закона дисперсии носителей заряда.

Этот высокочастотный резонансный эффект имеет место также и при чисто зеркальном отражении носителей заряда границей образца. Электроны, диаметр орбиты которых равен толщине пластины по-прежнему являются выделенными, поскольку с увеличением диаметра сечения поверхности Ферми неизбежно происходит излом траектории электрона при столкновении с поверхностью

образца, который приводит к корневой зависимости периода движения такого электрона от проекции импульса на направление магнитного поля [31]. Поскольку размерный акустический циклотронный резонанс формируют носители заряда, не сталкивающиеся с поверхностью образца, при любом ее состоянии справедливы приведенные выше формулы. Однако наблюдать этот эффект более удобно в образцах с несовершенной поверхностью, когда резонансное взаимодействие со звуковой волной «поверхностных» электронов значительно ослаблено.

### 3. Резонансное поглощение звука, распространяющегося вдоль тонкой пластины

Электроны проводимости, дрейфующие вдоль направления распространения звука, резонансным образом взаимодействуют со звуковой волной, если за период своего движения они смещаются вдоль  $k$  на целое число длин акустических волн, и на их траекториях имеются точки стационарной фазы, где  $kv = \omega$ , т.е. некоторое время электрон движется в фазе с акустической волной. Резонансные пики поглощения соответствуют тем значениям сильного магнитного поля, при которых длине волны звука кратно либо экстремальное смещение электрона вдоль  $k$  за период, либо смещение электрона на граничном сечении ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$ , которое разделяет области эффективных и неэффективных (нет ни одной точки стационарной фазы на траектории) электронов [32].

При распространении звуковых волн вдоль поверхности пластины даже в отсутствие открытых сечений ПФ и при любой ориентации магнитного поля возможен дрейф носителей заряда в направлении волнового вектора  $k$ . В магнитном поле, параллельном поверхности металлической пластины и ортогональном  $k$ , «объемные» электроны на замкнутых орбитах не участвуют в резонансе и вносят вклад лишь в осцилляции Пиппарда. В отсутствие открытых сечений ПФ резонансным образом взаимодействуют со звуковой волной лишь электроны, зеркально отражаемые границей образца. При одноканальном зеркальном отражении поверхностью металла траектории этих электронов являются строго периодическими, и период резонансных осцилляций как функция обратной величины магнитного поля определяется экстремальной хордой  $D_{ex}$  вдоль оси  $p_x$  сечений ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$ .

Декремент затухания звука в резонансе

$$\Gamma_{\text{res}}(H) = \Gamma(0) \frac{r_H}{d} q(kr_H)^{-1/2} \ln(kl_{\text{eff}}), \quad (3.1)$$

$$l_{\text{eff}}^{-1} = l^{-1} + (1 - q)/r_H$$

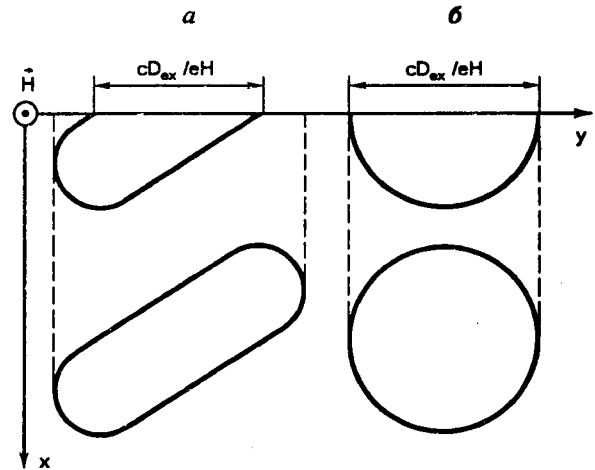


Рис. 8. Период размерных осцилляций, формируемых электронами на траектории на рис. 8,б, совпадает с периодом осцилляций Пиппарда, а на траектории на рис. 8,а — существенно отличается не него.

пропорционален вероятности зеркального отражения  $q$  «резонансных» электронов и логарифмически расходится при  $l_{\text{eff}} \rightarrow \infty$  (разумеется, в пределах линейного приближения уравнений теории упругости по деформации кристалла), если на длине экстремальной хорды ПФ вдоль оси  $p_x$  укладывается целое число длин звуковых волн, умноженных на  $eH/c$ .

В тех случаях, когда плоскость, ортогональная вектору  $k$ , совпадает с плоскостью симметрии кристалла, названная выше хорда равна экстремальному диаметру ПФ. Резонансные осцилляции декремента затухания звука как функции обратной величины магнитного поля возможны лишь при близком к зеркальному отражению носителей заряда, нормально падающих на поверхность металла, а период этих осцилляций совпадает с периодом осцилляций Пиппарда (рис. 8). Если орбиты резонансных электронов в импульсном пространстве не симметричны относительно оси  $p_y$ , то экстремальная хорда не совпадает с экстремальным диаметром  $D_e$ , и исследование магнитоакустического резонанса в этих условиях позволяет получить дополнительную информацию о ПФ, которая не может быть получена с помощью магнитоакустических эффектов в безграничном образце.

При многоканальном зеркальном отражении носителей заряда границей образца их траектория уже не периодична. В случае, когда возможно не более двух каналов зеркального отражения, функции  $\psi_N$  описываются формулами (2.22), (2.24). Величины  $A_N$  приобретают резонансные значения лишь тогда, когда  $G_1$  и  $G_2$  близки к единице, т.е. когда на каждом отрезке пути электрона вдоль  $k$  между двумя соседними столкновениями с границей образца  $\Delta y_N = y_N(\lambda) - y_N(\lambda - T_N)$  укладыва-

ется целое число длин волн  $2\pi/k$ . Мало вероятно, чтобы переборс с экстремальной орбиты ПФ, на которой  $D_{ex}$  кратно  $2\pi eH/cv$ , на иной канал зеркального отражения обеспечил кратность величины  $2\pi eH/cv$ , соответствующей хорде второго канала. Следовательно, для выделенных (с одной из экстремальных хорд) орбит электронов величины  $G_1, G_2$  уже не будут одновременно близки к единице. В этом случае ответственными за резонансные осцилляции являются электроны, принадлежащие граничному сечению ПФ, на котором изменяется число каналов зеркального отражения, т.е.  $Q$  обращается в нуль. Период данных осцилляций определяется экстремальной хордой этого граничного сечения, которое уже не совпадает с экстремальным диаметром ПФ даже в случае ее высокой симметрии. Однако  $\Gamma(H)$  при  $l \rightarrow \infty$  остается конечной величиной, так как  $\Delta u_N$  не экстремальна как функция  $p_z$ , и логарифмической расходимостью в результате обладает лишь производная  $\Gamma(H)$  по магнитному полю.

При нарушении ортогональности векторов  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  «объемные» электроны, дрейфующие вдоль  $\mathbf{k}$ , включаются в формирование резонансных осцилляций, которые обладают более сильной, дробно-степенной особенностью при  $l \rightarrow \infty$ , что значительно затрудняет наблюдение размерного магнитоакустического резонанса.

В слабом магнитном поле, параллельном поверхности пластины ( $r_H > d$ ), со звуковой волной эффективно взаимодействуют электроны проводимости, сталкивающиеся с обеими гранями пластины (траектории этих электронов типа II на рис. 2). Резонансными являются электроны центрального сечения ПФ, падающие нормально на одну из граней пластины. Вычисления резонансной части декремента затухания звука в этом случае приводят к следующему результату [25]:

$$\Gamma_{res}(H) = \Gamma(0) \left( \frac{cp_0}{eHkd^2} \right)^{1/2} \times \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3/2} \exp \left( -2n \frac{d}{l_{eff}} \right) \sin \left( n \frac{ekHd^2}{cp_e} + \frac{\pi}{4} \right), \quad (3.2)$$

где  $p_e$  — радиус кривизны центрального сечения ПФ в точке стационарной фазы  $kv = \omega$ ; здесь  $l_{eff}^{-1} = l^{-1} + (2 - q - q')d^{-1}$ , а  $q$  и  $q'$  — вероятности зеркального отражения резонансного электрона гранями  $x_s = 0, d$ .

При отклонении магнитного поля от поверхности образца на угол  $\theta$  резонансным образом в силь-

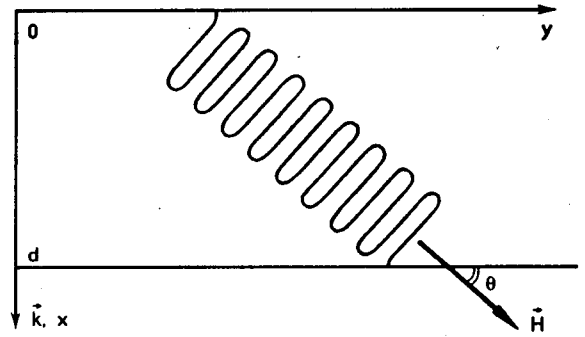


Рис. 9. Траектория электрона в наклонном к поверхности магнитном поле.

ных магнитных полях ( $r_H \ll d$ ) электроны взаимодействуют также с волной, распространяющейся вдоль нормали к поверхности пластины (рис. 9). Резонанс наступает при  $(kr_H)^{-1} < \theta$ , т.е. когда смещение электронов за период вдоль волнового вектора больше длины звуковой волны. При  $(kr_H)^{-1} \ll \theta < d/l$  резонанс формируют в основном «объемные» электроны, и  $\Gamma(H)$  имеет такой же вид, как и в массивных образцах. При  $\theta > d/l$  интенсивность резонансных пиков увеличивается вместе с отношением времени движения заряда от одной грани пластины к другой к периоду движения в магнитном поле, поскольку в наклонном магнитном поле зеркальные отражения электронов границей образца всегда нарушают периодичность его движения. В этой области углов с увеличением  $\theta$  уменьшается время движения резонансных электронов по участку траектории, обладающей периодичностью, что приводит к уменьшению интенсивности резонанса с ростом  $\theta$  при любом характере отражения носителей заряда металлической поверхностью.

При  $\theta \gg d/l$  декремент затухания звуковых волн в тонком проводнике ( $d \ll l$ ) помимо резонансных осцилляций испытывает осцилляционные изменения зондгеймеровского типа с ростом  $H$ .

#### 4. Магнитоакустические явления в условиях эффекта Зондгеймера

##### 4.1. Природа осцилляций Зондгеймера

Эффект Зондгеймера [33] обусловлен фокусирующим воздействием сильного магнитного поля на носители заряда, дрейфующие от одной поверхности образца к другой. Электроны на замкнутых сечениях ПФ пересекают образец, двигаясь по винтовой траектории и смещаясь за период обращения в магнитном поле

$$\frac{2\pi}{\Omega} = \frac{c}{eH} \frac{\partial S_H}{\partial \epsilon}$$

в глубь образца на расстояние

$$\Delta = 2\pi r(p_z) = \sin \theta \frac{c}{eH} \left| \frac{\partial S_H}{\partial p_z} \right|, \quad (4.1)$$

где  $S_H$  — площадь сечения ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$ . Кратность толщины образца  $d$  смещению  $\Delta$  периодически нарушается и восстанавливается с изменением величины магнитного поля, что и приводит к осцилляционной зависимости кинетических характеристик проводника от магнитного поля.

В формировании осцилляций Зондгеймера участвуют лишь электроны из окрестностей сечений ПФ с выделенными значениями  $\partial S_H / \partial p_z$ . Это, во-первых, граничные значения  $\partial S_H / \partial p_z$  в опорных точках ПФ, а также экстремальные значения  $\partial S_H / \partial p_z$  в случае невыпуклой ПФ.

