

## Эффекты фокусировки электронов в металлах

(Обзор)

Ю. А. Колесниченко

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина АН Украины,  
310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47*

Статья поступила в редакцию 9 апреля 1992 г.

Обзор содержит оригинальные теоретические результаты, обосновывающие возможность применения методов фокусировки электронов (ЭФ) в металлах магнитным полем для исследования процессов взаимодействия носителей заряда с внешними и внутренними границами проводника, фононами, а также для изучения их энергетического спектра.

Огляд містить оригінальні теоретичні результати, що обґрунтовують можливість застосування методів фокусування електронів (ЕФ) в металах магнітним полем з метою дослідження процесів взаємодії носіїв заряду з зовнішніми і внутрішніми межами провідника, фононами, а також для вивчення їх енергетичного спектра.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1059
1. Полная система уравнений и вычисление амплитуды сигнала ЭФ	1062
2. Исследование энергетического спектра и поверхностных процессов рассеяния электронов методом поперечной ЭФ	1066
2.1. Определение хорд поверхности Ферми	1067
2.2. Определение вероятности зеркального отражения от границы	1067
2.3. Электронная фокусировка в тонкой пластине	1068
2.4. Электронная фокусировка неоднородным магнитным полем	1070
3. Поперечная ЭФ при многоканальном зеркальном отражении	1070
3.1. Изучение структуры поверхности	1071
3.2. Исследование междолинных процессов рассеяния	1072
4. Изучение андреевского отражения методом ЭФ	1073
5. Электронная фокусировка в кристаллах с плоскими дефектами	1075
6. Нелинейные эффекты при поперечной ЭФ	1077
6.1. Эффект геометрической нелинейности	1077
6.2. Спектроскопия электрон-фононного взаимодействия методом поперечной ЭФ	1078
6.3. Спектроскопия взаимодействия электронов с поверхностными колебаниями	1080
6.4. Влияние теплового разогрева эмиттера и собственного магнитного поля тока	1081
Заключение	1082
Список литературы	1082

## Введение

Успехи, достигнутые в 50–60-е гг. в развитии электронной теории металлов [1,2], позволили описать кинетические и термодинамические свойства проводников, используя понятие об электронах проводимости — почти не взаимодействующих квазичастицах со сложным законом дисперсии  $\epsilon_p$ . Поскольку электроны проводимости по своим свойствам во многом подобны свободным электронам, представляется естественной возможность наблюдения в металле эффектов, аналогич-

ных наблюдавшимся ранее на пучках заряженных частиц в вакууме. К числу таких эффектов относится фокусировка зарядов магнитным полем, широко применяемая в экспериментальной и технической физике (масс-спектрометрия, электромагнитное разделение изотопов, магнитные линзы и т.д.).

В 1965 г. Шарвин [3] предложил использовать продольную фокусировку магнитным полем носителей, инжектируемых в металл из микроконтакта, для изучения динамики электронов проводимости и, следовательно, получения информации о

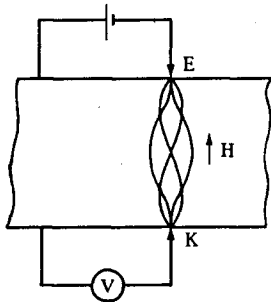


Рис. 1. Схема наблюдения продольной ЭФ [3].

функции  $\epsilon_p$ . На рис. 1 представлена схема продольной электронной фокусировки (ЭФ), при которой однородное магнитное поле  $H$  направлено вдоль линии, соединяющей два микроконтакта — эмиттер ( $E$ ) и коллектор ( $K$ ), установленные на противоположных поверхностях тонкой пластины. Продольную ЭФ впервые наблюдали Шарвин и Фишер [4].

Другая возможность наблюдения в металлах сфокусированных потоков электронов связана с геометрией экспериментов, в которых магнитное поле  $H$  направлено перпендикулярно линии, соединяющей контакты, установленные на одной поверхности образца (схема поперечной ЭФ). Впервые эта идея была высказана Пиппардом [5], предложившим измерять сопротивление системы линейных контактов. В дальнейшем такая ситуация теоретически анализировалась в работе [6] и была экспериментально реализована в [7]. Однако существенно более эффективной оказалась схема поперечной ЭФ Цоя [8] (рис. 2). В этой схеме на одну поверхность монокристалла устанавливаются два микроконтакта, расстояние между которыми  $L$  меньше минимальной длины релаксации электронов  $l$ . Ток пропускается через один из микроконтактов (эмиттер  $E$ ) и контакт  $B$ , расположенный на торце, а измеряемой величиной является разность потенциалов между вторым микроконтактом (коллектором  $K$ ) и периферийной точкой образца  $C$  (рис. 2). Расстояние между микроконтактами  $E$  и  $K$  и контактами  $B$  и  $C$ , имеющими большую площадь, как правило, значительно превышает длину свободного пробега  $l$ . Фокусирующее электроны магнитное поле  $H$  ориентируется в плоскости поверхности металла перпендикулярно линии контактов  $L$  либо под некоторым углом к ней.

Остановимся кратко на качественной картине эффекта поперечной ЭФ ( $L \perp H$ ). Очевидно, что если минимальная длина свободного пробега носителей  $l$  значительно больше расстояния между контактами  $L$ , то разность потенциалов между измерительным контактом  $K$  и периферийной точкой образца (см. рис. 2) будет тем больше, чем большее число неравновесных электронов  $n_{\text{eff}}$  по-

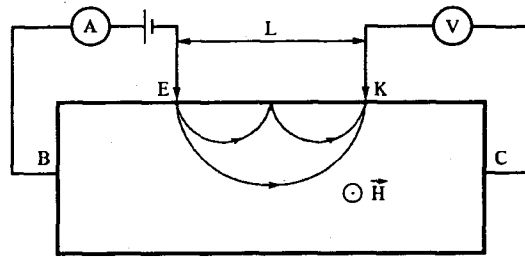


Рис. 2. Схема наблюдения поперечной ЭФ [8].

падает с эмиттера  $E$  на коллектор  $K$ , двигаясь по баллистическим траекториям. Величина  $n_{\text{eff}}$  пропорциональна объему в импульсном пространстве, отвечающему указанным электронам. Этот фазовый объем легко оценить, если заметить, что попадающие в коллектор носители имеют в конечной точке орбиты смещения вдоль поверхности, различающиеся на величину, не превышающую диаметра микроконтакта  $b^*$ .

Хорошо известно (см., например, [9]), что проекции траекторий электронов проводимости на плоскость, перпендикулярную вектору магнитного поля  $H$ , повторяют траектории в импульсном пространстве после поворота на  $\pi/2$  и умножения на коэффициент подобия  $c/eH$ . Это обстоятельство приводит к простой связи между хордами  $D_x$  поверхности Ферми (ПФ)  $\epsilon_p = \epsilon_F$  в направлении нормали к границе  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)$  (рис. 3) и смещением  $\Delta R_{\perp}$  электрона вдоль поверхности в плоскости, перпендикулярной  $H$ , за время между двумя последовательными соударениями:

$$\Delta R_{\perp} = \frac{cD_x(p_z, \gamma)}{eH}$$

( $\gamma$  — фаза на циклотронной траектории, с которой электрон стартует с поверхности,  $p_z$  — проекция импульса на направление вектора  $H$ ). В схеме поперечной фокусировки с контакта на контакт попадают носители заряда, смещение которых  $u(p_z, \gamma)$  вдоль магнитного поля  $H = (0, 0, H)$  мало, а путь  $ncD_x(p_z, \gamma)/eH$ , проходимый по периодической траектории вдоль поверхности металла, близок к расстоянию между контактами  $L$  (рис. 4):

$$|nu(p_z, \gamma)| \leq b, \quad |L - ncD_x(p_z, \gamma)/eH| \leq b, \quad (1)$$

\* Здесь и далее предполагается, что размеры микроконтактов гораздо больше дебройлевской длины волны электрона, и квантовые эффекты не обсуждаются.

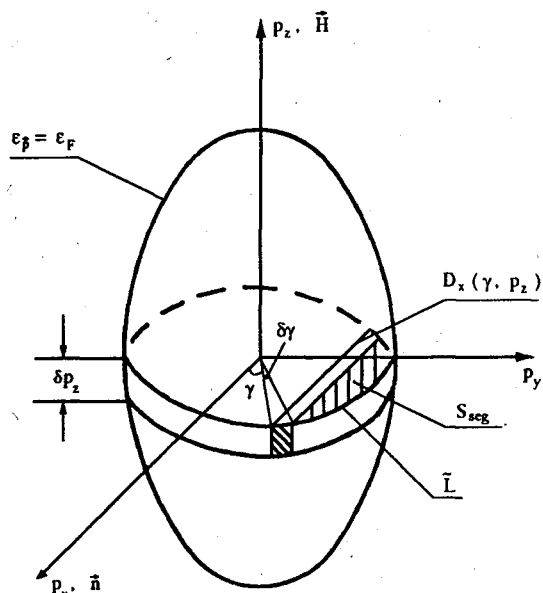


Рис. 3. Траектории в импульсном пространстве электронов, попадающих с эмиттера на коллектор.

где  $n$  — число соударений электрона с поверхностью. Производя разложение функций  $u(p_z, \gamma)$  и  $D_x(p_z, \gamma)$  вблизи точки на ПФ  $(p_z, \gamma) = (p_{z0}, \gamma_0)$ , удовлетворяющей условиям фокусировки для точечных контактов ( $b \rightarrow 0$ )

$$u(p_{z0}, \gamma_0) = 0 \text{ и } D_x(p_{z0}, \gamma_0) = eHL/nc, \quad (2)$$

и используя неравенства (1), нетрудно получить оценку величины  $n_{eff}$ :

$$n_{eff} \sim n_0 \frac{\delta p_z \delta \gamma}{p_F} \sim n_0 \left(\frac{b}{L}\right)^2, \quad (3)$$

где  $n_0$  — полное число электронов, инжектируемых эмиттером;  $p_F$  — фермиевский импульс. Если магнитное поле  $H_n = ncD_x^{extr}/eL$  приводит к фокусировке электронов, принадлежащих экстремальному диаметру ПФ  $D_x^{extr}$  ( $\partial D_x^{extr}/\partial \gamma_0 = \partial D_x^{extr}/\partial p_{z0} = 0$ ), то в разложении  $D_x(p_z, \gamma)$  следует учесть квадра-

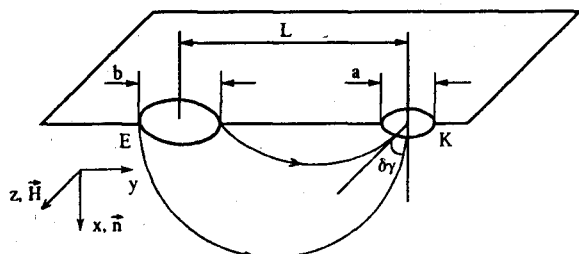


Рис. 4. Траектории фокусируемых электронов в металле.

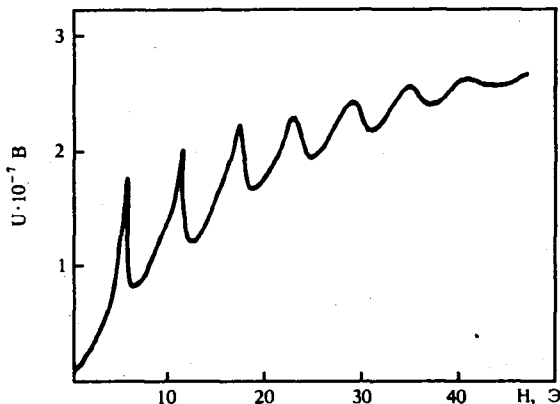


Рис. 5. Сигнал поперечной ЭФ в висмуте [8].

тичные по  $\delta \gamma$  и  $\delta p_z$  слагаемые, а величина  $n_{eff}$  оказывается порядка

$$n_{eff}^{extr} \sim n_0(b/L)^{3/2} > n_{eff}. \quad (4)$$

Следовательно, в полях  $H = H_n$  должны наблюдаться максимумы сигнала поперечной ЭФ. Поскольку эти максимумы формируются заданной на ПФ малой группой носителей, возникает уникальная возможность проследить за рассеянием «одного» заряда на траектории баллистического движения с эмиттера на коллектор. Эта возможность открывает широкие перспективы получения с помощью ЭФ дифференциальной (не усредненной по всем состояниям на ПФ) информации о релаксации электронов на других элементарных возбуждениях, а также различных дефектах в объеме и на поверхности кристалла. Например, одной из причин уменьшения числа приходящих на коллектор электронов является их поверхностное рассеяние. Если доля зеркально отраженных границей электронов  $q < 1$ , то очевидно, что

$$n_{eff}^{extr}(H_{n+1})/n_{eff}^{extr}(H_n) = q,$$

т.е. отношение соседних по шкале магнитного поля линий ЭФ позволяет получать информацию о поверхностном рассеянии носителей заряда, принадлежащих экстремальным диаметрам ПФ. Эта возможность была впервые реализована в работе Цоя [8], исследовавшего отражение электронов от поверхности в висмуте (рис. 5).