Период осцилляций

$$\Pi(H) = \frac{c}{ed} \sin \theta \left| \frac{\partial S_H}{\partial p_z} \right|$$

содержит вполне конкретную информацию о локальных характеристиках ПФ, а их амплитуда чувствительна к состоянию поверхности металла, т.е. к механизму релаксации в электронной системе, обусловленному рассеянием носителей заряда на границе образца.

Эффект Зондгеймера не обязательно связан с диффузностью такого рассеяния, как это и поныне утверждается во многих работах. Детальный анализ гальваномагнитных явлений в тонких проводниках показал, что причиной осцилляционной зависимости кинетических характеристик от величины магнитного поля и толщины образца является неоднородность внешних полей, нарушающих равновесное состояние электронной системы. Поскольку поле деформаций и электрическое поле, сопровождающее звуковую волну, всегда неоднородны (масштаб неоднородности задан длинами звуковой и электромагнитной волн), эффект Зондгеймера имеет место при любом состоянии поверхности металлического слоя, через который распространяется звуковая волна.

#### 4.2. Затухание продольного звука

Рассмотрим затухание продольной звуковой волны

$$u = (0, 0, u), \quad u \sim \exp(ikz - i\omega t),$$

распространяющейся вдоль магнитного поля по нормали к металлическому слою ( $0 \leq z \leq d$ ), поверхности которого совпадают с плоскостями симметрии кристалла [34]. В случае выполнения условий

$$r_H \ll k^{-1} \ll d < l \quad (4.2)$$

поле звуковой волны слабо неоднородно на расстояниях порядка  $r_H$ , однако за время свободного пробега электрона «успевает» многократно проявиться неоднородность внешних полей. Если расстояние между квантованными уровнями энергии электрона много меньше температурного размытия фермиевской функции распределения электронов, то квантовые осцилляционные эффекты ничтожно малы, и их можно не учитывать. Направленные вдоль магнитного поля продольные акустические колебания не возбуждают в изотропном проводнике поперечные электрические поля, а в анизотропном проводнике эти поля невелики, и джоулевыми потерями можно пренебречь. Поглощение энергии звуковой волны осуществляется в основном посредством деформационного механизма, т.е. выражение для величины  $\Gamma$ , следуя общей формуле (2.2), можно представить в виде

$$\Gamma = \frac{k}{2\rho s} \text{Re} \int_0^d \frac{dz}{d} \langle \Lambda_{zz} \left( k - i \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi \rangle = \frac{eHk}{\rho s c (2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \text{Re} \int_0^d \frac{dz}{d} \int dp_z \int_0^{2\pi/\Omega} d\tau \Lambda_{zz} \left( k - i \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi(z, p_z, \tau). \quad (4.3)$$

Здесь амплитуда неравновесной части электронного распределения удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\left( \alpha_{\pm} + \frac{\partial}{\partial \tau} \pm |v_z| \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi_{\pm} = \Lambda_{zz}, \quad (4.4) \\ \alpha_{\pm} = \nu - i\omega \pm ik|v_z|,$$

где индексы «+» и «-» соответствуют знаку  $v_z$ . В сильном магнитном поле учет зависимости средней скорости дрейфа электрона от орбитальной координаты  $\tau$  не приводит к существенным изменениям осцилляционной зависимости  $\Gamma$  от  $H$ , и в выражении для  $\psi^{\pm}$  время движения заряда от одной грани пластины к противоположной можно положить равным  $d/\bar{v}_z$ :

$$\bar{v}_z = \left| (2\pi m^*)^{-1} \frac{\partial S_H}{\partial p_z} \right|.$$

В случае зеркального отражения носителей заряда поверхностью пластины выражение для  $\psi^{\pm}$  имеет вид

$$\psi^{\pm} = \sum_n \Lambda_n e^{in\Omega\tau} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\alpha_n^\pm} + \frac{2ikv_z}{\alpha_n^+ \alpha_n^-} \frac{1 - \exp(\alpha_n^\pm d / \bar{v}_z)}{1 - \exp(-2d\alpha_n / \bar{v}_z)} \varphi^\pm(z) \right\}, \quad (4.5)$$

$$\alpha_n = \nu - i\omega + in\Omega;$$

$$\varphi^+(z) = \exp\left(-\frac{\alpha_n^+ z}{\bar{v}_z}\right); \quad \varphi^-(z) = \exp\left(-\frac{(d-z)\alpha_n^-}{\bar{v}_z}\right).$$

Здесь  $\Lambda_n$  — коэффициенты разложения деформационного потенциала в ряд Фурье:

$$\Lambda_{zz}(\tau) = \sum_n \Lambda_n \exp(in\Omega\tau). \quad (4.6)$$

В случае продольного звука нулевая гармоника в этом разложении не обращается в нуль. Слагаемые, содержащие  $\Lambda_0$ , вносят основной вклад в плавную часть коэффициента поглощения, которая совпадает с  $\Gamma(0)$  по порядку величины.

Наличие осцилляционной зависимости  $\Gamma$  от  $H$  обусловлено ненулевыми гармониками в разложении  $\Lambda_{zz}$ , и, как нетрудно убедиться, осциллирующая часть коэффициента поглощения имеет вид

$$\delta\Gamma = \frac{2k^2 m^*}{\pi^2 \rho s d \hbar^3} \operatorname{Re} \sum_{\substack{n=1 \\ m=\pm}}^{\infty} \left( \frac{\alpha_n}{\alpha_n^+ \alpha_n^-} \right)^2 \int_0^{p_0} dp_z v_z |\Lambda_n|^2 \times \\ \times \left[ \exp\left(-\frac{2m\alpha_n d}{\bar{v}_z}\right) - \cos(kd) \exp\left(-\frac{(2m-1)\alpha_n d}{\bar{v}_z}\right) \right]. \quad (4.7)$$

Амплитуда осцилляций существенно зависит от вида функции  $r(p_z)$ . Если  $r(p_z)$  — монотонная функция, то за осцилляции Зондгеймера ответственны только электроны из окрестностей опорных точек ПФ. Следует учесть, что ненулевые гармоники деформационного потенциала обращаются в нуль в опорной точке, и вблизи нее

$$|\Lambda_n|^2 \approx f_n (1 - p_z^2 / p_0^2) \Lambda_0^2, \quad f_n \leq 1.$$

В результате для осциллирующей части коэффициента поглощения оказывается справедливым выражение

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) k r_0 \left(\frac{r_0}{d}\right)^3 \times \\ \times \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{f_n}{n^4} \left\{ \frac{1}{4m^2} \exp\left(-\frac{2mdv}{v_0}\right) \cos\left(2mn \frac{d}{r_0}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\cos(kd)}{(2m-1)^2} \exp\left(-\frac{(2m-1)dv}{v_0}\right) \cos\left((2m-1) \frac{nd}{r_0}\right) \right\}, \quad (4.8)$$

где  $r_0, v_0, p_0$  — значения  $r(p_z), v_z, p_z$  в опорной точке ПФ. Амплитуда осцилляций  $\Gamma_0(kr_0)(r_0/d)^3$  убывает с ростом  $H$  пропорционально  $H^{-4}$ , а период  $\Pi = 2\pi c/e\sqrt{K}$  определяется гауссовой кривизной ПФ  $K$  в опорной точке.

В проводниках, ПФ которых имеет сечения  $p_z = p_1$  с экстремальным дрейфом электронов вдоль  $H$  за период обращения, вклад электронов на таких сечениях в  $\delta\Gamma$  значительно превышает вклад электронов из окрестностей опорных точек ПФ и имеет вид

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) k r_1 \left(\frac{r_1}{d}\right)^{3/2} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{|\Lambda_n(p_1)|^2}{\Lambda_0^2} \frac{1}{n^{3/2}} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{2m}} \exp\left(-\frac{2mdv}{v_1}\right) \cos\left(2mn \frac{d}{r_1} + \frac{\pi}{4}\right) - \right. \\ \left. - \frac{\cos(kd)}{\sqrt{2m-1}} \exp\left(-\frac{vd(2m-1)}{v_1}\right) \times \right. \\ \left. \times \cos\left((2m-1) \frac{nd}{r_1} + \frac{\pi}{4}\right) \right\}, \quad (4.9)$$

$$r_1 = r(p_1); \quad v_1 = \bar{v}_z(p_1).$$

Если площадь сечения ПФ  $S_H(p_z)$  с точностью до членов порядка  $r_H/d \ll 1$  можно аппроксимировать линейной функцией  $p_z$  в интервале с относительной шириной  $\delta$ , то для всех электронов этого слоя смещение в глубь металла за период одинаково, и амплитуда осцилляций Зондгеймера существенно возрастает и при зеркальном отражении достигает величины  $\Gamma(0)(r_H/d)kr_H\delta$ . Есть основания полагать, что подобным свойством обладает ПФ кадмия [35].

При диффузном поверхностном рассеянии все направления отражения носителей заряда равновероятны, и функция  $\psi$  для отраженных электронов на поверхности проводника является постоянной величиной. В этом случае решение кинетического уравнения можно представить в виде

$$\psi^+ = \sum_n \Lambda_n \frac{\exp(in\Omega\tau)}{\alpha_n^+} (1 - \varphi^+(z)) + \\ + F^+ \exp\left(-\frac{vz}{\bar{v}_z} - ikz\right); \quad (4.10)$$



$$\psi^- = \sum_n \Lambda_n \frac{\exp(in\Omega t)}{\alpha_n} (1 - \varphi^-(z)) + F^- \exp\left(-\frac{\nu(d-z)}{v_z} + ik(d-z)\right),$$

где  $F^+$  и  $F^-$  легко определить из условия равенства нулю нормальной к поверхности образца компоненты электрического тока:

$$\langle ev_z \psi \rangle \Big|_{z=0} = \langle ev_z \psi \rangle \Big|_{z=d} = 0. \quad (4.11)$$

Несложные вычисления приводят к следующим выражениям для осцилляций коэффициента поглощения, обусловленных электронами из окрестностей опорной точки ПФ:

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) \cos(kd) \exp\left(-\frac{\nu d}{v_0}\right) \left(\frac{r_0}{d}\right)^3 \sum_n \frac{f_n}{n^3} \cos n \frac{d}{r_0} \quad (4.12)$$

и электронами с экстремальным дрейфом вдоль магнитного поля:

$$\delta\Gamma = \Gamma(0) \cos(kd) \exp\left(-\frac{\nu d}{v_1}\right) \left(\frac{r_1}{d}\right)^{3/2} \times \sum_n \frac{|\Lambda_n(p_1)|^2}{\Lambda_0^2} \frac{1}{n^{3/2}} \cos\left(\frac{nd}{r_1} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (4.13)$$

Таким образом, величина амплитуды осцилляций Зондгеймера определяется не только формой ПФ, но и характером поверхностного рассеяния электронов. Значение  $\delta\Gamma$  нетрудно вычислить при произвольном характере отражения носителей заряда границей образца. Экспериментальные исследования осцилляционной зависимости  $\Gamma$  от  $H$  позволяют изучить механизм релаксации электронов проводимости, связанный с рассеянием их поверхностью металла.

#### 4.3. Размерные эффекты для сдвиговых волн

Распространение звука поперечной поляризации  $u = (u_x, u_y, 0)$  вдоль внешнего магнитного поля существенно отличается от случая продольной волны [36]. Это отличие связано с важной ролью сопровождающих сдвиговую волну вихревых электромагнитных полей, в частности поля Лоренца  $c^{-1}[\dot{u}H]$ . При  $kr_H \ll 1$  в выражении для действующей на решетку электронной силы (1.2) основным является токовое слагаемое, а в правой части кинетического уравнения (1.5) — полевое слагаемое, и система уравнений для смещения  $u$  и электрического поля принимает вид

$$u'' + k^2 u = -[jH]/\rho_s^2 c; \quad (4.14)$$

$$E'' = -\frac{4\pi i\omega}{c^2} j. \quad (4.15)$$

В случае изотропного металла удобно ввести циркулярно поляризованные компоненты полей

$$u_{\pm} = u_x \pm iu_y, \quad \tilde{E}_{\pm} = c \frac{E_x \pm iE_y}{H\omega}$$

и переписать уравнение (4.14) следующим образом:

$$u''_{\pm} + k^2 u_{\pm} \pm \gamma \tilde{E}''_{\pm} = 0, \quad (4.16)$$

где  $\gamma = H^2/\rho_s^2 4\pi$  — коэффициент связи. В реальных металлах величина  $4\pi\rho_s^2 \approx 10^{13}$  г/см $\cdot$ с $^2$ , так что практически во всем диапазоне достижимых в настоящее время статических магнитных полей коэффициент  $\gamma$  следует считать малым. В квазистатическом диапазоне частот ( $\omega \ll \nu$ ) продольными электрическим полем и током в силу электронейтральности металла можно пренебречь.