Обзор содержит результаты теоретического исследования эффектов поперечной фокусировки электронов в металлах магнитным полем, на основании которых обсуждаются возможности изучения энергетического спектра и релаксационных свойств электронов проводимости.

### 1. Полная система уравнений и вычисление амплитуды сигнала ЭФ

С теоретической точки зрения задача состоит в вычислении измеряемого с помощью потенциального микроконтакта  $K$  распределения ЭДС на поверхности металлического образца, в который из токового микроконтакта  $E$  (эмиттера) инжектируются неравновесные электроны (рис. 2).

Общий подход к решению задач такого типа был сформулирован в работах Азбеля и Песчанского [10, 11] и состоит в следующем. Электрическое поле  $E(r) = -\nabla\Phi(r)$  в образце находится из уравнения Пуассона  $\text{div } E = 4\pi\rho'$ , которое в металлах в нулевом приближении по малому дебаевскому радиусу экранирования  $r_D \sim a$  ( $a$  — межатомное расстояние) имеет вид условия электронейтральности  $\rho' = 0$ :

$$\int d^3p (n_p(r) - f_0(\varepsilon_p)) = 0, \quad (1.1)$$

содержащего функцию распределения носителей  $n_p(r)$ , удовлетворяющую кинетическому уравнению

$$v \frac{\partial n_p(r)}{\partial r} + (eE + \frac{e}{c} [vH]) \frac{\partial n_p(r)}{\partial p} = I_i\{n_p\} + I_{ep}\{n_p\} \quad (1.2)$$

( $r, v$  и  $p$  — координата, скорость и импульс электрона соответственно). Интеграл столкновений  $I_i\{n_p\}$ , описывающий упругое рассеяние, которое предполагается изотропным, имеет вид

$$I_i\{n_p\} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{dS_{p'}}{v'} W_{|p-p'|} [n_{p'} - n_p], \quad (1.3)$$

где  $\hbar = 1$ ;  $v = |\partial\varepsilon_p / \partial p|$ ;  $dS_p$  — элемент изотропной энергетической поверхности  $\varepsilon_p = \varepsilon$ ;  $W_{|p-p'|}$  — квадрат модуля матричного элемента упругого рассеяния, определяющий транспортное время упругой релаксации:

$$\tau_i^{-1}(\varepsilon) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{dS_{p'}}{v'} W_{|p-p'|} [1 - \cos(\theta)] \quad (1.4)$$

Неупругие процессы электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) учтены в интеграле столкновений

$$I_{ep}\{n_p\} = \sum_{\alpha} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \times \\ \times w_{q,\alpha} \left\{ [n_{p+q}(1 - n_p)(N_{q,\alpha} + 1) - \right. \\ \left. - n_p(1 - n_{p+q})N_{q,\alpha} \right] \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \omega_{q,\alpha}) +$$

$$+ [n_{p-q}(1 - n_p)N_{q,\alpha} - n_p(1 - n_{p-q})(N_{q,\alpha} + 1)] \times \\ \times \delta(\varepsilon_{p-q} - \varepsilon_p + \omega_{q,\alpha}) \}. \quad (1.5)$$

Здесь суммирование проводится по номерам  $\alpha$  ветвей фононного спектра;  $w_{q,\alpha}$  — квадрат модуля матричного элемента ЭФВ. Система уравнений (1.1), (1.2) должна быть дополнена, вообще говоря, кинетическим уравнением для определения функции распределения фононов  $N_{q,\alpha}$  (закон дисперсии которых  $\omega_{q,\alpha}$ ) и уравнением Максвелла, связывающим плотность тока и его собственное магнитное поле  $H_j$ :

$$u_{q,\alpha} \frac{\partial N_{q,\alpha}}{\partial r} + I_r\{N_{q,\alpha}\} = I_{pe}\{N_{q,\alpha}, n_p\}; \quad (1.6)$$

$$\text{rot } H_j = \frac{4\pi}{c} j = \frac{e}{\pi^2 c} \int d^3p v n_p(r), \quad (1.7)$$

где

$$I_{pe}\{N_{q,\alpha}, n_p\} = \sum_{\alpha} \int \frac{2d^3p}{(2\pi)^3} \times \\ \times w_{q,\alpha} [n_{p+q}(1 - n_p) - (n_p - n_{p+q})N_{q,\alpha}] \times \\ \times \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \omega_{q,\alpha}), \quad (1.8)$$

$I_r\{N_{q,\alpha}\}$  — интеграл упругих соударений фононов,  $u_{q,\alpha} = \partial\omega_{q,\alpha} / \partial q$ .

Поскольку наблюдение фокусировки электронов в металле магнитным полем предполагает наличие на плоской поверхности образца токоподводящего микроконтакта, задача о нахождении неравновесной функции распределения  $n_p(r)$  носителей заряда может быть условно разделена на две части: 1) определение функции распределения электронов в эмиттере  $n_p^*(r)$ , зависящей от его формы и характера загрязнения; 2) вычисление функции распределения в полуограниченном (или плоскопараллельном) образце металла. Последняя удовлетворяет эффективному граничному условию, связывающему значения функции  $n_p$  для летящих к границе ( $v_x < 0$ ) и от нее ( $v_x > 0$ ) электронов:

$$n_{p, v_x > 0}(R) =$$

$$= \int_{v'_x < 0} d^3p' W(p, p'; R) n_{p'}(R) \theta(R \in S_c) + \\ + n_{p, v_x > 0}^*(R) \theta(R \in S_c). \quad (1.9)$$

Это условие автоматически обеспечивает непротекание тока через поверхность металла ( $R \in S_c$ )

и его сохранение в плоскости отверстия эмиттера ( $R \in S_c$ ). ( $\theta(R \in S_c)$  — единичная функция, отличная от нуля только при значениях  $R$ , принадлежащих плоскости отверстия эмиттера  $S_c$ ;  $\theta(R \notin S_c) = 1 - \theta(R \in S_c)$ .) Ядро интегрального оператора, конкретный вид которого зависит от характера поверхностного рассеяния (см., например, [12,13], а также обзор [14]), удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{v'_x < 0} d^3 p' W(p, p'; R) = 1 \quad (1.10)$$

и автоматически обеспечивает равенство нулю тока через поверхность.

Из-за эффекта растекания тока при удалении от эмиттера неравновесность электронной системы падает. Поэтому функция распределения  $n_p$  и электрический потенциал  $\Phi(r)$  удовлетворяют условиям

$$n_p(r \rightarrow \infty) = f_0(\epsilon_p); \quad \Phi(r \rightarrow \infty) = 0, \quad (1.11)$$

где  $f_0(\epsilon_p)$  — фермиевская функция распределения.

Как уже отмечалось во введении, в эффекте поперечной ЭФ основную роль играет малая группа электронов. Это обстоятельство позволяет, аналогично случаю аномального скин-эффекта [16], пренебречь приходным слагаемым в интеграле внутриобъемных соударений и описать рассеяние электронов на примесях и фононах с помощью времени релаксации  $\nu_p^{-1}$ .

Если максимально возможная избыточная энергия  $eV$  инжектируемых в образец электронов существенно меньше фермиевской энергии  $\epsilon_F$ , то в приближении времени релаксации  $\nu_p^{-1}$  решение кинетического уравнения можно записать в виде

$$n_p = f_0(\epsilon_p) + f(r, p) - e\Phi(r) \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_p}, \quad (1.12)$$

$$f(r, p) = F(r - r(t)) \exp \left[ - \int_{\lambda}^t \nu_{p'} dt' \right] +$$

$$+ \int_{\lambda}^t dt' \nu_{p'} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_p} \exp \left[ - \int_{t'}^t \nu_{p''} dt'' \right] \times$$

$$\times e\Phi(r + r(t') - r(t)),$$

где  $t$  — время движения носителя заряда по траектории в магнитном поле;  $\lambda(r, p) \leq t$  — момент по-

следнего отражения электрона поверхностью образца  $r_s$ ;  $r - r(t) = r_s - r(\lambda)$ ;

$$\nu_p = \tau_i^{-1} + \nu_{ep}(p); \quad (1.13)$$

$$\nu_{ep}(p) = \frac{2}{(2\pi)^3} \sum_{\alpha} \int_0^{|\epsilon - \epsilon_F|} d\omega \int \frac{dS_{p'}}{v'} w_{p-p', \alpha} \times \\ \times \delta(\omega - \omega_{p-p', \alpha}) -$$

частота электрон-фононной релаксации;  $F(r - r(t))$  — произвольная функция характеристик, сохраняющая свое значение на траектории движения носителей заряда между двумя соударениями с границей. Для «объемных» электронов, не взаимодействующих с поверхностью, в формуле (1.12) следует положить  $\lambda = -\infty$ . При этом первое слагаемое в (1.12) обращается в нуль. Условие (1.9) позволяет записать явное выражение для функции  $F$ . Представив функцию распределения вылетающих из эмиттера электронов в виде  $n_p^* = f_0(\epsilon_p) + f^*(R, p)$ , получаем

$$F(r - r(t)) = f^*(R_1, p_1) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \int_{v_x^{(1)} < 0} d^3 p^{(1)} w(p_1, p^{(1)}; R_1) Y(p^{(1)}) \dots$$

$$\int_{v_x^{(n)} < 0} d^3 p^{(n)} w(p_n, p^{(n)}; R_n) Y(p^{(n)}) \times$$

$$\times \left\{ f^*(R_{n+1}, p_{n+1}) + \int_{\lambda_{n+1}}^{\lambda_n} dt' \nu_{p'} \exp \left[ - \int_{t'}^{\lambda_{n+1}} \nu_{p''} dt'' \right] \times \right. \\ \left. \times e\Phi(R_{n+1} + r(t') - R(\lambda_{n+1})) \right\}. \quad (1.14)$$

Здесь функция

$$Y(p^{(n)}) = \exp \left[ - \int_0^{T_n} \nu_{p(t)} dt \right] \quad (1.15)$$

характеризует вероятность объемного рассеяния электрона за время движения по траектории в магнитном поле из точки  $r = R_{n+1}$  в точку  $r = R_n$  ( $T_n = \lambda_n - \lambda_{n+1}$ );  $\lambda_n$  — момент «старта» электрона из точки поверхности с координатой  $r = R_n$ ; при  $n \geq 2$

$$R_n = R_1 - \sum_{k=1}^{n-1} \Delta R(p^{(k)});$$

$$\Delta R(p^{(k)}) = R(\lambda_k) - R(\lambda_{k+1}) \equiv R_k - R_{k+1} -$$

смещение носителя заряда вдоль поверхности металла за время  $T_k$ . Стартуя из точки  $R_{n+1}$  на плоскости  $x = 0$  с импульсом  $p_{n+1}$ , электрон возвращается к ней под действием магнитного поля в точке  $R_n$  с импульсом  $p^{(n)}(p_{n+1})$ , связанным с  $p_{n+1}$  уравнениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p^{(n)}} &= \varepsilon_{p_{n+1}}; \quad (p^{(n)})_{\parallel} = (p_{n+1})_{\parallel}; \\ v_x(p_{n+1}) &> 0; \quad v_x(p^{(n)}) < 0, \end{aligned} \quad (1.16)$$

где  $p_{\parallel}$  — параллельная границе металла компонента импульса электрона  $p$ .

До сих пор никак не учитывалось наличие измерительной части схемы, представляющей собой вольтметр (сопротивление которого обычно полагается бесконечным), подсоединенный к микроконтакту  $K$  (диаметром  $a$  меньше минимальной длины свободного пробега  $l$ ) и контакту большой площади  $C$ , находящемуся на торце образца, где можно считать выполненными условия (1.11). Если на поверхности металла установить точечной измерительный контакт (коллектор), то в начальный момент возникнет нестационарный электрический ток, который станет равным нулю при достижении потенциалом в объеме коллектора (на расстояниях  $|R_0| \gg a$  от отверстия микроконтакта) некоторого значения  $\varphi_0$ . Очевидно, что в периферийной области образца (в которой находится потенциальный контакт  $C$ ) вследствие равновесия электронной системы ЭДС равна нулю. Поэтому разность ЭДС, измеренная вольтметром, равна  $\varphi_0$  и, вообще говоря, отличается от разности электростатических потенциалов между данной точкой поверхности и периферийной точкой образца в отсутствие измерительного микроконтакта. Величину  $\varphi_0$  легко определить, если заметить, что при  $a \ll l$  практически все электроны с компонентой скорости  $v_x < 0$  приходят в коллектор из объема образца, в то время как носители с  $v_x > 0$  изотропно налетают на контакт из объема коллектора. В пределе  $a \rightarrow 0$  (и, следовательно,  $|R_0| \rightarrow 0$ ) когда можно пренебречь возмущением электронной функции распределения измерительным контактом, условие равенства нулю через коллектор приводит к следующему выражению для измеряемой величины (сигнала ЭФ)  $\varphi_0$  [15]:

$$e\varphi_0(L) = \frac{\int d^3p v_x \theta(-v_x) f(L, p)}{\int d^3p v_x \theta(-v_x) (-\partial f_0 / \partial \varepsilon_p)}. \quad (1.17)$$

Подставляя решение (1.12) с функцией  $F$  (1.14) в уравнение электронейтральности (1.1) для входящего в решение кинетического уравнения распределения электростатического потенциала в образце  $\Phi(r)$  получаем линейное интегральное уравнение

$$e\Phi(r) = \frac{\int d^3p f(L, p)}{\int d^3p (-\partial f_0 / \partial \varepsilon_p)}. \quad (1.18)$$

В интересующем нас случае, когда  $L, r_H \ll l$  ( $r_H$  — ларморовский радиус), интегральные слагаемые в решении (1.12), пропорциональные  $v_p$ , малы по параметру  $v_p T_n \sim r_H / l \ll 1$ . В основном приближении по указанному малому параметру сигнал ЭФ (1.17) не зависит от распределения электрического поля в образце и связан с баллистическим переносом заряда из эмиттера в коллектор.