Для того чтобы найти распределение электрических полей, необходимо вычислить тензор электропроводности  $\sigma_{ik}$ . В массивном образце связь между электрическим полем и током является локальной:

$$j_i = \sigma_{ik} \left(E_k - \frac{i\omega}{c} [uH]_k\right) \equiv \sigma_{ik} \tilde{E}_k, \quad (4.17)$$

а для  $\sigma_{ik}$  справедливы выражения

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = \frac{n_0 ec}{H}; \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{n_0 ec}{H} \frac{r}{l}. \quad (4.18)$$

Таким образом, в массивном проводнике уравнение (4.15) имеет вид

$$\tilde{E}''_{\pm} + \kappa_{\pm}^2 (\tilde{E}_{\pm} \mp u_{\pm}) = 0, \quad (4.19)$$

где

$$\kappa_{\pm}^2 \equiv \left(\frac{4\pi i\omega}{c^2}\right) (\sigma_{xx} \pm i\sigma_{yx}).$$

При  $u = 0$  уравнение (4.19) имеет решение с поляризацией «-»

$$\tilde{E}_{-}^{(0)}(z) \sim \exp\left[\frac{iz\omega_0}{c} \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^{1/2} \left(1 + i \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yx}}\right)\right]. \quad (4.20)$$

представляющее собой слабозатухающую волну — геликон.

В тонком металлическом слое в силу нелокальной связи плотности тока с внешними силами уравнения (4.14) и (4.15) являются интегродифференциальными. Их анализ удастся достаточно полно произвести в случае, когда масштабы неоднородностей, связанных с наличием границ образца и с длиной звуковой волны, существенно

различны. Длина волны геликона оказывается слабо чувствительной к внутриобъемному рассеянию электронов, а его поглощение зависит от состояния поверхности металлического слоя. В случае диффузного поверхностного рассеяния электронов поглощение геликона не зависит от толщины металлического слоя:

$$\text{Im } \kappa_{-d} = \frac{3r_H}{16} \text{Re } \kappa_{-} = \frac{3}{16} \left( \frac{\omega}{\Omega} \frac{8\pi n_0 \epsilon_F}{H^2} \right)^{1/2}. \quad (4.21)$$

Совместное решение уравнений (4.14) и (4.15) описывает связанные звуковые и электромагнитные волны. Максимальное сближение дисперсионных кривых «квазизвуковой» и «квазиэлектромагнитной» ветвей колебаний — геликон-фононный резонанс — наступает при  $H = H_0 \equiv 4\pi n_0 e s / kc$  и сопровождается интенсивным возбуждением электромагнитной волны.

В сильном магнитном поле основную роль в затухании звука играют джоулевы потери. При  $H \neq H_0$  коэффициент поглощения испытывает осцилляции зондгеймеровского типа. В сильных магнитных полях, когда  $h \equiv H/H_0 \gg 1$ , основной масштаб неоднородности электрического поля в образце задается длиной звуковой волны, и  $\Gamma(H)$  имеет вид

$$\Gamma(H) = \frac{3n_0 m v_0}{16 \rho s d} \times \left[ 1 + \frac{8d}{3l} + 8 \left( \frac{r_0}{d} \right)^2 e^{-d/l} \cos(kd) \cos \frac{d}{r_0} \right], \quad (4.22)$$

$H \gg H_0.$

Если выполняется неравенство  $v(kc/\omega_0)^2 \ll s$ , то резонансное значение поля  $H_0$  попадает внутрь исследуемой области магнитных полей  $kr_H$ ,  $|k|r_H \ll 1$ , и существует еще один диапазон, в котором осцилляции поглощения звука имеют ту же природу, что и зондгеймеровские:

$$h_1 \ll h \ll 1; \quad h_1^{3/2} \equiv \left( \frac{kc}{\omega_0} \right)^2 \frac{v}{s}.$$

Здесь масштаб неоднородности электрического поля задается длиной электромагнитной волны  $k/\sqrt{h}$ , и  $\Gamma(H)$  имеет вид

$$\Gamma(H) = \frac{3n_0 m v_0}{32 \rho s d} \times \left[ 1 + \frac{8d}{3l} + 8 \left( \frac{r_0}{d} \right)^2 e^{-d/l} \cos \frac{kd}{\sqrt{h}} \cos \frac{d}{r_0} \right], \quad (4.23)$$

$$H_1 \ll H \ll H_0.$$

при этом собственно зондгеймеровские осцилляции модулируются более медленными с фазой  $kd/\sqrt{h}$ .

В обоих приведенных выше случаях осцилляции формируются электронами из окрестностей опорных точек ПФ. Для несферичной ПФ фазу  $d/r_0$  следует заменить величиной  $-2\pi e H d / c S'_H(p_0)$ , а амплитуда сохраняет свой порядок величины.

В рассматриваемой области магнитных полей ( $h \gg h_1$ ) коэффициент поглощения звука наряду с зондгеймеровскими может испытывать осцилляции иной природы, обусловленные интерференцией «квазизвуковой» и «квазигеликонной» частей эффективного электрического поля в образце. Пренебрегая быстро затухающими компонентами поля (пропорциональными  $\exp[-kz/\sqrt{h}]$ ), получаем

$$\Gamma(h) = \frac{3n_0 m v_0}{32 \rho s d} \left( 1 + \frac{8d}{3l} \right) \times \left[ 1 + \frac{h^2}{(1+h)^2} + \frac{2h}{(1-h)^2} \times \left[ 1 - \frac{\sin(kd(1-h^{-1/2}))}{kd(1-h^{-1/2})} \right] \right], \quad h \gg h_1. \quad (4.24)$$

Период этих осцилляций

$$\Pi(H^{-1/2}) = \frac{1}{d} \left( \frac{\pi c}{n_0 e \omega} \right)^{1/2}$$

универсален и для данной толщины образца зависит лишь от плотности носителей заряда  $n_0$  и от частоты звука  $\omega$ .

### 5. Затухание ультразвука в тонком слое нормального металла, граничащего со сверхпроводником

Рассмотренные размерные акустоэлектронные эффекты траекторного типа связаны с возможностью возвращения электрона в плоскость постоянной фазы звуковой волны благодаря не только искривлению электронных орбит магнитным полем, но и отражению границей образца. Отражающей поверхностью могут служить как граница металл-вакуум, так и граница раздела кристаллитов либо межфазная граница, разделяющая нормальную ( $N$ ) и сверхпроводящую ( $S$ ) фазы металла.

Исследование затухания ультразвука в тонком слое нормального металла на сверхпроводящей подложке позволяет детально изучить специфическое андреевское отражение носителей заряда  $NS$  границей, которое происходит с изменением знака

скорости заряда (если его энергия отличается от энергии Ферми на величину, меньшую щели в сверхпроводнике) [37]. Экспериментально исследовать андреевское отражение наиболее удобно в промежуточном состоянии сверхпроводника, а в сверхпроводниках второго рода (фаза Шубникова) — в неоднородном магнитном поле, когда лишь часть образца находится в сверхпроводящем состоянии.

Рассмотрим тонкий слой металла на сверхпроводящей подложке, когда выполнено условие (2.1), а магнитное поле параллельно внешней поверхности образца ( $x_s = 0$ ) и  $NS$  границе ( $x_s = d$ ), и проанализируем влияние взаимодействия зарядов с межфазной границей на поглощение продольного звука [38].

Хотя андреевское отражение имеет принципиально квантовый характер, движение заряда в промежутках между соударениями с границей является квазиклассическим. Это позволяет при вычислении кинетических характеристик нормальной фазы воспользоваться решением кинетического уравнения Больцмана (1.5) с граничным условием, учитывающим андреевское отражение на  $NS$  границе:

$$\psi^>(d, n_p) = -Q\psi^<(d, -n_p), \quad n_p = p/|p|, \quad (5.1)$$

где величина  $Q$ , зависящая, вообще говоря, от угла подлета заряда к границе, имеет смысл вероятности андреевского отражения.

Звук, распространяющийся перпендикулярно слою металла, поглощается в основном носителями заряда, скользящими вдоль поверхности металла, «объемными» электронами, а также зарядами, сталкивающимися с  $NS$  границей и совершающими движение по траектории типа I, II на рис. 10.

В случае низкочастотного звука ( $\omega \tau \ll 1$ ), когда звуковое поле практически не меняется за время свободного пробега носителей заряда, наличие  $NS$  границы, не влияя на плавную зависимость от  $H$  коэффициента поглощения звука слоем металла, приводит к геометрическим осцилляциям  $\Gamma(H)$  в магнитных полях, при которых характерный ларморовский радиус  $r_H$  удовлетворяет условию

$$r_H < d < 2r_H. \quad (5.2)$$

Взаимодействие заряда со звуковым полем наиболее эффективно, когда расстояние  $L$  между точками на его траектории, в которых вектор скорости лежит в плоскости постоянной фазы звука, кратно целому числу звуковых волн:

$$kL = 2\pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

При этом выделенными оказываются касающиеся границы проводника траектории электронов (рис. 11), принадлежащих сечению  $p_z = p_e$  ПФ, для которого

$$\left. \frac{\partial L}{\partial p_z} \right|_{p_z = p_e} = 0.$$

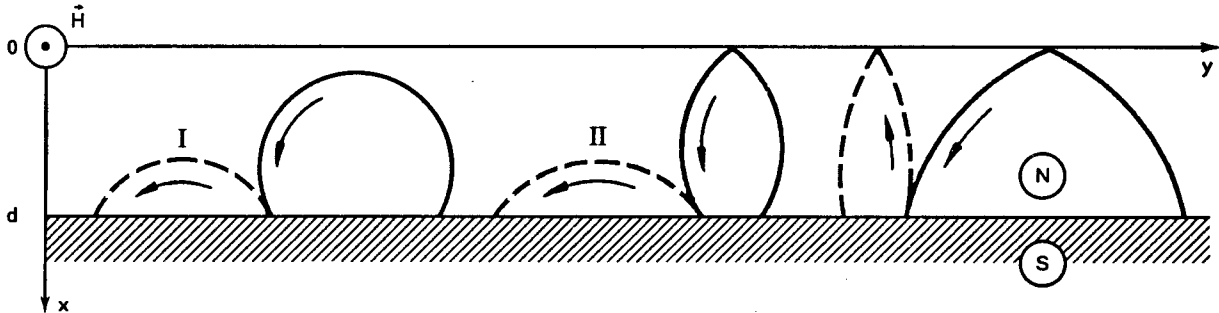


Рис. 10. Возможные типы периодических траекторий носителей заряда, взаимодействующих с  $NS$  границей.