В наиболее интересной с практической точки зрения ситуации, когда отражение электронов от поверхности металла не является чисто диффузным, в ядре интегрального оператора  $W(p, p')$  имеется слагаемое, отвечающее когерентному рассеянию. Такое слагаемое представляет собой сумму  $\delta$ -функций, учитывающих корреляцию между импульсами налетающих на границу и отраженных от нее электронов:

$$W(p, p') = \sum_{k=1}^N h_k(p', R) \delta(p' - p_k) + w(p, p'; R). \quad (1.19)$$

Величину  $N$  часто называют числом каналов зеркального отражения, а не имеющую сингулярностей функцию  $w$  — индикатрисой поверхностного рассеяния.

Представление  $W(p, p')$  в форме (1.19) позволяет выделить в потенциале  $\varphi_0(L, H)$  часть  $\tilde{\varphi}(L, H)$ , отвечающую вкладу в  $\varphi_0(L, H)$  носителей заряда, приходящих в коллектор, не рассеявшись на поверхности образца. Если размер эмиттера  $b$  значительно меньше расстояния между контактами, то в основном приближении по  $b/L \ll 1$  функцию распределения электронов можно считать не зависящей от координаты на отверстии эмиттера и представить в виде произведения

$$f^*(R, p) \equiv f^*(p) \theta(R \in S_c).$$

В этом случае  $\tilde{\varphi}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(L, H) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\varphi}_n(L, H) = \\ &= \frac{1}{e} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k_1, \dots, k_{n-1}} \int d\varepsilon \langle C(p) f^*(p_n(p)) A_n(\varepsilon, p) \rangle_{\varepsilon, v_x < 0}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$C(p) = v_x \langle (v_x)_{\varepsilon_F, v_x < 0} \rangle^{-1}, \quad (1.21)$$

$$A_1(\varepsilon, p) = \theta(L - \Delta R(p) \in S_c) Y(p),$$

$$\begin{aligned} A_n(\varepsilon, p) &= Y(p_n) \theta(L - \Delta R_n(p) \in S_c) \times \\ &\times \prod_{s=1}^{n-1} h_{k_s} \left( p_{k_s}; L - \sum_{j=1}^s \Delta R(p_{k_j}) \right) Y(p_{k_s}), \quad n \geq 2; \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\Delta R_n(p) = \Delta R(p_n) + \delta_{n1} \sum_{j=1}^{n-1} \Delta R(p_{k_j}),$$

$$\langle f \rangle_{\varepsilon, v_x < 0} = \left( \int_{\varepsilon_p = \varepsilon_F} \frac{dS_p}{v} \theta(-v_x) \right)^{-1} \int_{\varepsilon_p = \varepsilon} \frac{dS_p}{v} \theta(-v_x) f.$$

Здесь  $\delta_{ik}$  — символ Кронекера. В соотношении (1.20) интегрирование проводится по импульсам  $p$  налетающих на коллектор электронов. Формула (1.20) содержит суммирование по числу соударений  $(n-1)$  электронов с поверхностью. Суммы по  $k_j$  ( $j = 1, \dots, n-1$ ) учитывают тот факт, что при каждом из  $n-1$  столкновений возможны  $N$  различных отраженных состояний  $p_k$ . Связь между импульсом  $p$  попадающего в коллектор электрона и его величиной  $p_n$  при инжекции из эмиттера, а также значениями  $p_{k_j}$  находится из уравнений (1.16) и условий корреляции между импульсами до и после взаимодействия с границей (1.19). Эта связь зависит от набора каналов зеркального отражения  $k_1 \dots k_{n-1}$ , в которые заряд рассеивается при движении из эмиттера в коллектор. Функция  $A_n(\varepsilon, p)$  имеет смысл парциального вклада в сигнал фокусировки электронов с энергией  $\varepsilon$  и импульсом  $p$ , не рассеивающихся в объеме или на поверхности металла и попавших в коллектор после  $n$  когерентных отражений границей металла. Смещение указанных электронов вдоль поверхности за  $n$  скачков равно  $\Delta R_n(p)$ .

Слагаемое  $\tilde{\varphi}(L, H)$  (1.20) в полном сигнале ЭФ, содержащее минимальное число интегрирований «острых» функций импульса  $\theta(L - \Delta R_n(p) \in S_c)$ , наиболее быстро изменяется при варьировании магнитного поля. Функция  $\tilde{\varphi}(L, H)$ , называемая немонотонной частью сигнала ЭФ, описывает ос-

новные особенности зависимости потенциала на измерительном контакте от поля  $H$ .

Отметим, что электростатический потенциал  $\Phi(L)$  (1.18) на поверхности металла так же, как и ЭДС  $\varphi_0(L)$  (1.17), содержит немонотонно зависящую от магнитного поля часть  $\tilde{\Phi}(L, H)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(L, H) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\Phi}_n(L, H) = \\ &= \frac{1}{e} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k_1, \dots, k_{n-1}} \int d\varepsilon \langle f^*(p_n(p)) A_n(\varepsilon, p) \rangle_{\varepsilon, v_x < 0}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Именно эта функция вычислялась во многих теоретических работах, о которых будет идти речь ниже. Поскольку коэффициент  $C$  (1.21) в формуле (1.20) плавно (по сравнению с  $\theta$ -функцией) зависит от импульса электрона, положение по шкале магнитного поля и относительная интенсивность особенностей функций  $\tilde{\varphi}$  и  $\tilde{\Phi}$  совпадают. Абсолютная величина ЭДС  $\varphi_0$  существенно отличается от разности электростатических потенциалов  $\Phi$  лишь в том случае, когда определяющий вклад в сигнал ЭФ вносят электроны, имеющие малую составляющую скорости вдоль нормали к поверхности.

Вопрос о применимости линейного по электрическому полю приближения в задачах об электронной фокусировке, когда сигнал на измерительном контакте пропорционален напряжению  $V$ , приложенному к эмиттеру, обсуждается в разделе 6. Здесь мы только отметим, что нелинейными эффектами можно пренебречь при выполнении неравенства

$$|eV| \ll \omega_D, \quad \varepsilon_F b / L \quad (1.24)$$

( $\omega_D$  — дебаевская частота фононов).

При малых  $V$  неравновесная часть функции распределения инжектируемых из микроконтакта в образец электронов равна  $f^*(p) = -(\partial f_0 / \partial \varepsilon) \psi^*(p)$ . В случае низких температур ( $T \ll \varepsilon_F$ )  $\partial f_0 / \partial \varepsilon = -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$ , что позволяет легко вычислить интеграл по энергии в формуле для  $\tilde{\varphi}$  (1.20). Таким образом, ЭФ так же, как и другие низкотемпературные кинетические эффекты в металлах, при линейном по  $V$  режиме определяется электронами, находящимися на уровне Ферми ( $\varepsilon_p = \varepsilon_F$ ). Сигнал  $\tilde{\varphi}(L, H)$  принимает максимальное значение, если на коллектор после  $n$  когерентных отражений границей могут попасть носители заряда с экстремальным при  $\varepsilon_p = \varepsilon_F$  смещением  $(\Delta R_n)_{\text{extr}}$ :

$$(\Delta R_n)_{\text{extr}} = L, \quad (1.25)$$

$$D_n = \frac{\partial(\Delta y_n, \Delta z_n)}{\partial(p_y, p_z)} \Big|_{\Delta R_n = (\Delta R_n)_{extr}} = 0, \quad (1.26)$$

$$\Delta R_n = (\Delta y_n, \Delta z_n).$$

Очевидно, что при одновременном выполнении условий (1.25) и (1.26) область интегрирования в (1.20), «захватываемая»  $\theta$ -функцией, входящей в выражение для  $A_n$  (1.22), является наибольшей, а число электронов, попадающих с эмиттера на коллектор по баллистической траектории, максимально. Такие экстремумы функции  $\tilde{\varphi}(L, H)$  получили название линий (или пиков) электронной фокусировки. Кроме максимумов, на зависимости  $\tilde{\varphi}(L, H)$  могут существовать «изломы» и «ступени», связанные с границами области изменения величины  $\Delta R_n$ , определяющими включение или, наоборот, исключение из вклада в сигнал электронов,  $n$  раз столкнувшихся с границей металла.

На основании общих соотношений (1.20), (1.25), (1.26) можно проанализировать влияние различного типа поверхностных процессов на амплитуду и положение по магнитному полю линий ЭФ.

## 2. Исследование энергетического спектра и поверхностных процессов рассеяния электронов методом поперечной ЭФ

В этом разделе будет рассмотрен линейный по эмиттерному напряжению  $V$  режим поперечной ЭФ и наиболее часто встречающаяся в экспериментах ситуация, когда вектор постоянного однородного магнитного поля  $H$  параллелен поверхности металла, а зеркальное отражение электронов проводимости одноканально, т.е. импульсу  $p$  налетающего на границу электрона соответствует лишь одно состояние отраженного электрона с импульсом  $\tilde{p}$ , удовлетворяющим уравнениям

$$\epsilon_p = \epsilon_{\tilde{p}}; \quad p_{\parallel} = \tilde{p}_{\parallel}; \quad v_x(p) < 0; \quad v_x(\tilde{p}) > 0. \quad (2.1)$$

Выделим в ядре  $W(p, p'; R)$  интегрального оператора (1.9) слагаемое, описывающее зеркальное отражение электронов. Функция  $w(p, p'; R)$ , характеризующая диффузное рассеяние, связана с параметром зеркальности  $q(p; R)$  условием нормировки (1.10):

$$q(p; R) = 1 - \int_{v'_x < 0} d^3 p' w(p, p'; R).$$

В рассматриваемом случае, когда движение носителей заряда, испытывающих зеркальные отражения от поверхности, периодически (смещение вдоль границы  $\Delta R(p^{(k)}) \equiv \Delta R(p)$  и время между двумя последовательными соударениями с ней  $T_n = T_p$  одинаково для всех участков траектории), формула (1.22) для парциальной амплитуды  $A_n$  приобретает вид\*

$$A_n(\epsilon, p) = \theta(L - n\Delta R \in S_c) \times$$

$$\times q^{n-1}(p; L - (n-1)\Delta R) \exp \left[ -n \int_0^{T_p} dt' v_{p'} \right]. \quad (2.2)$$

Якобиан  $D_n$  (1.26), являющийся якобианом перехода от интегрирования по импульсам  $p_y, p_z$  (проекция  $p_x$  связана с  $p_y$  и  $p_z$  законом сохранения энергии  $\epsilon_p = \epsilon$ ) к интегрированию по смещениям вдоль поверхности  $\Delta y_n, \Delta z_n$  (фактически к интегрированию по малой площади сечения эмиттера  $S_c \equiv b^2$ ), равен

$$D_n = n \frac{cv_x}{eH} \begin{vmatrix} \alpha_{yx} & \alpha_{zx} \\ \alpha_{zx} & \beta \end{vmatrix}. \quad (2.3)$$

Здесь

$$\alpha_{\mu x} = \frac{\partial D_x}{\partial p_{\mu}} = \left( \frac{v_{\mu'}}{v_x} - \frac{v_{\mu}}{v_x} \right),$$

$$\beta = \frac{\partial^2 S_{seg}}{\partial p_z^2} = \frac{\partial^2}{\partial p_z^2} \int_{p_y(v_x < 0)}^{p_y(v_x > 0)} p_x dp_y,$$

$D_x = \tilde{p}_x - p_x$  — хорда в направлении нормали к границе металла сечения изоэнергетической поверхности  $\epsilon_p = \epsilon$  плоскостью  $p_z = \text{const}$ ;  $S_{seg}$  — площадь сегмента, отсекаемого хордой  $D_x$  на указанном сечении (рис. 3);  $v = v(p)$ ;  $v' = v(\tilde{p})$ ; импульсы  $p$  и  $\tilde{p}$  удовлетворяют уравнениям (2.1).

\* Формула (2.2), записанная в приближении параметра зеркальности  $q$ , справедлива при условии плавной зависимости  $w(p, p')$  от импульсов по сравнению с функцией распределения приходящих на коллектор электронов. «Острота» последней определяется входящей в (2.2)  $\theta$ -функцией.



2.1. Определение хорд поверхности Ферми

Уравнение (1.26) имеет решения, вообще говоря, при любой ориентации магнитного поля  $\mathbf{H}$  относительно линии  $L$ , соединяющей контакты (дрейфовая ЭФ [18]). Однако наиболее очевидной является ситуация поперечной фокусировки ( $L \perp \mathbf{H}$ ), когда обращению в нуль якобиана  $D_n$  отвечают импульсы электронов, принадлежащих экстремальным диаметрам изоэнергетических поверхностей ( $\partial D_x / \partial p_z = \partial D_x / \partial p_y = 0$ ) (рис. 6, а, б). Это обстоятельство положено в основу применения поперечной фокусировки в качестве метода фермиологии. Значения магнитного поля, при которых наблюдаются линии поперечной ЭФ, простым образом связаны с важной характеристикой ПФ  $D_x^{\text{extr}}$  [6,17]:

$$H_n = ncD_x^{\text{extr}}(\epsilon_F)(eL)^{-1}. \quad (2.4)$$

Варьируя ориентацию поверхности образца относительно кристаллографических осей, можно, в принципе, измерить все экстремальные диаметры ПФ. Появление особенностей на зависимости  $\tilde{\varphi}(H)$  связано также с хордами ПФ, соединяющими точки перегиба на сечениях  $p_z = \text{const}$  (рис. 6, в) и хордами, задающими границы области изменения величины  $\Delta R_n$  (рис. 6, г) [17].

Форма линий ЭФ и их амплитуда существенно различаются для перечисленных групп эффективных электронов. Так, для электронов экстремальных диаметров линия ЭФ несимметрична. Вдали от значений поля  $H_n$  (2.4), при которых сигнал ЭФ имеет экстремумы ( $\Delta_n = |H - H_n|/H \gg b/L$ ), в случае максимума диаметра  $D_x^{\text{extr}} = D_x^{\text{max}}$  (рис. 6, а) линия имеет пологое крыло  $\tilde{\varphi}_n(H) \sim (H_n - H)^{-1/2}$  со стороны полей  $H$ , меньших  $H_n$ , и крутое — со стороны сильных полей ( $\tilde{\varphi}_n(H) = 0$  при  $H > H_n$ ). Если же линия ЭФ связана с носителями заряда с  $D_x^{\text{extr}} = D_x^{\text{min}}$  (рис. 6, б), то, наоборот,  $\tilde{\varphi}_n(H) = 0$  при  $H < H_n$  и  $\tilde{\varphi}_n(H) \sim (H_n - H)^{-1/2}$  при  $H > H_n$ .

Если хорда  $D_x$  соединяет точки перегиба на сечении ПФ, для которых якобиан  $D_n = 0$ , то линия ЭФ вблизи поля максимума  $H = H_n$  имеет симметричную форму, причем  $\tilde{\varphi}_n(H) \sim (H_n - H)^{-1/3}$  при  $\Delta_n \gg b/L$ . Наличие на ПФ точек (в которых  $D_n \neq 0$ ), определяющих границы области изменения  $\Delta R_n$ , приводит к появлению, вообще говоря, скачков функции  $\tilde{\varphi}_n(H)$ . В ситуации, изображенной на рис. 6, г, фокусируемые электроны влетают в коллектор под малыми углами. Для таких носителей заряда коэффициент  $C$  (1.21), входящий в формулу для немонотонной части сигнала  $\tilde{\varphi}$

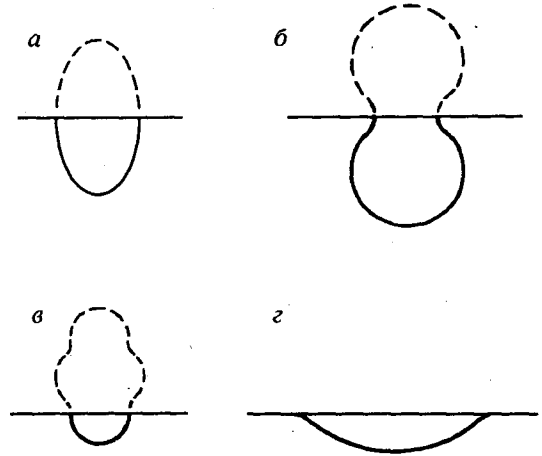


Рис. 6. Возможные типы эффективных траекторий [17].

(1.20), равен нулю. В этом случае скачок имеет не функция  $\tilde{\varphi}_n$ , а ее производная  $d\tilde{\varphi}_n/dH$ .

В металлах со сложным законом дисперсии носителей заряда растекание электрического тока вблизи эмиттера существенно анизотропно. Существование «усиленных» электронных потоков, задаваемых линиями нулевой гауссовой кривизны на ПФ, может быть обнаружено с помощью второго микроконтакта [19]. Наличие на ПФ вблизи экстремального диаметра параболических точек либо точек уплощения приводит к существенному увеличению амплитуды линий ЭФ. Такая ситуация реализуется при фокусировке электронов в висмуте [8], ПФ которого содержит вытянутые эллипсоиды, центральная часть которых близка к цилиндрической [20].

Таким образом, поперечная ЭФ обладает важными преимуществами по сравнению, например, с квантовым размерным эффектом или магнитоакустическими явлениями, позволяя не только найти экстремальные диаметры ПФ, но и выяснить (по форме линий) характер экстремума и (по направлению магнитного поля) принадлежность носителей электронной или дырочной части изоэнергетической поверхности  $\epsilon_p = \epsilon_F$ .

2.2. Определение вероятности зеркального отражения

Если индикатриса поверхностного рассеяния  $w(p, p')$  является достаточно плавной функцией  $p$  (ее ширина  $\Delta_p$  больше основного малого параметра задачи  $b/L$ ), то при вычислении  $\tilde{\varphi}$  (1.20) в малой области интегрирования, задаваемой  $\theta$ -функцией в формуле (2.2), параметр зеркальности  $q(p)$  можно считать не зависящим от  $p$  и вынести за знак интеграла в точке  $p = p^*$ , удовлетворяющей равенству (1.25). При  $\mathbf{H} \perp L$  линии ЭФ с различными  $n$  формируются электронами, траектории которых

на ПФ одинаковы и соединяют точки  $p$  и  $\bar{p}$ , отвечающие диаметрам  $D_x = \bar{p}_x - p_x$ , близким к экстремальным  $D_x^{extr}$ . Число  $n$  определяет количество повторений за время  $T$  движения с эмиттера на коллектор одной и той же траектории (длиной  $\tilde{L}$ ) на ПФ (см. рис. 3). Полная длина  $S$  траектории в координатном пространстве и время  $T$  движения по ней также не зависят от номера  $n$ :

$$S = \frac{cn}{eH_n} \tilde{L}, \quad T = \frac{cn}{eH_n} \int \frac{dl}{v},$$

$$\left( \frac{H_n}{n} \equiv cD_x^{extr} (eL)^{-1} \right).$$

Поэтому отношение амплитуд двух соседних по магнитному полю линий ЭФ равно  $q(p^*)$  и не содержит параметров, характеризующих контакт, а также вероятностей процессов объемной релаксации электронов. Отметим, что получаемая с помощью ЭФ информация о параметре зеркальности относится к электронам (с известным импульсом  $p^*$ ), взаимодействующим с определенным участком на поверхности металла.

Методом поперечной ЭФ был измерен коэффициент зеркальности  $q$  почти нормально падающих на поверхность электронов в висмуте [8], сурьме [21], меди [22], вольфраме [22,23], серебре [24], цинке [25], алюминии [26]. Параметр  $q$  оказался весьма большим для некоторых кристаллографических ориентаций поверхности образца не только в полуметаллах, но и в хороших проводниках, рассеяние носителей заряда поверхностью которых долгое время считалось диффузным.

Поверхность скола кристалла по плоскости, не совпадающей ни с одной из главных кристаллографических плоскостей, как правило, содержит крупномасштабные шероховатости. Если характерный размер шероховатостей  $h$  значительно больше дебройлевской длины волны электрона, то каждый акт «макроотражения» может содержать несколько актов «микроотражений» от граней поверхностной структуры (рис. 7) [27].

В случае, когда «макроотражение» состоит из двух «микроотражений», эффективный параметр зеркальности  $\bar{q}$  равен произведению параметров зеркальностей граней  $\bar{q} = q_1 q_2$ . Экстремум смещения электрона  $\Delta R_1 + \Delta R_2$  вдоль поверхности за два скачка (экстремум суммы хорд  $AA'$  и  $BB'$  на рис. 7) соответствует периодическому движению электрона. Эффективная область ПФ теперь связана не с экстремальным диаметром, как в обычной ЭФ, а с некоторой хордой, длина которой зависит от угла «излома»  $\alpha$ . Значение магнитного поля, при котором наблюдается  $n$ -й пик, находится из условия  $L = 2nAA'$  [27]. Для наблюдения ЭФ в

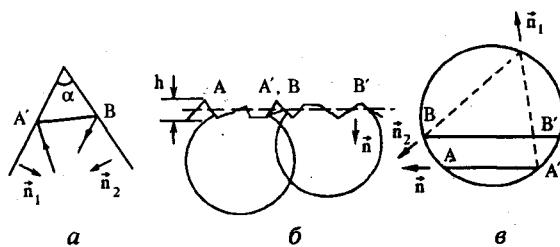


Рис. 7. Отражение электронов от поверхности с крупномасштабными шероховатостями: реальное движение электрона в крупном (а) и мелком (б) масштабах, в — иллюстрация построения электронной траектории [27].

рассмотренной ситуации необходимо выполнение неравенства  $h \gg b$ . Иллюстрацию некоторых случаев, относящихся к более сложной геометрии ПФ, можно найти в работе [27].

### 2.3. Электронная фокусировка в тонкой пластине

В пластинах, толщина которых  $d$  меньше расстояния между контактами, происходит отсечка одной или нескольких первых линий ЭФ, которые в массивном образце формировались электронами, взаимодействующими только с одной границей. Вместо них появляются неэквидистантные по магнитному полю пики меньшей интенсивности, связанные с электронами, высота сегмента орбиты которых равна толщине образца  $d$  (траектория  $a$  на рис. 8), а смещение вдоль линии контактов максимально:  $L = (\Delta R_n)_{max}$  ( $D_n \neq 0$ ;  $(\Delta R_n)_{max}$  — граничное значение величины  $\Delta R$ ) (рис. 8) [17]. Интересно отметить, что эти же пики будут наблюдаться на производной  $\partial \bar{\varphi} / \partial H$  при инверсии направления магнитного поля, если параметр зеркальности  $q_2$  противоположной контактам поверхности металла не равен нулю. Эффективная траектория в этом случае изображена на рис. 8, б. Парциальная амплитуда ЭФ, учитывающая столкновения электронов с двумя поверхностями пластины, при  $L \ll l$  имеет вид

$$A_n(\epsilon, p) = q_1^{n-1} \{ S_{11} \theta(L - n\Delta R_1 \in S_c) + q_2^n S_{12} \theta(L - n\Delta R_2 \in S_c) \}. \quad (2.5)$$

Здесь  $S_{11}$  и  $S_{12}$  — единичные функции, отличные от нуля при значениях импульсов электронов, взаимодействующих с одной ( $S_{11}$ ) и двумя ( $S_{12}$ ) поверхностями пластины;  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_2$  — смещения указанных электронов вдоль верхней границы образца (рис. 8, а, б) за время между двумя столкновениями с ней. Расстояние между линиями ЭФ в тонкой пластине не связано непосредственно с экстремальным диаметром ПФ. Однако исследование ЭФ в такой постановке позволяет находить кривизну ПФ. Действительно, при  $r_H \gg L \gg d$  эф-

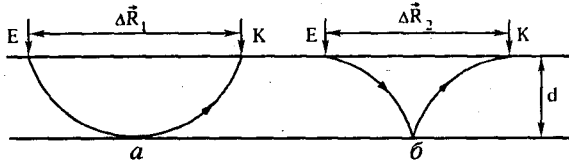


Рис. 8. Фокусировка электронов в тонкой пластине [17].

фактивные траектории типа *a* на рис. 8 захватывают лишь малую часть  $\delta\gamma$  полного периода траектории  $\delta\gamma \sim L/r_H$ . В этом случае с точностью до малых второго порядка по  $\delta\gamma$  величина  $(eH_1/c)(L^2/2d)$  совпадает с радиусом кривизны экстремальной траектории.