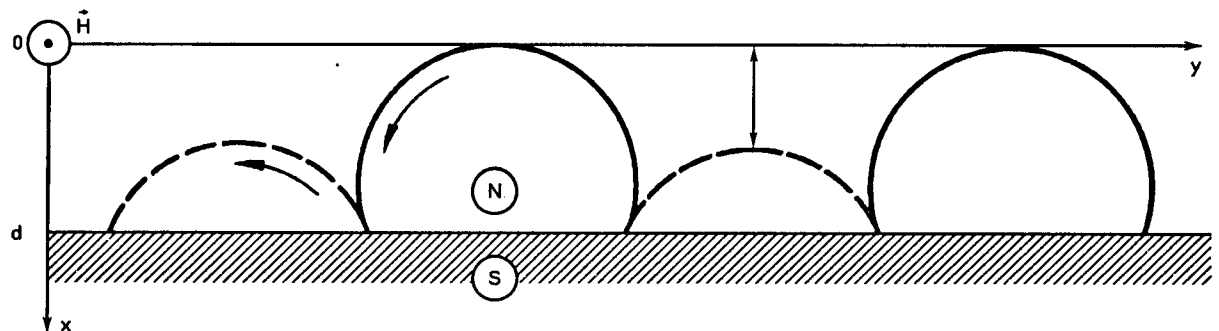


Рис. 11. Траектории носителей заряда, формирующих осцилляции коэффициента поглощения ультразвука металлическим слоем на сверхпроводящей подложке.

Осциллирующая часть коэффициента поглощения имеет вид

$$\delta\Gamma(H) = \frac{\Gamma(0)Q}{1 - Q^2 \exp(-\nu T(p_e)/\tau)} \frac{1}{\sqrt{kL_e}} \sin(kL_e + \gamma), \quad (5.3)$$

$$kL_e \gg 1.$$

Это выражение справедливо при  $r_H \ll kl^2$ , т.е. при условии, что участок траектории, на котором заряд движется почти параллельно волновому фронту, значительно меньше длины свободного пробега  $l$ .

При частотах звука, превышающих ларморовскую частоту электронов  $\omega > \Omega \gg \nu$ , звуковое поле уже нельзя считать стационарным, и носители заряда могут резонансным образом взаимодействовать со звуковой волной. В области магнитных полей, в которой выполнено условие (5.2), возникает серия резонансных линий в поглощении звука, совпадающих с линиями акустического циклотронного резонанса в массивном проводнике:

$$\omega T(p_e) = 2\pi n; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial p_z} \right|_{p_z=p_e} = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Резонансные осцилляции коэффициента поглощения  $\Gamma$  формируются выделенной группой носителей заряда с экстремальным периодом движения в магнитном поле

$$\delta\Gamma(H) = \Gamma(0) \sum_{n=1}^{\infty} [n\omega T(p_e)]^{-1/2} \times \exp\left(-n \frac{T(p_e)}{\tau}\right) Q^{2n} \cos(n\omega T(p_e) + \gamma'). \quad (5.4)$$

Величины  $\gamma$  и  $\gamma'$  в формулах (5.3) и (5.4) зависят от конкретного вида ПФ.

В более слабых магнитных полях ( $r_H > d$ ), когда происходит отсечка линий «объемного» акустического резонанса, осцилляционная зависимость  $\Gamma(H)$  сохраняется, однако амплитуда осцилляций оказывается существенно меньшей, чем при выполнении условия (5.2). При зеркальном отражении электронов поверхностью образца осцилляционная зависимость  $\Gamma$  от  $H$  формируется в основном электронами, взаимодействующими как с  $NS$  границей, так и с внешней границей (рис. 10, траектории типа II). Если рассеяние электронов поверхностью  $x_s = 0$  близко к диффузному, то акустический резонанс связан с зарядами на траектории с неэкстремальным диаметром.

При достаточно низких температурах необходимо учитывать квантование энергии квазичастиц в магнитном поле, которое приводит к специфическим осцилляционным эффектам [39].

## 6. Квантовые магнитоакустические эффекты

Квантование движения электронов проводимости сказывается на их взаимодействии с акустическими колебаниями металла, когда расстояние между уровнями энергии электрона  $\Delta\epsilon_F$  (например, между уровнями Ландау  $\Delta\epsilon_F = \hbar\Omega$ ) вблизи энергии Ферми превышает температуру  $T$ , а также эффективную температуру Дингла [40], учитывающую столкновительное уширение уровней:

$$\Delta\epsilon_F > T + \hbar\nu. \quad (6.1)$$

В настоящее время в чистых образцах эти условия легко достижимы (при температурах жидкого гелия условие  $\hbar\Omega > T$  выполнимо при  $H \geq 10^4$  Э). Тем не менее в немагнитных проводниках к настоящему времени известны лишь немногие квантовые магнитоакустические эффекты. Наиболее характерный из них — осцилляции поглощения звука в условиях магнитного квантования [41] — связан с тем, что поглощение звука резко возрастает, когда очередной уровень Ландау со значением  $p_z = p_n$ , отобраным законами сохранения энергии и импульса, приближается к энергии Ферми. Соответствующие «разрешенные» значения обратного магнитного поля образуют эквидистантную серию с периодом  $\Pi(H^{-1}) = 2\pi e\hbar/cS_H(p_n)$ .

В достаточно тонком ( $d \sim 10^{-3} - 10^{-4}$  см) металлическом слое (пленке), помещенном в параллельное ему магнитное поле, необходим учет как магнитного, так и пространственного квантования движения электронов. Рассмотрим пленку с поверхностями  $x_s = \pm d/2$ , вдоль которой распространяется монохроматическая упругая волна

$$u(r, t) = u_0(x) \exp(ikr - i\omega t).$$

Квантовомеханический расчет электронного затухания такой волны, как и в массивном металле [42], может быть выполнен по теории возмущений: коэффициент затухания пропорционален вероятности переходов между состояниями в электронном газе с поглощением фонона под действием периодического возмущения  $\Lambda_{ik} u_{ik}$ :

$$\Gamma = \frac{\pi k}{2V\rho\omega^2 |u_0|^2} \sum_{\alpha, \alpha'} [f_0(\epsilon_\alpha - \mu) - f_0(\epsilon_{\alpha'} - \mu)] \times |\langle \alpha | \Lambda_{ik} u_{ik} | \alpha' \rangle|^2 \delta(\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_\alpha - \hbar\omega). \quad (6.2)$$

Здесь  $V$  — объем образца;  $\mu$  — химический потенциал; индекс  $\alpha$  представляет набор квантовых чисел электрона:  $\alpha = \{n; \pm; P\}$ ;  $P = p_{||} - (e/c)A$  — сохраняющийся канонический импульс, который соответствует квазиимпульсу в плоскости пленки.

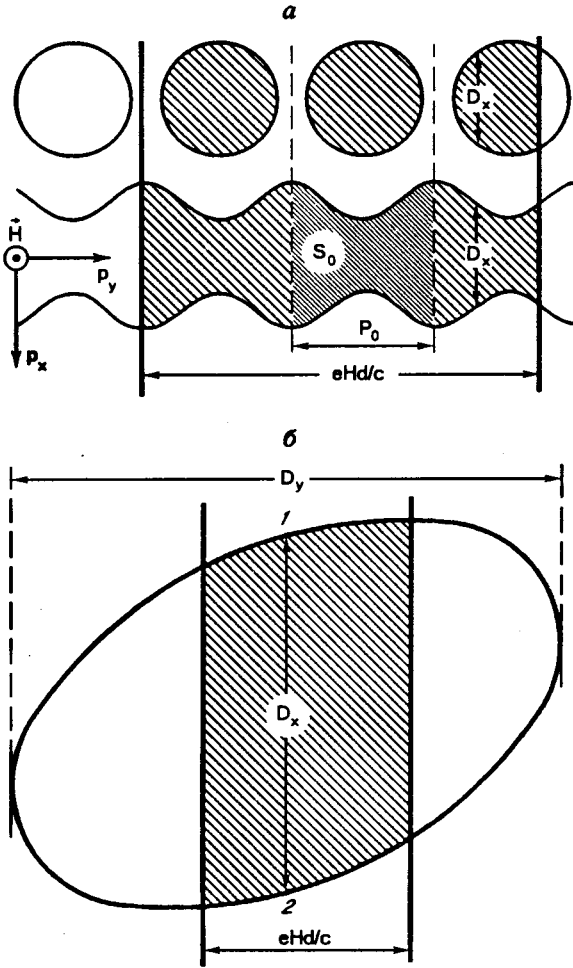


Рис. 12. Сечения изоэнергетических поверхностей плоскостью  $p_z = \text{const}$ . Квантование площадей заштрихованных фигур  $S_d$  определяет уровни энергии электронов в металлической пленке.

Уровни энергии электрона  $\epsilon_n(p)$  в покоящейся пленке с идеальной границей определяются известным квазиклассическим условием Лифшица – Косевича [43]:

$$\sigma(\epsilon, P) \equiv \frac{cS_d(\epsilon, P)}{2\pi\hbar eH} = n + \lambda, \quad n = 1, 2, \dots; \quad (6.3)$$

$$0 \leq \lambda < 1.$$

Здесь  $S_d$  — площадь фигуры в плоскости  $P_z = p_z = \text{const}$ , ограниченной пересечением с этой плоскостью изоэнергетической поверхности  $\epsilon(p) = \epsilon$ , а также, если классическая орбита электрона не помещается в пленке, — одной либо обеих плоскостей  $p_y = P_y \pm eHd/2c$  (рис. 12). В сильном магнитном поле для большинства положений центра замкнутых орбит  $x_0 = cP_y/eH$  уровни Ландау вырождены по  $p_y$ . В пределе слабых полей ( $H \rightarrow 0$ )

правило (6.3) сводится к пространственному квантованию: квантуется направленная вдоль  $p_x$  хорда  $D_x(\epsilon, P)$  сечения изоэнергетической поверхности, так что расстояние между соседними уровнями

$$\Delta\epsilon = \frac{2\pi\hbar}{d} \frac{\partial D_x}{\partial \epsilon}.$$

Структура звукового поля в достаточно тонких пленках ( $kd \ll 1$ ) сравнительно проста: для четных относительно  $x = 0$  типов волн смещения практически однородны по толщине пленки [44]. Для определенности можно рассмотреть четную волну Лэмба нулевого порядка со скоростью  $s = s_l(1 - 2P_0)^{1/2}/(1 - P_0)$ , близкую к чисто продольной волне в массивном образце со скоростью  $s_l$  ( $P_0$  — коэффициент Пуассона). При  $kd \ll 1$  поглощение фонона происходит без изменения «магнитоуплотненного» квантового числа  $n$  и спинового квантового числа, так что входящий в формулу (6.2) матричный элемент можно представить в виде

$$\begin{aligned} & |\langle \alpha | \Lambda_{ik} u_{ik} | \alpha' \rangle|^2 = \\ & = |k\Lambda u_0|^2 \delta_{nn'} \delta_{+, -} \delta_{P+\hbar k, P'}, \quad \Lambda \sim \epsilon_F. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Это позволяет получить следующее выражение для коэффициента поглощения ультразвука:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{k}{8\pi\rho s d \hbar^2} \times \\ & \times \sum_{\pm} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\epsilon \frac{\partial f_0(\epsilon - \mu_{\pm})}{\partial \mu_{\pm}} \iint d^2P \Lambda^2 \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \times \\ & \times \cos(2\pi k(\sigma - \lambda)) \delta\left(\frac{k}{k} \frac{\partial \sigma / \partial P}{\partial \sigma / \partial \epsilon} + s\right), \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\sigma = \sigma(\epsilon, P); \quad \mu_{\pm} = \mu \pm \beta H,$$

где  $\beta$  — магнетон Бора.

В сильных магнитных полях, когда наибольшая классическая орбита электрона помещается в пленке ( $H > H_d$ ), из формулы (6.5) следует практически тот же результат, что и в массивном образце: наличие квантовых осцилляций поглощения с периодом  $\Pi(H^{-1}) = 2\pi e\hbar/cS_H(p_e)$ . Специфика тонкой пленки проявляется в случае открытых вдоль оси  $p_y$  ПФ, а также в более слабых магнитных полях ( $H < H_d$ ).