Поперечная ЭФ в тонкой пластине может служить методом определения коэффициента диффузии примесей в металлах [28]. Если на поверхность пластины  $x = d$  нанести слой иного металла и провести диффузионный отжиг, то вблизи этой поверхности возникает область с высокой концентрацией примесей, диффузно рассеивающих электроны (рис. 9). Согласно [29], зависящую от координаты  $x$  частоту релаксации электронов  $\nu(x)$  можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\nu(x) = \nu_p + \nu_1(x), \quad (2.6)$$

где  $\nu_1(x)$  описывает рассеяние электронов в слое продиффундировавших атомов и существенно отличается от нуля вблизи поверхности  $x = d$ . Если предположить, что коэффициент диффузии  $D = \text{const}$  и существует предел растворимости, т.е. концентрация примесных атомов на границе образца  $c'(d, t_D) = c'_0 < 1$  ( $t_D$  — время диффузии), то  $\nu_1(x)$  можно представить в следующем виде [29]:

$$\nu_1(x) = \bar{\nu} \operatorname{erfc} \left( \frac{(d-x)}{2\sqrt{Dt_D}} \right), \quad (2.7)$$

$$\bar{\nu} \sim \nu_F \sigma_{\text{eff}} n_0 c'_0,$$

где  $\sigma_{\text{eff}}$  — эффективное сечение рассеяния электронов на атомах примеси;  $n_0$  — концентрация атомов чистого образца.

Диффузное рассеяние электронов на границе «чистой» и «грязной» (толщиной  $x_0$ ) областей приводит к тому, что положение линий по шкале магнитного поля определяется уже не истинной толщиной образца, а шириной чистой области  $d - x_0$ . Выражение для парциальных амплитуд

$$A_n(\epsilon, \rho) = q_1^{n-1} Y^n(\rho) Y_1^n(\rho) \theta(L - \Delta R \in S_c) \quad (2.8)$$

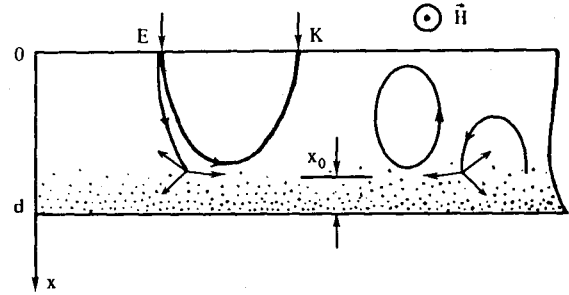


Рис. 9. Траектории электронов, рассеивающихся в слое примесей [28].

содержит при малых временах диффузии  $t_D$  ( $\sqrt{Dt_D} \ll d$ ) почти ступенчатую функцию

$$Y_1(\rho) = \exp \left\{ - \int_0^{\rho} \nu_1(x_{\text{max}} - x(t_{\text{max}}) + x(t')) dt' \right\}, \quad (2.9)$$

которая является вероятностью для электрона, стартующего в момент времени  $t' = 0$  с поверхности  $x_1 = 0$ , вернуться к ней, не рассеявшись на продиффундировавших примесях ( $x_{\text{max}}$  — координата ближайшей к поверхности  $x_2 = d$  точки траектории;  $x_{\text{max}} - x(t_{\text{max}}) = x - x(t)$ ;  $v_x(t_{\text{max}}) = 0$ ). Функция  $Y_1 \approx 1$  для импульсов, при которых орбиты электронов лежат в области  $d - x_{\text{max}} \gg \sqrt{Dt_D}$ , и  $Y_1 \ll 1$ , если траектории носителей проходят в непосредственной близости от второй грани пластины ( $d - x_{\text{max}} \leq \sqrt{Dt_D}$ ). Интервал значений  $\Delta x$  вблизи  $d - x_0$ , в котором происходит резкое изменение  $Y_1$ , порядка  $\sqrt{Dt_D}$ . Толщина слоя  $x_0 = K\sqrt{Dt_D}$ , где коэффициент  $K$  практически не зависит от  $D$ , определяясь величиной  $\bar{\nu}$  (см. 2.7), а также радиусом циклотронной орбиты. Этот коэффициент должен быть найден из условия максимума производной  $\partial Y_1 / \partial x_{\text{max}}$ .

Естественно, применение метода ЭФ для определения  $D$  ограничено областью малых времен диффузии  $t_D$ , при которых характерная ширина переходного слоя между «грязной» и «чистой» областями меньше диаметра электронного пучка, т.е.  $\sqrt{Dt_D} \ll b$ . Последнее неравенство обеспечивает эффективность отсечки электронных траекторий загрязненным слоем.

## 2.4. Электронная фокусировка неоднородным магнитным полем

Одним из ограничений метода поперечной фокусировки электронов однородным полем является то, что максимумы линий формируются определенной группой электронов, и информация о процессах рассеяния относится именно к этой группе носителей заряда. В принципе, угловая зависимость параметра зеркальности поверхностного рассеяния  $q(\gamma)$  может быть восстановлена из сравнения экспериментальных кривых  $\tilde{\varphi}(H)$  с результатами численного расчета сигнала фокусировки для различных пробных функций  $q(\gamma)$  [30]. Однако восстановление функции  $q(\gamma)$  по интегральной характеристике  $\tilde{\varphi}(H)$ , определяемой носителями заряда, сталкивающимися с поверхностью под разными углами  $\gamma$ , является весьма сложной задачей, требующей корректного учета влияния на величину  $\tilde{\varphi}(H)$  целого ряда факторов (закона дисперсии носителей, зависимости вероятности их объемной релаксации от импульса, междолинного поверхностного рассеяния и т.д.). В работах [31, 32] было показано, что при ЭФ неоднородным магнитным полем существуют два независимых параметра (значение поля у поверхности металла  $H$  и его градиент  $\nabla H$ ), изменение которых позволяет изучать рассеяние электронов, падающих на поверхность под заданным углом.

Чтобы объяснить сделанное утверждение, рассмотрим пластину, помещенную в неоднородное магнитное поле\*

$$H_z = \alpha + 2\beta \left( \frac{x}{d} - \frac{1}{2} \right).$$

Дрейф зарядов в направлении, перпендикулярном векторам  $H$  и  $\nabla H$ , приводит к возникновению некоторого наименьшего смещения электрона вдоль линии контактов  $(\Delta R)_{\min}$ , отвечающего электронам, вылетающим под малыми углами  $\gamma' = 0, \pi$  к поверхности  $x = 0$  ( $v_x' = \pm v_F$ ). Якобиан  $D_n$  (1.26) в точке, соответствующей  $\Delta R_n = n(\Delta R)_{\min}$ , не обращается в нуль. Существование такой границы области изменения величины  $\Delta R_n$  служит причиной появления на зависимости  $\tilde{\varphi}(H)/\partial H$  ступеней с амплитудой

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial H} = q_1^{n-1}(0) q_2^n(\gamma). \quad (2.11)$$

Для сферического закона дисперсии угол  $\gamma$  легко определить, если воспользоваться сохранением обобщенного импульса

$$P_y = p_F \cos \gamma + \frac{e\beta}{c} \left( \frac{x}{d} + \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{d}{2} + \frac{\alpha}{\beta} d \right). \quad (2.12)$$

Учитывая, что для инжектируемых в металл электронов  $\gamma' = 0, \pi$ , находим, что угол столкновения электрона с гранью  $x = d$  зависит только от однородной составляющей поля  $\alpha$ :

$$\gamma = \arccos(1 - d/r_\alpha), \quad (2.13)$$

где  $r_\alpha = cp_F / |e\alpha|$ ,  $d < r_\alpha$ .

Фиксируя параметр  $\alpha$  и изменяя величину дрейфа электрона варьированием градиента поля  $\beta/d$ , можно сфокусировать на коллекторе носители заряда, взаимодействующие с границей  $x = d$  под любым наперед заданным углом.

Сложный характер электронных траекторий в неоднородном магнитном поле приводит к весьма громоздким выражениям для смещений  $\Delta R_n$  и амплитуд линий ЭФ, которые для случая квадратичного неанизотропного закона дисперсии носителей можно найти в работах [31, 32].

## 3. Поперечная ЭФ при многоканальном зеркальном отражении

В этом разделе рассмотрим проявления в электронной фокусировке когерентных многоканальных процессов поверхностного рассеяния носителей заряда [33]. Хотя при наличии таких процессов состояние отраженного от границы электрона не может быть определено однозначно, число состояний ограничено, а импульсы падающего на поверхность и отлетающего от нее электронов связаны между собой законами сохранения энергии и параллельной границе в точке отражения компоненты квазиимпульса. Последняя сохраняется с точностью до вектора обратной поверхностной решетки.

\* Неоднородное магнитное поле  $H_z = \alpha + 2\beta x/d$  является вполне реальным. Его легко создать в пластине, помещенной в однородное магнитное поле  $H = (0, 0, H)$ , через торцевые контакты которой перпендикулярно  $H$  пропускается ток  $j$ . В пластине с зеркальными гранями в отсутствие магнитного поля распределение электрического тока по сечению образца однородно. Наличие слабого магнитного поля и небольшой диффузности рассеяния носителей заряда на границе приводит к возникновению лишь слабой неоднородности тока, и его собственное магнитное поле в основном приближении описывается формулой  $H_z = 4\pi jx/c$ .

### 3.1. Изучение структуры поверхности

В работе [34] было показано, что если трансляционная симметрия поверхностного слоя атомов отлична от трансляционной симметрии атомной плоскости, параллельной поверхности, но лежащей в объеме кристалла (хорошо известные реконструированные поверхности представляют собой частный случай такого типа поверхностей), то существует набор векторов  $\Delta p_{\parallel}$ , определяемый структурой поверхности, на которые может измениться  $p_{\parallel}$  при взаимодействии электрона с границей кристалла. Определить  $\Delta p_{\parallel}$  можно, решив задачу дифракции электронов на поверхностном слое атомов (двумерной поверхностной решетке). Возможные состояния отраженного электрона определяются законами сохранения энергии и  $p_{\parallel}$  с точностью до вектора обратной поверхностной решетки. Таким образом, набор  $\Delta p_{\parallel}$  представляет собой базисные векторы решетки, обратной кристаллографической двумерной решетке поверхностного слоя атомов.

Задача дифракции включает в себя случай идеальной поверхности, когда трансляционная симметрия поверхностного слоя атомов совпадает с трансляционной симметрией внутреннего слоя атомов, параллельного поверхности кристалла, и отражение происходит с сохранением тангенциальной компоненты квазиимпульса при рассмотрении отражения в схеме повторяющихся зон [34]. В этой ситуации число неэквивалентных состояний электрона после отражения даже в случае сферической ПФ определяется кристаллографической ориентацией отражающей поверхности. На рис. 10,а показан случай квадратной двумерной решетки для поверхности (12). Если падающий на поверхность электрон находится в точке А импульсного пространства (рис. 10,б), то при условии сохранения энергии и тангенциальной компоненты квазиимпульса возможные состояния электрона после отражения от по-

верхности определяются пересечением линии  $OO'$ , проходящей через точку А и параллельной нормали к поверхности образца  $n$ , с изоэнергетическими поверхностями. В схеме приведенной зоны отражение происходит с изменением тангенциальной компоненты квазиимпульса на величину  $\Delta p_{\parallel} = g \sin \alpha = 2\pi/a$ , где  $a$  — постоянная решетки поверхностного слоя атомов (рис. 10,б) и, следовательно,  $\Delta p_{\parallel}$  есть вектор обратной поверхностной решетки.

В ядре интегрального оператора (1.19) сумма по  $k$  содержит более чем одно отличное от нуля слагаемое лишь в том случае, когда зеркально отраженному электрону соответствует несколько точек в  $p$ -пространстве, либо возможны процессы переброса при отражении с сохранением  $p_{\parallel}$  с точностью до величины  $\Delta p_{\parallel}$ . Каждое из слагаемых в сумме по  $k$  описывает строго скоррелированный процесс, при котором  $p_{\parallel}$  сохраняется либо изменяется на  $k\Delta p_{\parallel}$  ( $p_k = p' + k\Delta p_{\parallel}$ ;  $p_{\parallel} = p'_{\parallel}$ ).

Очевидно, что при наличии процессов переброса положение линий ЭФ с номерами  $n \geq 2$  не связано с экстремальными диаметрами ПФ. Заметим также, что смещение электрона вдоль линии контактов за  $n$  скачков  $\Delta R_n$  наряду с экстремальной величиной  $(\Delta R_n)_{\text{extr}}$  имеет, вообще говоря, отличное от нуля наименьшее смещение  $(\Delta R_n)_{\text{min}}$ ; в отличие от зеркального отражения, для которого  $(n\Delta R)_{\text{min}} = 0$ . Соответственно зависимость  $\tilde{\varphi}(H)$  имеет максимумы в полях  $H$ , удовлетворяющих равенству (1.25), а также «ступени» ( $D_n \neq 0$ ) при значениях магнитного поля, определяемых из условия  $L = (\Delta R_n)_{\text{min}}$ .

Например, в случае, когда ПФ сферична (шелочной металл) и существует только один вектор  $\Delta p$  (число неэквивалентных отраженных состояний равно трем:  $p$ ;  $p \pm \Delta p$ ), минимальным смеще-

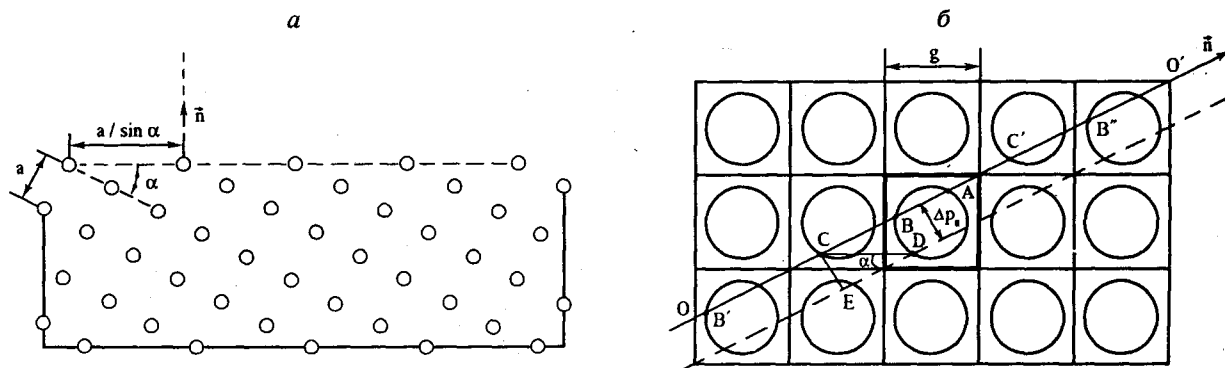


Рис. 10. Изменение периода поверхностного слоя атомов (а) и состояния (точки В, В', ..., С, С', ...) отраженного электрона (б). В схеме приведенной зоны (она обведена жирной линией) число неэквивалентных отраженных состояний равно двум (состояния В и D) [33].

нием обладают электроны, вылетающие из эмиттера под малыми углами, а экстремальным — носители заряда, принадлежащие хордам ПФ, отстоящим от максимального диаметра на  $\pm \Delta p/2$ .

Наиболее существенным является положение линий по шкале магнитного поля, так как оно содержит информацию о векторе  $\Delta p$ , позволяющую найти базисные векторы поверхностной решетки кристалла. Таким образом, поперечная фокусировка может служить методом кристаллографии поверхности с помощью собственных возбуждений металла [33]. Дифракция электронов проводимости на поверхности меди методом ЭФ наблюдалась в работе [35].

### 3.2. Исследование междолинных процессов рассеяния

В металлах с многодолинной ПФ условия зеркальности отражения (2.1) не препятствуют междолинному переходу электрона, что, в свою очередь, является причиной уменьшения амплитуды линий ЭФ в кратных магнитных полях (2.4) и появления «дополнительных» пиков, амплитуда которых пропорциональна вероятности междолинного перехода  $h_k$  (в данном случае индекс  $k = (s, s')$  нумерует разрешенные законами сохранения (2.1) переходы электрона между состояниями, принадлежащими долинам с номерами  $s$  и  $s'$ ). Многоканальность зеркального отражения в многодолинных проводниках аналогична рассмотренным выше процессам переброса при поверхностном рассеянии. Так, парциальная амплитуда линий фокусировки, формируемых электронами, один раз зеркально отразившимися от поверхности образца, равна

$$A_2(p_{s'}) = h_{ss'} \left( p_{s'}, L - \Delta R^{(s')} \right) \times \theta \left( L - \Delta R^{(s')} (p_{s'}) - \Delta R^{(s)} (p_s(p_{s'})) \in S_c \right). \quad (3.1)$$

Индексы  $s$  и  $s'$  в функциях  $\Delta R^{(s)}$  указывают, какой из долин ПФ принадлежит электрон, имеющий данное смещение вдоль поверхности. Импульсы  $p_s$  и  $p_{s'}$ , относящиеся к разным долинам, имеют одинаковую параллельную поверхности металла составляющую. Функция  $\varphi_2(L, H)$  достигает максимума при выполнении условий

$$H_{ss'} = \frac{c}{|e|L} \left( D_{xs}(p_s(p_1)) + D_{xs'}(p_1) \right), \quad (3.2)$$

$$\Delta R_z^{(s')} (p_1) + \Delta R_z^{(s)} (p_s(p_1)) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial(\Delta R^{(s')} (p_1) + \Delta R^{(s)} (p_s(p_1)))}{\partial(p_y, p_z)} \right|_{p=p_1} = 0. \quad (3.3)$$

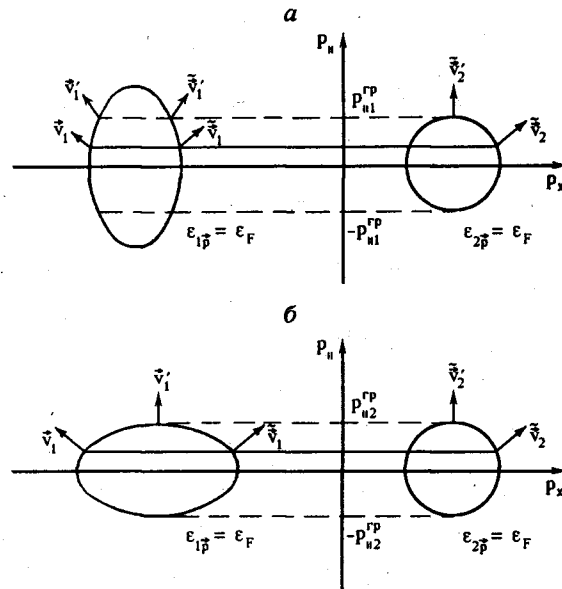


Рис. 11. Сечение модельной двухдолинной изоэнергетической поверхности  $\epsilon_{sp} = \epsilon_F$  плоскостью  $p_z = \text{const}$ . Стрелками показано направление скорости электронов до ( $v_1$  и  $v_1'$ ) и после ( $\tilde{v}_1$ ,  $\tilde{v}_1'$  и  $\tilde{v}_2$ ,  $\tilde{v}_2'$ ) отражения.

Помимо упомянутых выше максимумов на зависимости  $\tilde{\varphi}(L, H)$  возможно появление особенностей, связанных с существованием границ  $p_{||} = p_{||}^{gp}$  областей одноканального и многоканального зеркального отражения (рис. 11). Как было показано Устиновым [36], при отсутствии рассеяния на границе (в формуле (1.19)  $w = 0$ )

$$h_{ss'} \sim |p_{||} - p_{||}^{gp}|^\alpha, \quad (3.4)$$

где  $\alpha = 1/2$ , если  $v_{sx}(p_{||}^{gp}) = 0$  только для одного из листов изоэнергетической поверхности (точка  $p_{||1}^{gp}$  на рис. 11, а) и  $\alpha = 1$  при  $v_{sx}(p_{||}^{gp}) = v_{s'x}(p_{||}^{gp}) = 0$  (точка  $p_{||2}^{gp}$ ) на рис. 11, б).

Наличие границ  $p_{||} = p_{||}^{gp}$  областей многоканального зеркального отражения приводит к появлению изломов функции  $\tilde{\varphi}(H)$ , связанных с «включением» в эффект фокусировки при значении магнитного поля

$$H_{gp} = \frac{cD_{xs}(p_{||}^{gp})}{|e|L}, \quad D_{xs}(p_{||}^{gp}) = 0 \quad (3.5)$$

электронов, зеркально отразившихся с междолинным перебросом импульса. Обратим внимание на то, что граница области изменения величины  $\Delta R_2$  ( $\Delta R_2(p_{||}^{gp}) = (\Delta R_2)_{\min}$ ) не приводит к появлению на зависимости  $\tilde{\varphi}(L, H)$  скачка, поскольку в точке  $p_{||} = p_{||}^{gp}$  функция  $h_{ss'}$  обращается в нуль.

Сравнение амплитуд «дополнительных» линий  $\tilde{\varphi}_2^{\max}$  и основных линий фокусировки с  $n = 1$  позво-

ляет непосредственно определить вероятность  $h_{ss'}$  междолинного перехода с сохранением  $p_{||}$  при отражении заряда поверхностью проводника.

Наличие междолинного рассеяния с отсутствием корреляции между импульсами падающего и отраженного электронов приводит к тому, что фокусируемые на поверхность эффективные заряды  $s$ -й долины с определенной вероятностью попадают в любую точку, например,  $s'$ -й долины, что приводит к возникновению слабого всплеска напряжения на расстоянии  $L' = (c/eH)D_{xs'}^{extr}$  от точки фокусировки электронов  $s$ -й долины. Если зеркальность отражения электронов  $s$ -й долины не велика, то существует возможность наблюдения линий ЭФ, связанных с диффузно рассеивающимися носителями заряда. Отсутствие строгой корреляции зеркального отражения (2.1) для импульсов взаимодействующих с поверхностью электронов приводит к дополнительным усреднениям в формуле (1.20) по  $p_2, \dots, p_n$  — импульсам зарядов, пришедших в точку  $L$  после диффузного рассеяния. Немонотонно зависящее от магнитного поля слагаемое в сигнале ЭФ, связанное с зарядами, совершившими при первом отражении поверхностью кристалла ( $n = 2$ ) переход с некоррелированным изменением  $p_{||}$ , определяется парциальной амплитудой  $\tilde{A}_2$ :

$$\tilde{A}_2(p_1) = \langle W_{ss'}(p_1, p_2) \theta(L - \Delta R^{(s)}(p_1) - \Delta R^{(s')}(p_2) \in S_c) \rangle_{\epsilon_F, v_x(p_2) < 0} \quad (3.6)$$

Из формулы (3.6) следует, что на зависимости  $\tilde{\varphi}(H)$  будут наблюдаться «дополнительные» максимумы при значениях магнитного поля

$$\tilde{H}_{ss'} = \frac{c}{|e|L} [D_{xs}^{extr}(p_{s0}) + D_{xs'}^{extr}(p_{s'0})], \quad (3.7)$$

$$\Delta R_z^{(s)}(p_{s0}) + \Delta R_z^{(s')}(p_{s'0}) = 0.$$

Здесь следует отметить, что линии ЭФ в полях  $H_{ss'}$  (3.2) связаны с экстремумом суммы двух диаметров разных объемов ПФ, а линии при  $H = \tilde{H}_{ss'}$  (3.7) — с суммой экстремальных диаметров. Это позволяет в проводнике с известным законом дисперсии контролировать тип измеряемой линии ((3.2) или (3.7)).

Междолинные процессы поверхностного рассеяния в висмуте исследовались методом ЭФ в работах [33,37].

#### 4. Изучение андреевского отражения методом ЭФ

Поперечная электронная фокусировка является эффективным методом изучения взаимодействия носителей заряда не только с границей металл — вакуум, но и с любыми покрытиями на поверхности образца. Так, методом ЭФ может быть получена информация об отражении квазичастиц от границы нормальный металл — сверхпроводник (N—S).

Если между эмиттером и коллектором электронов имеется участок сверхпроводящего покрытия из другого металла (рис. 12), переходящего при температуре эксперимента в сверхпроводящее состояние (в то время как основной образец находится в нормальном состоянии), то носители тока нормального металла с энергией  $|\epsilon'| < \Delta$  ( $\epsilon' = \epsilon_p - \epsilon_F$ ,  $\Delta$  — энергетическая щель в сверхпроводнике) испытывают андреевские отражения от границы раздела фаз, характеризующиеся изменением знака заряда, массы и скорости возбуждения [38]. Андреевскому отражению соответствует специальный вид ядра интегрального оператора в граничном условии (1.9) [39,40]:

$$W(n, n') = -Q_A(n, \epsilon') \delta(n + n') + w(n, n'), \quad (4.1)$$

$$n = p/p,$$

приводящий к следующему выражению для парциальной амплитуды в формуле (1.20) [41]:

$$A_n(p_1) = (-1)^{n-1} Q_A^{n-1}(p_1) \times$$

$$\times \theta \left( L - \sum_{k=1}^n \Delta R(p_k) \in S_c \right) \prod_{k=1}^n \exp \left[ - \int_0^{T_{p_k}} dt' v_{p'} \right]; \quad (4.2)$$

а импульсы  $p_k$  и  $p_{k+1}$  связаны между собой условиями

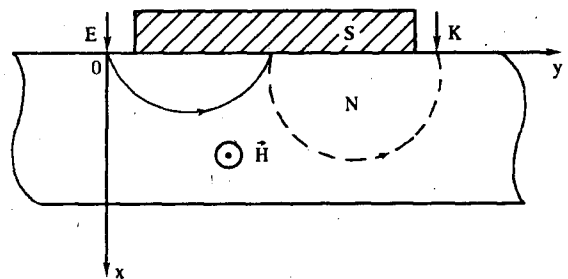


Рис. 12. Схема наблюдения андреевского отражения методом ЭФ. Сплошными и пунктирными линиями показаны соответственно траектории электронных и дырочных возбуждений [38].

$$\varepsilon_{p_k} = \varepsilon_{p_{k+1}}; \quad v(p_k) = -v(p_{k+1}). \quad (4.3)$$

Соответствующий якобиан перехода от интегрирования по компонентам импульса  $p_{y1}$  и  $p_{z1}$  к интегрированию по проекциям смещений  $\Delta R_{yn}$  и  $\Delta R_{zn}$  ( $\Delta R_n = \sum_{k=1}^n \Delta R(p_k)$ ) равен

$$D = \left| \frac{\partial(\Delta R_{yn}, \Delta R_{zn})}{\partial(p_y, p_z)} \right| = \frac{c}{|e|H} \begin{vmatrix} n\alpha_{yx} & n\alpha_{zx} \\ n\alpha_{zx} & \frac{\partial^2 \tilde{S}_n(p_y, p_z)}{\partial p_z^2} \end{vmatrix}, \quad (4.4)$$

$$\tilde{S}_n(p_y, p_z) = nS_{\text{seg}}(p_y, p_z) - [n/2]S(p_z),$$

$$S(p_z) = \oint p_x dp_y,$$

[ $a$ ] — целая часть числа  $a$ . Остальные обозначения соответствуют обозначениям формулы (2.3).