При  $H < H_d$  вклад в поглощение звука электронов на замкнутых полостях ПФ определяется длиной экстремальной хорды  $D_{xe}$  и характеристиками электронного спектра в точках 1, 2 ее пересечения с ПФ (рис. 12, б).

Адиабатический инвариант  $\sigma_e$ , определяющий фазу осцилляций, равен

$$\sigma_e = \left[ D_{xe}(\mu) - \tilde{A} \left( \frac{eHd}{c} \right)^2 \right] \frac{d}{2\pi\hbar}, \quad (6.6)$$

где

$$\tilde{A} = \frac{1}{24} \left( P_1^{-1} + P_2^{-1} \right) \left( 1 + \frac{v_{y1}^2}{v_{x1}^2} \right)^{3/2};$$

$P_1, P_2$  — радиусы кривизны сечений ПФ  $p_z = p_e$  в точках 1, 2 (рис. 12,б). Таким образом, осцилляции периодичны по квадрату магнитного поля с периодом  $\Pi(H^2) = 2\pi\hbar c^2 / e^2 \tilde{A} d^3$ . Осцилляции поглощения звука в пленке обусловлены тем, что магнитное поле сдвигает систему размерно-квантованных уровней энергии электрона. При этом расстояние между ними

$$\Delta \epsilon_d = \frac{2\pi\hbar}{d} \left( \frac{\partial D_x}{\partial \mu} \right) = \frac{2\pi\hbar}{d} \left( |v_{x1}|^{-1} + |v_{x2}|^{-1} \right)$$

определяет амплитуду и форму осцилляций, а также форму резонансной линии [45]. При  $H \ll H_d$  зависимость  $\Gamma$  от угла между  $k$  и  $H$  не существенна, поэтому приведем результат лишь для случая  $k \parallel H$ :

$$\begin{aligned} \delta\Gamma(H) &= \frac{k}{\rho s (2\pi\hbar)^3} \left( \frac{\Lambda}{v_x} \right)_1^2 \left( \frac{\hbar}{2\pi d |\xi_e|} \right)^{1/2} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_1 \sqrt{n}}{\text{sh}(na_1)} \cos \left[ \frac{nd}{\hbar} \left( D_{xe} - A \left( \frac{eHd}{c} \right)^2 \right) - \frac{\pi}{4} \right], \\ \xi_e &= \left( \frac{\partial^2 D_x}{\partial p_{ze}^2} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 D_x}{\partial p_{ye}^2} \right), \end{aligned} \quad (6.7)$$

где  $a_1 = 2\pi T d / \hbar v_{x1}$ ; индекс «1» означает, что значение соответствующей величины берется в точке 1 (рис. 12,б) экстремальной хорды  $D_{xe}$ . Плавная часть  $\Gamma$  оказывается по порядку величины совпадающей с  $\Gamma(0)$ .

В области не слишком низких температур ( $a_1 \gg 1$ ) в формуле (6.7) существенна лишь первая гармоника с амплитудой

$$(\delta\Gamma)_{\max} = \Gamma(0) a_1 e^{-a_1} (\hbar/p_F d)^{1/2}. \quad (6.8)$$

В области, где  $a_1 \ll 1$ , суммирование в формуле (6.7) приводит к следующему результату:

$$(\delta\Gamma)_{\max} = \Gamma(0) (\hbar/p_F d a_1)^{1/2}, \quad (6.9)$$

т.е. при  $T \rightarrow 0$  осцилляции могут стать гигантскими, как и в массивном образце. Однако здесь следует учесть столкновительное уширение размерно-квантованных уровней, что может быть сделано с помощью эмпирического фактора Дингла. В результате параметр  $a_1$  в формулах (6.8), (6.9) заменяется на  $\tilde{a}_1 = \nu \pi d / v_{x1} = d/l$ , так что условием наблюдения осцилляционного магнитоакустического эффекта при размерном квантовании является достаточная малость этого параметра. Гигантские осцилляции возможны при  $d < (l \hbar / p_F)$ .

Вклад в поглощение звука открытой в направлении  $p_y$  полости ПФ с периодом  $P_0$  имеет такой же вид, как и приведенный выше результат, с той разницей, что даже в случае простейшей ПФ типа «гофрированный цилиндр» имеются, как минимум, два неэквивалентных экстремума хорды  $D(p_y, p_z)$  и, следовательно, два различных периода осцилляций  $\Gamma(H^2)$ . Соответствующие фазы сдвинуты на  $\pi/2$ .

В более сильных магнитных полях, когда  $H > cP_0 / ed$  ( $h \equiv eHd/cP_0 > 1$ ), выражение для коэффициента поглощения звука можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{k}{8\pi \rho s d \hbar^2} \sum_{\pm} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-P_0/2}^{P_0/2} dP_y \frac{na}{\text{sh}(na)} \times \\ &\times \frac{(\Lambda \partial \sigma / \partial \mu)^2}{|\partial^2 \sigma / \partial p_z^2|} \cos(2\pi n \sigma(\mu_{\pm}, P_y)), \end{aligned} \quad (6.10)$$

где

$$\begin{aligned} a &\equiv 2\pi^2 T \frac{\partial \sigma}{\partial \mu}; \\ \sigma(\epsilon, P_y) &\equiv \frac{c S_d(\epsilon, P_y)}{2\pi e H \hbar} = \\ &= \frac{c}{2\pi e H \hbar} \int_{P_y - eHd/2c}^{P_y + eHd/2c} dp_y D(\epsilon, p_y), \end{aligned}$$

причем все величины, зависящие от  $p_z$ , берутся на экстремальном (в простых случаях — на центральном) сечении ПФ  $p_z = p_e$ .

Прежде всего легко заметить, что особыми являются значения напряженности магнитного поля, кратные  $cP_0 / ed$  ( $h = N = 1, 2, 3, \dots$ ), при которых в слое помещается целое число  $N$  периодов открытой орбиты. При этом площадь  $S_d(\epsilon)$  кратна элементарной площади

$$S_0 = \int_0^{P_0} dp_y D(\epsilon, p_y) \equiv P_0 \tilde{D}(\epsilon),$$

так что величина

$$\sigma_{\pm}(N) \equiv \frac{S_0(\mu_{\pm})d}{2\pi\hbar P_0} \approx \frac{S_0(\mu)d}{2\pi\hbar P_0} \mp \frac{Nm^*}{2m_{\beta}}$$

не зависит от  $p_y$ . Здесь  $2\pi m^* \equiv \partial S_0 / \partial \mu$ ;  $m_{\beta}$  — масса, входящая в эффективный магнетон  $\beta = e\hbar/2m_{\beta}c$ . Введем величину

$$\Gamma_1 \equiv \frac{km^* \Lambda_{zz}^2(p_e)}{2\rho s \hbar^3} \left| \frac{\partial^2 S_0}{\partial p_e^2} \right|^{-1} = \Gamma(0).$$

Согласно (6.10), она равна коэффициенту поглощения звука при  $a \rightarrow \infty$ , т.е. при больших (но не нарушающих условие  $kl \gg 1$ ) температурах. Для конечных  $a$  при целочисленных значениях приведенного поля ( $h = N$ ) коэффициент поглощения равен

$$\Gamma(N) = \Gamma_1 \frac{\pi^2}{4a_N} \sum_n \sum_{\pm} \text{ch}^{-2} \left( \frac{\pi^2}{a_N} (\sigma_{\pm}(N) - n) \right), \quad (6.11)$$

$$a_N = \frac{2\pi^2 T m^* d}{\hbar P_0}.$$

Если  $a_N \ll 1$ , то в сумме по  $n$  можно оставить лишь два члена с ближайшими к  $\sigma_{\pm}(N)$  номерами  $n_{\pm}$ . Числа  $\sigma_{\pm}(N)$  лишь случайно могут оказаться целыми, поэтому при достаточно низких температурах типичные значения  $\Gamma(N)$  экспоненциально малы.

Такие особенности поглощения звука повторяются с периодом  $\Pi_1(H) = cP_0/ed$ , зависящим от толщины пленки. Они представляют собой квантовый аналог при открытой ПФ классических осцилляций  $\Gamma(H)$  зондгеймеровского типа.

В промежутках между целочисленными значениями приведенного поля  $h$  осцилляции  $\Gamma(h)$  имеют сложную непериодическую форму, зависящую от конкретного вида ПФ, точнее, от ее сечения  $p_z = p_e$ .

Пусть, например, это сечение задано в форме

$$De(p_y) = \tilde{D} + D_1 \cos(2\pi p_y / P_0), \quad (6.12)$$

для простоты оставлена лишь первая гармоника в фурье-разложении периодической функции  $D_x(p_y)$ . Этого оказывается достаточно, чтобы найти ана-

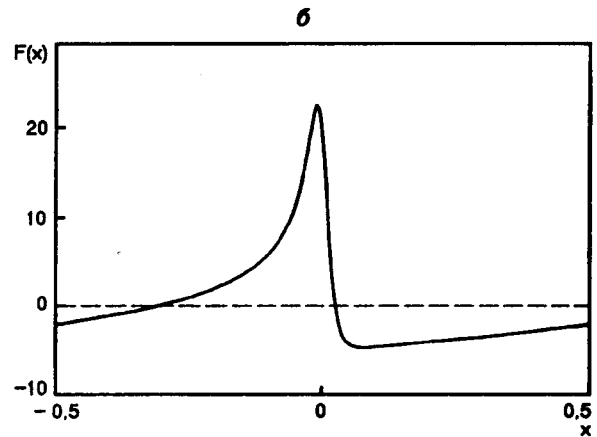
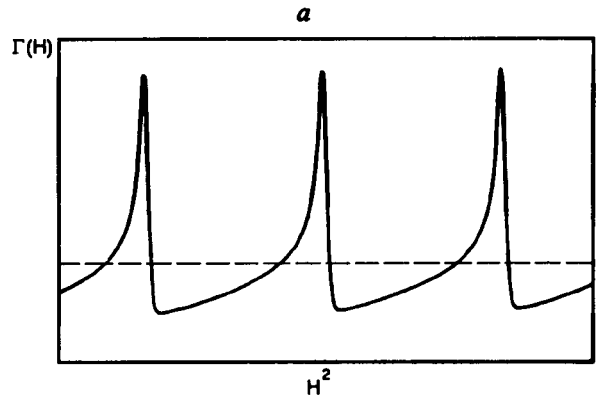


Рис. 13. Зависимость коэффициента поглощения  $\Gamma$  от  $H^2$  (а) и форма резонансной линии при  $a = 0,2$  (б) в условиях магниторазмерного квантования. Здесь

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\text{sh}(na)} \cos\left(2\pi nx + \frac{\pi}{4}\right), \quad x \propto H^2 + \text{const}.$$

литическое выражение для функции  $\Gamma(h)$  в области  $h \gg 1$ . Оно имеет вид

$$\Gamma(h) = \frac{\Gamma_1}{2} \sum_{\pm} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{na}{\text{sh}(na)} J_0 \left( n \frac{D_1 d}{\pi \hbar} \sin(\pi h) \right) \times \cos \left( n \frac{S_0(\mu)d}{\hbar P_0} \mp \pi h \frac{m^*}{m_{\beta}} n \right), \quad (6.13)$$

где  $J_0$  — функция Бесселя.

При  $h \gg 1$  величина  $a$  практически совпадает с  $a_N$ . Для пленок толщиной  $10^{-3} - 10^{-4}$  см расстояние между размерно-квантованными уровнями энергии электрона вблизи энергии Ферми  $\hbar P_0 / m^* d$  соответствует 1–10 К, так что при низких температурах возможно рассматривать как большие, так и малые значения параметра  $a$  (рис. 13).