Из формулы (4.3) следует, что если диаметр ПДФ  $D_x(p_y, p_z)$  делит сечение  $S(p_z)$  на две равные части  $S(p_z) = 2S_{\text{seg}}(p_y, p_z)$ , то для четных номеров  $n$  величина  $\tilde{S}_n$  и ее производные равны нулю. При одновременном выполнении условий

$$\frac{\partial D_x}{\partial p_z} = \frac{\partial D_x}{\partial p_y} = \frac{\partial^2 \tilde{S}_n}{\partial p_z^2} = 0 \quad (4.5)$$

при  $p = p_0$  амплитуда четных линий ЭФ оказывается больше по параметру  $L/b$ , чем при отражении электронов границей металл-вакуум. Физической причиной различной зависимости амплитуды пиков ЭФ от параметра  $b/L$  является, как было указано в работе [42], компенсация смещений зарядов в направлении поля  $H$  и против него, поскольку при андреевском отражении за каждый из двух последовательных скачков вдоль границы  $x = 0$  электрон смещается по оси  $z$  в противоположных направлениях.

Амплитуда линий ЭФ в рассматриваемой ситуации равна

$$F_A^{\text{max}} = (-1)^{n-1} Q_A^{n-1}(p_0, \varepsilon' = 0) V F_n(b/L). \quad (4.6)$$

Знак сигнала ЭФ в максимуме зависит от числа соударений возбуждения с  $N-S$  границей, определяющего тип (электроны или дырки) приходящих в коллектор носителей (рис. 13). Явный вид функции  $F_n$  зависит от закона дисперсии носителей за-

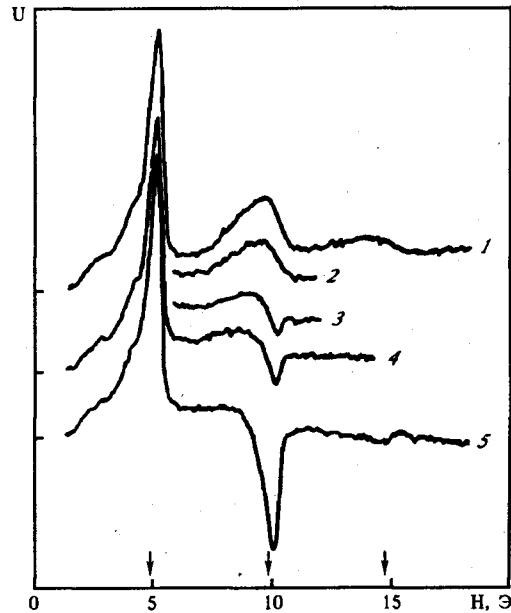


Рис. 13. Зависимости сигнала ЭФ  $U$  от магнитного поля в образце висмута с нанесенной на поверхность пленкой олова при различных температурах. Записи кривых 1–5 проведены при температурах образца, равных соответственно 3,80; 3,78; 3,74; 3,70; 2,78 К [42].

ряда. Например, в случае сферической поверхности Ферми при  $b/L \ll 1$

$$F_n(b/L) = \begin{cases} \min [(2k-1)(b/L)^{1/2}, 1], & n = 2k-1; \\ 1, & n = 2k; \end{cases} \quad (4.7)$$

т.е. при  $(2k-1)(b/L)^{1/2} < 1$  амплитуда четных линий ЭФ оказывается в  $(L/b)^{1/2}$  раз больше, чем амплитуда нечетных.

Если избыточная энергия инжектируемых в нормальный металл возбуждений  $\varepsilon' = eV$  больше величины щели  $\Delta$ , то при вычислении амплитуд линий ЭФ существенна энергетическая зависимость вероятности андреевского отражения  $Q_A$  [43]. В случае

$$\frac{\Delta}{\varepsilon_F} \ll \frac{|eV|}{\varepsilon_F} \ll \frac{b}{L}$$

линейный режим ЭФ сохраняется, однако амплитуда пиков определяется низкоэнергетической частью ( $\varepsilon' \leq \Delta$ ) функции распределения электронов на эмиттере  $f^*(p, \varepsilon')$  и слабо зависит от приложенного напряжения.

При выполнении неравенства

$$\frac{b}{L} \gg \frac{\Delta}{\varepsilon_F} \geq \frac{|eV|}{\varepsilon_F} \quad (4.8)$$



возникает эффект геометрической нелинейности (см. раздел 5), и более информативным является исследование производной сигнала фокусировки по эмиттерному напряжению, поскольку амплитуда максимумов  $\partial \tilde{\varphi}_A / \partial V$

$$\left( \frac{\partial \tilde{\varphi}_A}{\partial V} \right)_{\max} = (-1)^{n-1} Q_A^{n-1} (p_0, eV) F_n(b/L) \quad (4.9)$$

дает возможность непосредственно изучать энергетическую зависимость вероятности андреевского отражения. Такие измерения, проведенные в работе Цоя и Яковлева [44], показали, что экспериментально полученная зависимость  $Q_A(e')$  хорошо согласуется с теоретическим расчетом.

Отметим, что знакопеременность ряда (4.2), описывающего сигнал фокусировки при наличии сверхпроводящего покрытия, приводит к уменьшению монотонной части сигнала, формируемой возбуждениями разного типа. Этот эффект также наблюдался в работах [42,44].

В геометрии эксперимента, когда сверхпроводящее покрытие нанесено на поверхность тонкой пластины, противоположную той, на которую установлены микроконтакты [39,45] (рис. 14), также существуют пики ЭФ разной полярности, формируемые электронами, движущимися по траекториям типа 1 на рис. 14. Парциальная амплитуда  $A_n$ , обусловленная такими электронами, описывается выражением (4.6), в котором  $Q_A^n$  следует заменить величиной  $Q_A^n q^{n-1}$ . Положение линий по шкале магнитного поля по-прежнему определяется из условий экстремальности смещения электронов вдоль линии контактов, которое, например в случае квадратичного изотропного закона дисперсии, минимально для нормально падающих на  $N-S$  границу носителей.

Наряду с указанными траекториями, к возникновению конечного числа неэквидистантных по магнитному полю пиков ЭФ могут приводить траектории типа 2 на рис. 14, содержащие два последовательных андреевских отражения. Такие пики существуют при определенном соотношении между толщиной пластины  $d$  и диаметром электронной траектории (для сферического закона дисперсии

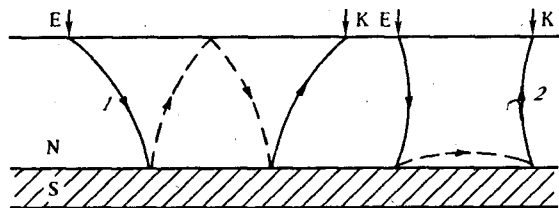


Рис. 14. Траектории электронов (сплошные линии) и дырок (пунктирные линии) в тонкой пластине нормального металла на сверхпроводящей подложке [39].

необходимо выполнение неравенства  $d/r_H > 0,87$ ), обеспечивающем возможность выполнения условий экстремальности величины  $\Delta R_n$ .

Поперечная ЭФ в тонкой пластине Ag со сверхпроводящим покрытием из Pb наблюдалась авторами работы [45].

### 5. Электронная фокусировка в кристаллах с плоскими дефектами

Пучок фокусируемых электронов, формирующих максимум сигнала на измерительном контакте, может служить зондом, несущим информацию о дефектах кристалла. В частности, поперечная ЭФ может быть использована для обнаружения плоских дефектов (межкристаллитных границ, плоскостей двойникования) и изучения взаимодействия с ними электронов проводимости.

В случае, когда экстремальному смещению электрона вдоль линии контактов отвечает траектория, пересекающая диффузно рассеивающий носители заряда дефект (такое рассеяние характерно для большеугловых границ и некогерентных двойников), острые пики ЭФ отсутствуют. Если же взаимодействие электронов с плоским дефектом происходит с сохранением тангенциальной по отношению к нему компоненты квазиимпульса (этим свойством обладают межкристаллитные границы, образующие решетку совпадающих атомов и когерентные двойники), то методом ЭФ можно определить вероятности отражения  $P$  и туннелирования  $Q$  электрона при столкновении.

Взаимодействие электронов с плоским дефектом должно быть учтено с помощью граничного условия, связывающего на плоскости  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_g$  функции распределения  $f_n(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в каждом из кристаллитов (индекс  $n = 1, 2$  нумерует кристаллиты). В наиболее общей форме такое граничное условие имеет вид [46]

$$f_n^{s_n}(\mathbf{r}_g, \mathbf{p}) = \sum_{m=1}^2 \langle w_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_m^{s_m}(\mathbf{r}_g, \mathbf{p}') \rangle_{s_m}; \quad (5.1)$$

$$s_m = \begin{cases} -s_n, & m = n; \\ s_n, & m \neq n; \end{cases}$$

где  $s_n = \pm$  и указывает знак нормальной по отношению к межкристаллитной границе  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_g$  составляющей скорости электрона  $v_{xn}$ ;  $w_{nm}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  описывает вероятность того, что электрон, падая на межкристаллитную границу с импульсом  $\mathbf{p}'$ , после отражения ( $n = m$ ) или туннелирования ( $n \neq m$ )

будет иметь импульс  $p$ . Отметим, что функции  $w_{nm}(p, p')$  удовлетворяют условию нормировки

$$\sum_{m=1}^2 \langle w_{nm}(p, p') \rangle = 1 \quad (5.2)$$

и должны быть построены так, чтобы обеспечить непрерывность нормальной к границе компоненты электрического тока. Явный вид вероятностей может быть получен лишь для достаточно простых моделей границы раздела кристаллитов или при определенных предположениях об электронном энергетическом спектре. Например, при отсутствии рассеяния носителей и квадратичном законе дисперсии электронов соответствующие выражения для коэффициентов отражения туннелирования электронов получены в работах [47, 48]. Ситуация, при которой упругое рассеяние происходит на несовершенствах междолинной границы, рассмотрена в работе [49]. В случае «гладкой» междолинной границы и рассеянии электронов на поверхностных фононах граничное условие для электронной функции распределения получено в работе [50].

Сингулярная часть  $q_{nm}$  ядра  $w_{nm}$

$$q_{nm} = \begin{cases} P\delta(p' - \tilde{p}), & n = m, \\ Q\delta(p' - \tilde{p}'), & n \neq m \end{cases} \quad (5.3)$$

описывает процессы отражения и туннелирования электронов без рассеяния. Импульсы  $\tilde{p}$  и  $\tilde{p}'$  связаны с  $p$  условиями сохранения энергии и тангенциальной по отношению к границе раздела  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_g$  компоненты

$$\epsilon_n(p) = \epsilon_n(\tilde{p}); \quad p_{\parallel} = \tilde{p}_{\parallel}; \quad (5.4)$$

$$\text{sign } v_{xn}(p) = -\text{sign } v_{xn}(\tilde{p});$$

$$\epsilon_n(p) = \epsilon_m(\tilde{p}'); \quad p_{\parallel} = \tilde{p}'_{\parallel}; \quad (5.5)$$

$$\text{sign } v_{xn}(p) = \text{sign } v_{xm}(\tilde{p}').$$

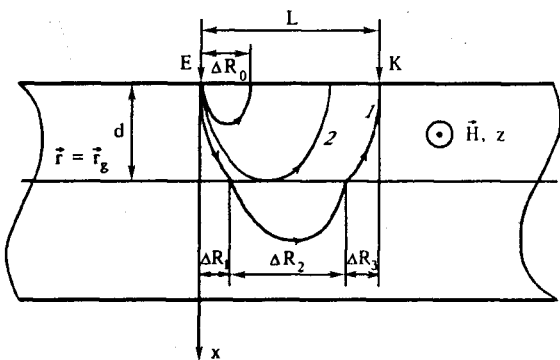


Рис. 15. Поперечная фокусировка в тонкой пластине с плоским дефектом, параллельным поверхностям [51].