Положение и характер особенностей  $\Gamma(h)$  хорошо видны в идеальном случае  $a \rightarrow 0$ . При этом, обозначая аргументы  $J_0$  и косинуса в (6.13)  $nA$  и  $nB_{\pm}$  соответственно и используя известное свойст-

во рядов бесселевых функций, для каждой ориентации спина получаем

$$\Gamma(h) = \Gamma_1 \left[ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} J_0(nA) \cos(nB) \right] =$$

$$= \Gamma_1 \sum_{n=m+1}^M \left[ A^2 - (B - 2\pi n)^2 \right]^{-1/2}, \quad (6.14)$$

$$m \equiv E \left\{ \frac{B - A}{2\pi} \right\}, \quad M \equiv E \left\{ \frac{B + |A|}{2\pi} \right\},$$

где  $E\{z\}$  — целая часть числа  $z$ . Суммирование проводится по номерам  $n$ , соответствующим неотрицательному подкоренному выражению. Таким образом, особенности (при  $a \rightarrow 0$  — корневого типа) функции  $\Gamma(h)$  возникают всякий раз, когда либо сумма, либо разность величин  $S_0 d / 2\pi \hbar P_0 \mp \mp h m^* / 2m_\beta$  и  $(D_1 d / \pi \hbar) |\sin(\pi h)| / 2\pi$ , соответствующих экстремальным по  $P_y$  значениям  $\sigma_{\pm}(p_e)$ , принимают целочисленные значения. При этом «фоновая» величина коэффициента поглощения (в промежутках между «провалами»  $\Gamma(N)$ ) по порядку величины совпадает с  $\Gamma(0)$ .

При более высоких температурах ( $a > 1$ ) имеют место быстрые непериодические осцилляции  $J_0(A(h))$ , модулированные функцией  $\cos(B_{\pm})$ , аргумент которой линейно зависит от  $h$  из-за спинового сдвига уровней: период модуляции равен

$$\Pi_2(H) = 2cP_0 m_\beta / m^* e d = \frac{2m_\beta}{m^*} \Pi_1(H).$$

Осцилляции коэффициента поглощения звука, обусловленные спиновым расщеплением размерно-квантованных уровней энергии электрона в магнитном поле, можно наблюдать «в чистом виде» в тех случаях, когда хорда  $D$  данного сечения открытой ПФ слабо зависит от  $p_y$  (для модели (6.12) это соответствует  $D_1 \ll \tilde{D}$ ). Тогда в достаточно сильных полях ( $h \gg D_1 d / \hbar$ ) можно пренебречь аргументом  $J_0$ , так что, выполняя суммирование в (6.15), при  $a \ll 1$  получаем

$$\Gamma(h) = \Gamma_1 \frac{\pi^2}{4a} \times$$

$$\times \sum_{\pm} \text{ch}^{-2} \left[ \frac{\pi^2}{a} \left( S_0 \frac{d}{2\pi \hbar P_0} \mp h \frac{m^*}{2m_\beta} - n_{\pm} \right) \right], \quad (6.15)$$

где  $n_+$  и  $n_-$  — целые числа, минимизирующие абсолютное значение аргумента.

Рассмотренный выше эффект имеет место при любом направлении открытых траекторий, пере-

секающих пленку. Он не критичен и к направлению распространения звука в ее плоскости.

## 7. Магнитоакустические эффекты в импульсном режиме

### 7.1. Траекторный перенос акустических импульсов

Для экспериментальных магнитоакустических исследований часто более удобной оказывается импульсная методика опытов. При этом пространственная протяженность звукового сигнала есть новый параметр размерности длины, и если она меньше длины свободного пробега носителей заряда  $l$ , то условия их взаимодействия с этой волной при  $r_H < l$  могут существенно измениться по сравнению с «монокроматическим» случаем. В области частот и магнитных полей  $kr_H \gg 1$ ,  $\omega \ll \nu \ll \Omega$ , в которой наблюдаются пиппардовские осцилляции поглощения монокроматической волны, прохождение узкого звукового импульса через массивный образец ( $d \gg l, r_H$ ) сопровождается появлением запаздывающих и опережающих вторичных сигналов, обусловленных переносом звукового поля электронами по ларморовским орбитам [11, 12, 46, 47].

В связи с этим представляет интерес рассмотреть прохождение упругих (для определенности — продольных) волн вида

$$U(x, t) = I(x)u(\varphi) \equiv I(x)u_0(\varphi)e^{i\varphi}, \quad \varphi \equiv \omega(x/s - t) \quad (7.1)$$

через ограниченный образец ( $0 \leq x \leq d$ ,  $s/\omega \ll d < l$ ). Здесь  $u_0(\varphi)$  — заданная на границе  $x_s = 0$  огибающая импульса, локализованная в интервале  $\Delta\varphi < \omega r_H / s$ , а функция  $I(x)$  учитывает наряду с затуханием волны и неоднородность по толщине образца условий взаимодействия звука с электронами, как сталкивающимися с границей проводника, так и свободно прецессирующими в магнитном поле. Предполагается, что  $I$  и  $u_0$  мало изменяются на длине волны «несущего» колебания  $2\pi s/\omega$ . Для таких волн динамическое уравнение можно приближенно представить в виде

$$2i\rho\omega s U(I'_x/I) = f\{U(x, t)\} \equiv$$

$$\equiv \frac{2eH}{c(2\pi\hbar)^3} \int dp_z \int dt \Lambda_{xx} \chi'_x, \quad (7.2)$$

где в квазистатическом случае  $\omega \ll \nu$  функция  $\chi'_x \equiv \partial\chi/\partial x$ , входящая в выражение для деформационной силы  $f$ , удовлетворяет кинетическому уравнению



$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + \nu \right\} \chi'_x = -\Lambda_{xx} U_{xxt} \approx \frac{\omega^3}{is^2} \Lambda_{xx} U(x, t). \quad (7.3)$$

Если траектории электронов, непрерывно параметризованные орбитальным временем  $\tau$ , заданы, то решение этого уравнения имеет вид

$$\chi'_x = \frac{\omega^3}{is^2} \int_{-\infty}^{\tau} dt_1 e^{\nu(\tau_1 - \tau)} \Lambda_{xx}(\tau_1) \times U(x - \int_{\tau_1}^{\tau} dt_2 v_x(\tau_2), t). \quad (7.4)$$

Характер зависимости деформационной силы  $f$  от координат определяется количеством и взаимным расположением в пространстве тех точек траектории, в которых электрон эффективно взаимодействует со звуковой волной ( $v_x(\tau_0) = s$ ). Поскольку  $s \ll v_F$ , это взаимодействие происходит практически одновременно на нескольких различных глубинах (по числу неэквивалентных точек  $\tau_{0i}$ ), и звуковой импульс, находящийся в момент  $t$  на глубине  $x$ , возмущает электронную функцию распределения во всех точках  $x + x(\tau_{0i}) - x(\tau_{0k})$ . В результате на глубинах, сдвинутых на выделенные значения разностей  $x(\tau_{0i}) - x(\tau_{0k})$ , возникают всплески деформационной силы, которые и порождают «спутников» основного сигнала.

В проводнике с выпуклой замкнутой ПФ и диффузно рассеивающей носители заряда границей в переносе звукового сигнала участвуют не взаимодействующие с ней электроны. Движение таких электронов квазипериодично, а проекции их траекторий на плоскость  $x$  представляют собой замкнутые кривые с двумя точками  $\tau_{0i}$ . Функция  $\chi'_x$  в (7.4) выражается через интеграл по области ( $\tau - 2\pi/\Omega, \tau$ ), деленный на вероятность рассеяния электрона за период  $1 - \exp(-2\pi\nu/\Omega) \approx 2\pi\nu/\Omega$ . Плавность предэкспоненты (7.1) позволяет вычислить интеграл по периоду движения методом стационарной фазы:

$$\chi'_x = \frac{\omega^3 \Lambda_0 \Omega}{is^2 \nu} \left( \frac{s \cdot}{2\pi i \omega \dot{v}_x} \right)^{1/2} \times \left\{ U(x - \int_{\tau_{01}}^{\tau} dt_2 v_x, t) - iU(x - \int_{\tau_{02}}^{\tau} dt_2 v_x, t) \right\}. \quad (7.5)$$

Для упрощения записи формул мы предположили, что ПФ симметрична относительно замены

$p_y \rightarrow -p_y$ ; при этом  $\Lambda(\tau_{01}) = \Lambda(\tau_{02}) \equiv \Lambda_0$ ,  $\partial v_x / \partial \tau_{01} = -\partial v_x / \partial \tau_{02} \equiv \dot{v}_{x0} > 0$ . Пространственная часть аргумента  $U$  не должна выходить за пределы образца, и в каждом из слагаемых в (7.5) подразумеваются соответствующие ступенчатые функции.

Аналогично вычисляются интегралы по  $\tau$  и по  $p_z$  в выражении для деформационной силы в (7.2). Легко видеть, что вследствие ларморовской прецессии электронов она зависит не только от  $x$ , но и от значений аргументов, сдвинутых на экстремальный диаметр орбиты:

$$L_0 \equiv L_{\max}(p_z) = \left( \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} dt v_x \right)_{\max} = cD_y(0)/eH.$$

Если, как обычно, кристалл обладает центром инверсии, то максимум этой величины достигается на центральном сечении  $p_z = 0$ .

В результате правая часть динамического уравнения (7.2) принимает вид

$$f\{U(x, t)\} = -2i\rho\omega s \times \left[ \gamma_0(x)U(x, t) + \sum_{\pm} \gamma_{\pm}(x)U(x \pm L_0, t) \right], \quad (7.6)$$

где

$$\gamma_0(x) \equiv \frac{eH\omega}{8\pi^3 \hbar^3 c \rho s^2} \times \int dp_z \frac{\Lambda_0^2 \Omega}{\dot{v}_x} (\Theta(x-L) + \Theta(d-L-x)); \quad (7.7)$$

$$\gamma_{\pm}(x) \equiv \gamma_1 e^{\mp i\pi/4} \begin{cases} \Theta(d-L_0-x) \\ \Theta(x-L_0) \end{cases},$$

$$\gamma_1 = \left[ \frac{eH\omega\Omega\Lambda_0^2}{8\pi^3 \hbar^3 c \rho s^2 \dot{v}_x} \left( \frac{2\pi s}{\omega |L'_{p_z}|} \right)^{1/2} \right]_{p_z=0},$$

а  $\Theta$ -функция Хевисайда отмечает области существования опережающих и запаздывающих слагаемых; в полях  $H < H_d$  ( $L_0 > d$ ) последние отсутствуют вовсе. При  $H > H_d$  в сердцевине образца величина  $\gamma_0$  равна плавной части затухания монохроматической волны в массивном образце, а  $\gamma_1$  — амплитуде его пиппардовских осцилляций:

$$\gamma_0 = \Gamma(H) \approx \Gamma(0) \frac{\Omega}{\nu};$$

$$\gamma_1 = \Gamma(H) \sqrt{s/\omega r_H} \ll \Gamma(H), L_0 < x < d - L_0. \quad (7.8)$$

Если при данной толщине образца затухание в нем основного сигнала не слишком велико:

$$\bar{\gamma}_0 d \equiv \int_0^d dx \gamma_0(x) \ll \sqrt{\omega r_H / s},$$

то величина  $|\bar{\gamma}_\pm d| = \gamma_1(d-L_0)$  является малым параметром, наличие которого позволяет решить задачу, не конкретизируя заданную на границе образца форму звукового сигнала  $u_0(-\omega t)$ . Будем искать решение динамического уравнения (7.2) с правой частью (7.6) в виде

$$U(x, t) = \sum_n I_n(x) u_0(\varphi + nkL_0) \exp \left[ - \int_0^x dy \gamma_0(y) \right],$$

$$I_0(0) = 1; \quad I_{n \neq 0}(0) = 0 \quad (7.9)$$

Если вторую грань образца  $x_s = d$  можно считать свободной, то требуется найти лишь  $I_n(d)$ . Приравняв коэффициенты при  $u_0(\varphi + nqL_0)$  с одинаковыми  $n$ , получаем

$$I_n(x) = \delta_{n0} - \sum_{\pm} \int_0^x dy \gamma_{\pm}(y) I_{n \mp 1}(y \pm L_0) \times$$

$$\times \exp \left[ - \int_y^{y \pm L_0} dz \gamma_0(z) \right].$$

В первом порядке по  $(d-L_0)\gamma_1 \ll 1$  решение этих уравнений есть

$$I_0(x) \approx 1; \quad I_{\pm 1} \approx - \int_0^x dy \gamma_{\pm}(y); \quad I_n = 0 \quad (|n| > 1).$$

Итак, на «выходе» сигнал равен

$$U(d, t) = e^{-\bar{\gamma}_0 d} \left\{ u_0(\varphi_d) + \left( \frac{H_d}{H} - 1 \right) \gamma_1 d \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{\pm} u_0(\varphi_d \pm kL_0) e^{\mp i\pi/4} \right\}, \quad (7.10)$$

где

$$\varphi_d \equiv \omega \left( \frac{d}{s} - t \right);$$

$$\bar{\gamma}_0 = \frac{eH\omega}{4\pi^3 \rho s^2 c \hbar^3} \int dp_z \frac{\Lambda_0^2 \Omega}{v \dot{v} x_0} (1 - L(p_z)/d).$$

«Предвестник» и «послевестник», сдвинутые относительно основного сигнала на  $\Delta t = cD_y(0)/eHs$ , повторяют его форму в масштабе, зависящем от магнитного поля. Абсолютная величина спутников  $(d-L_0)\gamma_1 e^{-\bar{\gamma}_0 d}$  немонотонно зависит от толщины образца  $d$ : если  $H \gg H_d$ , то  $\bar{\gamma}_0 = \gamma_0$ , и максимум достигается, когда  $d = \gamma_0^{-1} + L$ . При этом относительная величина спутников равна  $\gamma_1/\gamma_0 = (kr_H)^{-1/2}$ .

Изложенный метод расчета, использующий плавность модуляции «несущего» колебания, но не требующий конкретизации ее профиля, весьма прост и непосредственно обобщается на случаи более сложных электронных траекторий. Если деформационная сила линейна по смещениям

$$f\{U(x, t)\} = \sum_L f_L(x) U(x-L, t),$$

но содержит слагаемые со сдвинутым пространственным аргументом, то каждое из них порождает «на выходе», т.е. у второй грани образца, предвестник основного звукового импульса, подобный ему по форме, с опережением на  $\Delta t = L/s$ . При этом относительную величину предвестника можно найти по формуле

$$I_L(d) = - \int_0^d dx \frac{f_L(x)}{2i \rho \omega s} \exp \left[ - \int_{x-L}^x dy \frac{f_0(y)}{2i \rho \omega s} \right].$$

$$(7.11)$$

Если, как обычно, сдвиг  $L$  много меньше длины затухания основного сигнала, то относительная величина спутника определяется лишь соответствующим коэффициентом в деформационной силе

$$I_L(d) = - \int_0^d \frac{f_L(x)}{2i \rho \omega s} dx. \quad (7.12)$$

### 7.2. Влияние многоканального поверхностного отражения электронов на магнитоакустический эффект в импульсном режиме

Рассмотрим взаимодействие звукового импульса с электронами, испытывающими многоканальное отражение от границ тонкого металлического слоя ( $\omega/s \ll d \ll l, H = H_d$ ), когда смешанные приповерхностные траектории обусловлены перебросами электронов между двумя идентичными полостями ПФ, сдвинутыми на  $\delta p_y = B$  [47]. Вид функции  $\chi'_x$  для электронов на смешанных траекториях можно установить из следующих качественных соображений. Когда вероятность рассеяния за время между столкновениями с границей меньше вероят-

ности переброса ( $\nu(T_1 + T_2) \ll 1/2$ ), электрон успевает без рассеяния многократно побывать на обоих участках смешанной траектории, так что движение по ней эквивалентно регулярному чередованию этих участков. При этом  $\chi'_x$  можно представить в виде

$$\chi'_x = \frac{\omega^3}{is^2\nu(T_1 + T_2)} \times \quad (7.13)$$

$$\times \int_{\tau-T_1-T_2}^{\tau} dt' \Lambda_{xx}(\tau') e^{\nu(\tau'-\tau)} U(\tilde{x}, t) \Theta(\tilde{x}),$$

где

$$\tilde{x}(\tau, \tau') \equiv x - \int_{\tau'}^{\tau} v_x(\tau'') dt'',$$

а  $(T_1 + T_2)$  — эффективный период движения. Ступенчатая функция  $\Theta(\tilde{x})$  выделяет значения аргумента, соответствующие областям существования смешанных траекторий указанного типа: она отлична от нуля при

$$0 < \tilde{x} < \min \{L(p_z), d\} \text{ и } \max \{d - L(p_z), 0\} < \tilde{x} < d.$$

Если имеется небольшая вероятность рассеяния электрона в момент соударения с поверхностью  $q_1 \equiv 1 - q$ , то в знаменателе формулы (7.13)  $\nu(T_1 + T_2)$  следует заменить на  $\nu(T_1 + T_2) + 2q_1$ . В результате в выражении для деформационной силы появляются слагаемые вида

$$\delta f_{\pm} \{U(x, t)\} = -2i\rho\omega s \gamma_1^{\pm}(x) U(x \pm L_1, t), \quad (7.14)$$

$$\gamma_1^{\pm} \equiv \frac{eH\omega}{4\pi^2 \hbar^3 c p_s^2} \int dp_z \frac{\Lambda_0^2 v_{x0}^{-1}}{\nu(T_1 + T_2) + 2q_1} \Theta(x \pm L_1),$$

а интегрирование по  $p_z$  охватывает область, в которой  $L(p_z) > L_1$ .

У второй грани образца сигнал сопровождается опережающим и запаздывающим на  $\Delta t = cB/eHs$  спутниками. Они повторяют его форму в масштабе, который можно вычислить по формуле (7.12). При  $H = H_d$  с точностью до численного множителя порядка единицы можно записать

$$I_1^{\pm}(d) = - \int_0^d dx \gamma_1^{\pm}(x) = - \frac{r_H \Gamma(0)}{r_H/l + q_1}. \quad (7.15)$$

Если известен закон дисперсии электронов, то величину спутников можно вычислить более точно. В случае  $\epsilon = p^2/2m$  и  $l \rightarrow \infty$  она равна

$$I_1^{\pm}(d) = - \frac{2\Gamma(0)r_H}{\pi} \times \left\{ \left(1 - \frac{B^2}{D_0^2}\right)^{1/2} - \frac{B}{D_0} \arccos \frac{B}{D_0} + \Theta(H - H_d) \times \left[ \frac{H}{H_d} \arccos \frac{H}{H_d} - \left(1 - \frac{H^2}{H_d^2}\right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (7.16)$$

где  $D_0$  — диаметр изоэнергетической поверхности;  $cD_0/eH_d = d$ .

Относительная величина таких спутников меньше единицы, тем не менее при  $H = H_d$  они превосходят по амплитуде спутники, порожденные обращением электронов по полным орбитам, так как сдвиг точек поворота электронов на смешанной траектории  $L_1 = cB/eH$  не зависит от  $p_z$ . По крайней мере, при слабом граничном рассеянии ( $q_1 < d/l$ ) вплоть до полей  $H = H_d(kd)^{1/3}$  поверхностный эффект доминирует над объемным. Этот результат нетрудно обобщить на случай более двух возможных состояний для зеркально отраженного электрона.

### 7.3. Роль открытых поверхностей Ферми в электронном переносе звуковых импульсов

Рассмотрим распространение звуковых импульсов в металле с открытой ПФ [47]. Предположим, что поверхности тонкого образца ( $0 \leq x \leq d \ll l$ ) диффузно рассеивают электроны, а направление открытости ПФ лежит в плоскости  $p_x p_y$ . Магнитное поле  $\mathbf{H} = (0, 0, H)$  составляет угол  $\theta_y$  с осью  $p_y$ , такой, что на электронных траекториях имеются точки поворота  $v_x(\tau_{0i}) = 0$  (рис. 14). Характер взаимодействия таких электронов со звуковой вол-

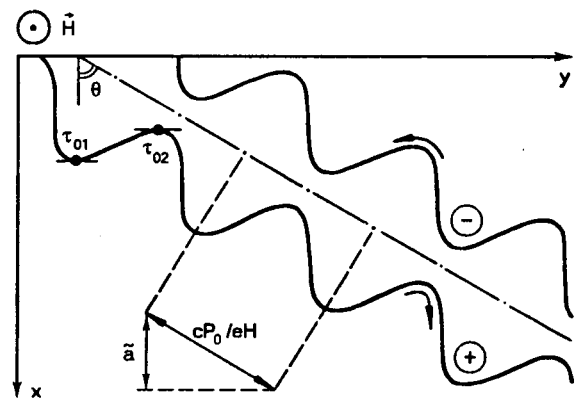


Рис. 14. Открытые электронные траектории в металле. Электроны вблизи точек  $\tau_{0e}$  эффективно взаимодействуют со звуковой волной, распространяющейся вдоль оси  $x$ .

ной, распространяющейся вдоль оси  $x$ , существенно отличается от случая замкнутых траекторий, так как в рассматриваемом случае, имеет место дрейф электронов за период движения  $\tilde{T}$ :

$$\tilde{L} = \left| \int_{\tau-\tilde{T}}^{\tau} v_x dt' \right| = \frac{cP_0}{eH} \cos \theta_y. \quad (7.17)$$

Здесь  $P_0$  — период открытой ПФ. Интересен случай сравнительно сильных магнитных полей, когда  $d > \tilde{L} \gg s/\omega$ .

Для модулированной звуковой волны вида (7.1) необходимо найти явный вид электронной деформационной силы в динамическом уравнении (7.2), который, в свою очередь, определяется решением кинетического уравнения (7.3). Для электронов, дрейфующих в глубь металла по открытым орбитам, функция  $\chi'_x$  имеет вид

$$\chi'_x = \frac{\omega^3}{is^2} \sum_e \Lambda_{0e} \left( \frac{2\pi s}{i\omega v_{x0e}} \right)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} e^{v(\tau_{0e} - n\tilde{T} - \tau)} \times \\ \times U \left( x - n\tilde{L} - \int_{\tau_{0e}}^{\tau} v_x dt_1, t \right) \Theta \left( x - n\tilde{L} - \int_{\tau_{0e}}^{\tau} v_x dt' \right), \quad (7.18)$$

где индекс  $e$  суммирует неэквивалентные точки стационарной фазы  $\tau_{0e}$  на периоде траектории; аналогично (с добавлением  $n\tilde{L}$  в аргументе  $U$ ) записывается функция  $\chi_x$  для носителей заряда, дрейфующих в обратном направлении. Соответствующие вклады в деформационную силу вычисляются по формуле (7.2). В результате

$$\delta \tilde{f} \{ U(x, t) \} = -2i \rho \omega s \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\gamma} \sum_{\pm} U(x \pm n\tilde{L}, t) \Theta(x \pm n\tilde{L}) \Theta(d - (x \pm n\tilde{L})), \quad (7.19)$$

где

$$\tilde{\gamma}_n \equiv \frac{eH\omega}{4\pi^2 \rho s^2 c \hbar^3} \times$$

$$\times \int dp_z \sum_e (\Lambda^2 / \dot{v}_x)_{0e} e^{-m\tau} = \Gamma(0) e^{-n\tilde{L}/l}.$$

Интегрирование проводится по слою открытых сечений ПФ.

Кроме открытых, в реальных металлах всегда имеются и замкнутые сечения ПФ. Вклад их в электронную силу описывается выражением (7.6), в котором для данного случая существенно лишь наибольшее «локальное» слагаемое

$2i\rho\omega s\gamma_0(x)U(x, t)$ , которое определяет затухание волны. Функция  $\gamma_0(x)$  и ее среднее значение  $\bar{\gamma}_0$  определяются формулами (7.7) и (7.10), в которых теперь подразумевается суммирование по всем замкнутым сечениям ПФ. При  $H \gg H_d$  величина  $\bar{\gamma}_0$  имеет порядок величины  $\Gamma(0)l/r_H \gg \tilde{\gamma}_n$ .

Если звуковое смещение «на входе»  $u_0(-\omega t)$  задано, то у второй грани образца

$$U(d, t) = \sum_{n=-E\{d/l\}}^{E\{d/l\}} \tilde{I}_n u_0(\varphi_d - n\tilde{L}), \quad (7.20)$$

$$\varphi_d \equiv \omega \left( \frac{d}{s} - t \right); \quad \tilde{I}_0 = e^{-\tilde{\gamma}_0 d};$$

$$I_{n \neq 0} = (|n|\tilde{L} - d) \tilde{\gamma}_{|n|} e^{\tilde{\gamma}_0(n\tilde{L} - d)},$$

где  $E\{z\}$  — целая часть числа  $z$ . Таким образом, число предвестников с  $n > 0$  и послевестников с  $n < 0$  равно числу периодов открытой траектории, полностью помещающихся в образце, и увеличивается с магнитным полем. Величины спутников с  $n$  и  $-n$  не симметричны, так как послевестники порождаются уже ослабленным, прошедшим часть толщины образца основным сигналом и, кроме того, они проходят больший путь в металле. Для каждого из добавочных сигналов имеется оптимальная толщина образца  $d = \tilde{\gamma}_0^{-1} + |n|\tilde{L}$ , при которой его амплитуда максимальна. Для  $n > 0$  эта амплитуда равна

$$- \tilde{I}_n(d_0) = (r_H/l) \exp(-n\tilde{L}/l).$$

Тонкая монокристаллическая пластина металла с открытой ПФ преобразует единичный звуковой импульс в эквидистантную последовательность. При этом число сигналов и частота их повторения пропорциональны напряженности магнитного поля.

Магнитоакустические эффекты траекторного типа для монохроматической и импульсной волн связаны своего рода принципом соответствия. Если в первом случае наблюдаются осцилляции поглощения звука пиппардовского типа, связанные с кратностью расстояния

$$L_{ij} = \int_{\tau_{0i}}^{\tau_{0j}} dt v_x(\tau)$$

длине волны, то во втором имеет место электронный перенос звукового импульса на это расстояние с фермиевской скоростью, т.е. возникает спутник основного сигнала, сдвинутый по времени на  $\Delta t_{ij} = L_{ij}/s$ . Таким образом, относительно узких звуковых импульсов металл, помещенный в магнитное поле, оказывается активной средой, по-

рождающей добавочные сигналы. Последние отделены от основного сигнала интервалами, которые однозначно связаны с характерными размерами электронных траекторий.

Электронный перенос акустических импульсов в магнитном поле наиболее ярко проявится в проводниках с квазидвумерным электронным энергетическим спектром. В таких проводниках, открытая полость ПФ которых представляет собой слабофрированный цилиндр, в формировании предвестников и послевестников звукового сигнала вовлекается значительно большее число носителей заряда по сравнению с проводниками, для которых не характерна резкая анизотропия ПФ.

В настоящее время синтезирован целый класс органических металлов с квазидвумерным спектром на основе солей тетрагидрофульвалена, галогенов тетраселентетрацена и др. Длина свободного пробега носителей заряда в этих проводниках при низких температурах достаточно велика, что позволяет наблюдать в органических металлах проявление специфической баллистики электронов проводимости в акустоэлектронных явлениях.

### Заключение

В последние годы отмечено бурное развитие различных областей акустоэлектроники. Проблема миниатюризации акустоэлектронных приборов может быть успешно решена лишь в результате детального изучения акустоэлектронных явлений в тонких проводящих слоях. Взаимодействие носителей заряда со звуковой волной приводит с одной стороны к ее затуханию, а с другой — может способствовать более быстрому распространению звукового сигнала со скоростью порядка скорости электрона на ПФ и может размножить звуковой импульс. При достаточно низких температурах, когда существенным образом проявляется магниторазмерное квантование энергии носителей заряда, уже слабое магнитное поле способно в широких пределах изменять затухание звука в тонких металлических слоях. т.е. влиять на их добротность как звуковых резонаторов.

Размерные акустоэлектронные эффекты наряду с их большим прикладным значением открывают возможность детального изучения диссипативных процессов в макроскопических системах. В частности, стало возможным изучение одного из основных механизмов диссипации в системе электронов в тонком проводнике — рассеяния носителей заряда на несовершенствах поверхности образца. Рассмотренными выше акустоэлектронными эффектами вовсе не исчерпывается их многообразие. Например, в обзоре не обсуждается большой класс ферми-жидкостных акустических эффектов в тонких проводниках, исследование которых позволяет выяснить характер коллективных процессов в

электронной системе. Мы рассмотрели в основном акустоэлектронные явления в тонких проводниках в магнитном поле, несущие в себе информацию об одночастичных возбуждениях в металлах. Значительные трудности в получении совершенных образцов с достаточно гладкими поверхностями, препятствуют более детальному экспериментальному исследованию размерных акустоэлектронных явлений. Все же эти трудности представляются вполне преодолимыми, и в ближайшее время размерные акустоэлектронные явления в магнитном поле, возможно, будут служить мощным методом изучения спектра и релаксационных свойств носителей заряда в твердых телах. Исследование затухания звуковых волн в тонких проводниках в широкой области магнитных полей, включая и слабые, позволяют полностью восстановить по экспериментальным данным локальные характеристики всей поверхности Ферми и распределение скоростей электронов на ней.

Несомненно акустические методы исследования физических свойств металлов будут успешно использованы для изучения электронных свойств более сложных структур, обладающих достаточно высокой электропроводностью, — органических проводников, металлооксидных соединений, диалкоксидов переходных металлов и др.

Нам приятно поблагодарить А. А. Абрикосова и М. И. Кагамова, которые прочли рукопись и сделали ряд полезных замечаний.

1. А. И. Ахиезер, *ЖЭТФ* 8, 1330 (1938).
2. В. П. Силин, *ЖЭТФ* 38, 977 (1960).
3. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* 45, 1633 (1963).
4. В. М. Конторович, *УФН* 142, 265 (1984).
5. А. Ф. Андреев, Д. И. Пушкар, *ЖЭТФ* 89, 1883 (1985).
6. М. И. Каганов, В. Г. Песчанский, *ФТТ* 9, 3570 (1967).
7. Г. Акрамов, *ФТТ* 5, 1310 (1963).
8. D. N. Landenberg and J. Bok, *Phys. Rev. Lett.* 11, 549 (1963).
9. G. H. Reuter and E. N. Sondheimer, *Proc. R. Soc. London* 195, 336 (1968).
10. М. Я. Азбель, *ЖЭТФ* 39, 400 (1960).
11. А. Г. Шепелев, О. П. Леднев, Г. Д. Филимонов, *Письма в ЖЭТФ* 22, 148 (1975).
12. В. Д. Филь, Н. Г. Бурма, П. А. Безуглый, *Письма в ЖЭТФ* 23, 428 (1976).
13. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, *Рассеяние волн на статически неровной поверхности*, Наука, Москва (1972).
14. А. В. Чаплик, М. В. Энтин, *ЖЭТФ* 55, 990 (1968).
15. Э. М. Баскин, М. В. Энтин, *ЖЭТФ* 57, 460 (1969).
16. Л. А. Фальковский, *Письма в ЖЭТФ* 11, 181 (1970).
17. Л. А. Фальковский, *ЖЭТФ* 58, 1830 (1970).
18. А. Ф. Андреев, *УФН* 105, 46 (1971).
19. В. И. Окулов, В. В. Устинов, *ЖЭТФ* 67, 1176 (1974).
20. В. И. Окулов, В. В. Устинов, *ФНТ* 5, 213 (1979).
21. В. Г. Песчанский, В. Карденас, М. А. Лурье, К. Ясемидес, *ЖЭТФ* 80, 1645 (1981).
22. В. М. Гохфельд, О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* 79, 538 (1980).
23. А. В. Pippard, *Philos. Mag.* 46, 1104 (1955).
24. А. В. Pippard, *Philos. Mag.* 2, 1147 (1957).
25. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* 61, 762 (1971).

26. В. Г. Песчанский, И. А. Привороцкий, *ФММ* 12, 327 (1961).
27. Э. А. Канер, *ЖЭТФ* 43, 3 (1962).
28. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, *Письма в ЖЭТФ* 30, 613 (1979).
29. В. М. Гохфельд, *ФНТ* 1, 268 (1975).
30. А. П. Володин, М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, *Письма в ЖЭТФ* 17, 491 (1973).
31. О. В. Кириченко, М. А. Лурье, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* 70, 337 (1976).
32. Э. А. Канер, В. Г. Песчанский, И. П. Привороцкий, *ЖЭТФ* 40, 214 (1961).
33. E. H. Sondheimer, *Phys. Rev.* 80, 401 (1950).
34. В. М. Гохфельд, О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский, *ФНТ* 10, 366 (1984).
35. В. В. Лаврова, С. В. Медведев, В. Г. Скобов, Л. М. Фишер, В. А. Юдин, *ЖЭТФ* 65, 705 (1973).
36. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, *ФММ* 55, 1066 (1983).
37. А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* 46, 1823 (1964).
38. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 11, 703 (1985).
39. В. П. Галайко, Е. В. Безуглый, *ЖЭТФ* 60, 1471 (1971).
40. R. V. Dingle, *Proc. R. Soc. London A* 211, 517 (1952).
41. В. Д. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* 40, 786 (1961).
42. А. И. Ахизер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, *ЖЭТФ* 32, 837 (1957).
43. А. М. Косевич, И. М. Лифшиц, *ЖЭТФ* 29, 743 (1955).
44. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
45. В. М. Гохфельд, С. С. Недорезов, *ЖЭТФ* 61, 2041 (1971).
46. Э. Н. Богачек, А. С. Рожавский, Р. И. Шехтер, *ФНТ* 4, 603 (1978).
47. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* 82, 862 (1982).

## Size acoustoelectronic effects in metals

(Review Article)

V. M. Gokhfeld, O. V. Kirichenko,  
and V. G. Peschansky

Acoustoelectronic effects in conductors with a high charge carrier density are reviewed for the case when the electron free path length is larger than or comparable to the specimen thickness. The ballistics of conduction electrons is greatly influenced by their collisions with the sample boundary. Along with magneto-dimensional quantization of charge carrier energy, this gives rise to a series of resonant and oscillatory effects, when electron reflection by the surface is close to specular. These effects are analysed in detail for a wide range of sound frequencies and an arbitrary electron dispersion law. The oscillation period and the resonance values of the magnetic field contain a more comprehensive information on the local characteristics of the Fermi surface than the acoustoelectronic effects in bulk specimens. Observation of the monotonically varying part of the sound attenuation rate permits the dissipation mechanism in the system of electrons which is related to their surface scattering to be studied. The acoustoelectronic effects associated with the Andreev reflection of charge carriers by the normal metal-superconductor boundary are analysed. The influence of surface scattering of charge carriers on electronic transfer of sound pulses is considered, and it is shown that a metal with open Fermi surfaces can be used as a multiplier of the sound pulses.