Если плоский дефект параллелен (или почти параллелен) поверхности образца, на которой установлены микроконтакты (рис. 15), то парциальный вклад в сигнал ЭФ электронов, не сталкивающихся с поверхностью металла, равен [51]

$$A_1 = S_0\theta(L - n\Delta R_0 \in S_0) + S_1\{P\theta(L - n(\Delta R_1 + \Delta R_3) \in S_0) + Q^2 \sum_{m=1}^{\infty} P^{m-1} \theta(L - n(\Delta R_1 + \Delta R_3) - m\Delta R_2 \in S_0)\}, \quad L \ll l, \quad (5.6)$$

где  $S_0$  — единичная функция Хевисайда, отличная от нуля для значений  $p$ , соответствующих электронам, которые не взаимодействуют с плоскостью дефекта;  $S_1 = 1 - S_0$ ;  $q \neq 1$ . Смысл величин смещений  $\Delta R_0$ ,  $\Delta R_1$ ,  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_3$  ясен из рис. 15.

При малой прозрачности дефекта ( $Q^2 \ll P$ ) линии ЭФ связаны с носителями заряда, высота сегмента орбиты которых равна толщине верхнего кристаллита (ср. с ЭФ в тонкой пластине, раздел 2.3). В случае высокой вероятности туннелирования ( $Q^2 \gg P$ ) пики ЭФ формируются электронами с экстремальным смещением

$$\Delta R_{\text{extr}} = (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3)_{\text{extr}}$$

по траектории, дважды пересекающей плоский дефект.

Как показали Каганов и Фикс [47], разориентация кристаллитов приводит к эффекту полного внутреннего отражения некоторой группы электронов, для которых при туннелировании не может быть выполнено условие (5.5). Такая зависимость вероятности  $Q$  от  $p$  так же, как и граница областей одноканального и многоканального зеркального

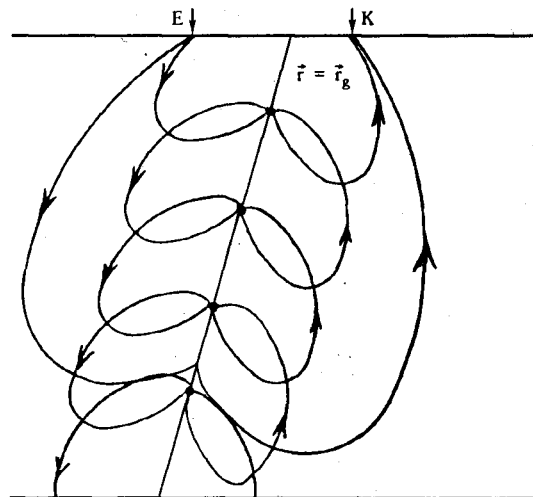


Рис. 16. Электронная фокусировка в образце, содержащем плоский дефект, выходящий на поверхность [52].

отражения, служит причиной возникновения изломов функции  $\tilde{\varphi}(H)$ .

Иная геометрия эксперимента, когда плоский дефект выходит на поверхность образца в промежутке между контактами (рис. 16), ничем принципиально не отличается от рассмотренной выше, и линии ЭФ обусловлены зарядами с экстремальным смещением по траектории, один или несколько раз пересекающей дефект [52]. В когерентном двойнике возможна ситуация, при которой электрон возвращается в одну и ту же точку дефекта (рис. 15); действительно, если траектория на ПФ помимо центральной симметрии имеет ось второго

порядка, то расстояния, проходимые в областях 1 и 2 вдоль плоскости дефекта, равны. Если эффективные электроны не взаимодействуют с поверхностью образца, а в пластине помещается  $k$  узлов (точек взаимодействия эффективных электронов с дефектом), то [52]

$$A_1^{(k)} = \frac{(\hat{t}^{(k)})_{12}}{(\hat{t}^{(k)})_{11}}, \quad (5.7)$$

где

$$\hat{t}^{(k)} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \begin{pmatrix} \lambda_1^k(\lambda_1 - t_{22}) - \lambda_2^k(\lambda_2 - t_{22}) & t_{12}(\lambda_1^k - \lambda_2^k) \\ t_{12}(\lambda_1^k - \lambda_2^k) & \lambda_1^k(\lambda_1 - t_{11}) - \lambda_2^k(\lambda_2 - t_{22}) \end{pmatrix}; \quad \hat{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{PY_2}; & -\frac{Y_1P}{Y_2Q} \\ \frac{Q}{P}; & \frac{Y_2(P^2 - Q^2)}{Q} \end{pmatrix};$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — корни уравнения

$$\lambda^2 - \lambda \operatorname{Sp} t + \det t = 0;$$

$Y_i = \exp(-T_i/\tau)$ ;  $T_i$  — период движения электрона по «скачущей» траектории вдоль плоского дефекта в  $i$ -м кристаллите.

Последовательно уменьшая толщину пластины (например, травлением) и тем самым производя «отсекание» одного узла, можно из отношений  $A_1^{(k+1)}/A_1^{(k)}$  найти величины  $P$  и  $Q$ .

## 6. Нелинейные эффекты при поперечной ЭФ

### 6.1. Эффект геометрической нелинейности

Электронная фокусировка является одним из примеров широкого круга явлений, в которых отклик системы связан с определяющим вкладом малых электронных групп. В таких эффектах уже сравнительно небольшие электрические поля приводят к существенному изменению фазового объема группы эффективных электронов, определяя сильную нелинейность [53–57].

При поперечной ЭФ эмиттера на коллектор без соударений с поверхностью может попасть только та часть электронов с данной энергией  $\epsilon$ , у которых смещения  $\Delta R_n$  вдоль линии, соединяющей контакты, при движении в магнитном поле отличаются на величину  $\delta(\Delta R_n)$  порядка характерного размера контакта  $b \leq \delta(\Delta R_n)$ . В случае предельно малых напряжений  $V$  на эмиттере максимум амплитуды линии ЭФ формируется носителями заряда с

$\epsilon = \epsilon_F$ , смещение которых  $\Delta R_n$  близко к экстремальному  $cnD_x^{\text{extr}}(\epsilon_F)(eH_n)^{-1}$  (см. раздел 5). Из вышеизложенного ясно, что возникновение нелинейности при поперечной ЭФ следует ожидать при напряжениях  $V$ , при которых экстремальные диаметры электронных траекторий, соответствующие разным энергиям, лежащим в интервале  $[\epsilon_F, \epsilon_F + eV]$ , отличаются на величину, большую размера контакта  $b$ , т.е. при  $b/L < eV/\epsilon_F \ll 1$ . Этот эффект, связанный с различием геометрических размеров циклотронных орбит электронов, получил название эффекта геометрической нелинейности [53].

При вычислении амплитуды линий ЭФ по формуле (1.20)  $\theta$ -функцию уже нельзя считать плавной зависящей от энергии  $\epsilon$ . В этой ситуации максимум сигнала ЭФ формируется электронами, вылетающими из эмиттера в большом интервале углов, и определение его амплитуды  $\tilde{\varphi}_n^{\text{max}}(H)$  требует интегрирования по всем состояниям фокусируемых носителей. Положение линий ЭФ по шкале магнитного поля определяется решениями уравнений  $\partial \tilde{\varphi}_n(H)/\partial H = 0$ .

В работе [53] такие вычисления были проведены для цилиндрического закона дисперсии, хорошо описывающего центральную часть электронных эллипсоидов ПФ висмута [20]. В [53] также предполагалось, что эффекты неупругой релаксации носителей тока в эмиттере и на траектории циклотронного движения не существенны, т.е. выполнено неравенство

$$b \ll L \ll \min(l_{ep}, l_{ee}) \quad (6.1)$$

( $l_{ep}$  и  $l_{ee}$  — длины свободного пробега относительно электрон-фоонных и электрон-электронных соударений). Ограничение, необходимое для отсутствия электрон-фоонных и электрон-электронных столкновений на баллистической траектории  $l_{ep}, l_{ee} \gg L$ , является довольно жестким для типичных металлов и выполняется лишь в пределе  $|eV| \ll \varepsilon_F, \omega_D$ . В висмуте длины  $l_{ep}$  и  $l_{ee}$  достигают значений  $10^{-2} - 10^{-3}$  см даже при  $|eV| > \omega_D, \varepsilon_F$  [58,59].

Зависимость амплитуды и положения линии ЭФ от энергии неравновесности  $\Delta\varepsilon$  ( $\Delta\varepsilon = eV$ ) оказывается существенно различной при ускоряющем ( $\Delta\varepsilon > 0$ ) и замедляющем ( $\Delta\varepsilon < 0$ ) электронах напряжении на эмиттере [53]:

$$\varphi_{\max}^{(n)} \sim q^n \delta \varepsilon_F \begin{cases} 2\sqrt{\gamma}, & \delta \ll \gamma \ll 1, \\ 1 + \gamma, & \gamma > 1, \end{cases} \quad \Delta\varepsilon > 0, \quad (6.2)$$

$$\varphi_{\max}^{(n)} \sim q^n \delta \varepsilon_F \begin{cases} 2\sqrt{\gamma(1-\gamma)}, & \delta \ll \gamma \ll 1/2, \\ 1, & \gamma > 1/2, \end{cases} \quad \Delta\varepsilon < 0,$$

$$\gamma = |\Delta\varepsilon|/\varepsilon_F, \quad \delta = b/L.$$

Если добавка к энергии носителей заряда  $\Delta\varepsilon$  положительна, то в основном приближении по параметру  $\delta \ll 1$  положение максимумов ЭФ зависит от  $V$  лишь в области больших энергий  $|\Delta\varepsilon| > \varepsilon_F$ .

При изменении направления эмиттерного тока ситуация меняется на противоположную: максимумы смещаются в сторону более слабых магнитных полей вплоть до  $|\Delta\varepsilon| = \varepsilon_F/2$ , а при  $|\Delta\varepsilon| > \varepsilon_F/2$  положение пиков фокусировки остается неизменным:

$$H_{\max} = nH_0 \begin{cases} 1, & \delta \ll \gamma \ll 1, \\ \sqrt{1+\gamma}, & \gamma > 1, \end{cases} \quad \Delta\varepsilon > 0, \quad (6.3)$$

$$H_{\max} = nH_0 \begin{cases} \sqrt{1-\gamma}, & \delta \ll \gamma \ll 1/2, \\ 1/\sqrt{2}, & \gamma > 1/2, \end{cases} \quad \Delta\varepsilon < 0.$$

$$H_0 = 2cp_F/eH.$$

Насыщение амплитуды линии ЭФ и стабилизация ее положения по шкале магнитного поля при  $\varepsilon_F/2 < |\Delta\varepsilon| < \varepsilon_F$  имеют простой физический смысл: изменение числа и энергий «замедленных» электронов, не достигающих коллектора за  $n$  соударений с поверхностью, не влияет на величину

$n$ -го максимума коллекторного напряжения. Положение максимумов сигнала фокусировки (6.3) позволяет определить максимальную величину избыточной энергии инжектируемых в образец электронов  $\Delta\varepsilon$ , которая может отличаться от величины  $eV$  вследствие неупругих процессов рассеяния в эмиттере.

Эффект геометрической нелинейности при поперечной ЭФ наблюдался Андриевским, Асс и Комником в висмуте [60].

## 6.2. Спектроскопия электрон-фоонного взаимодействия методом поперечной электронной фокусировки

Изучение отвечающих электрон-фоонной релаксации нелинейностей вольт-амперных характеристик точечных контактов положено в основу метода микроконтактной спектроскопии, открытого Янсоном [62] и теоретически обоснованного Куликом, Омелянчуком и Шехтером [63] (см. обзор [64] и справочник [65]).

Спецификой метода ЭФ является существенная пространственная неоднородность загрязнения образца, приводящая к разнице в интенсивностях релаксационных процессов, происходящих в эмиттере и на циклотронной траектории в глубине металла. (В эксперименте [66] непосредственно измерена длина упругого рассеяния электронов в эмиттерном контакте  $l_i$  и показано, что она на три порядка меньше таковой в массивном металле  $\tilde{l}_i$ .) Таким образом, два параметра  $L/l_{ep}$  и  $b/\lambda_\varepsilon$  ( $\lambda_\varepsilon = (l_i l_{ep})^{1/2}$ ), отражающие интенсивность процессов релаксации на траектории и в контакте, могут находиться в произвольном соотношении между собой и определять два типа релаксационных нелинейностей.

Рассмотрим вначале ситуацию, когда величина  $\lambda_\varepsilon$ , характеризующая неупругую релаксацию носителей заряда в грязном металле, существенно больше размеров эмиттера, а расстояние между контактами  $L$  значительно меньше длины свободного пробега относительно упругих соударений в чистом массивном образце  $l_i$ , однако  $L$  порядка  $l_{ep}$ , т.е. выполнено неравенство

$$b \ll \min(l_{ep}, \lambda_\varepsilon); \quad L \leq l_{ep} \ll \tilde{l}_i. \quad (6.4)$$

Если эффекты геометрической нелинейности отсутствуют ( $|eV|/\varepsilon_F \ll b/L \ll 1$ ), то положения линий ЭФ по магнитному полю по-прежнему определяются равенством (1.25), а их амплитуда равна

$$\varphi_{\max}^{(n)}(H) = \frac{1}{e} a_n(\varepsilon_F, H_n) f^*(p^*, \varepsilon_F) \times \int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + eV} d\varepsilon \exp \left( -nT_e \int_0^{|\varepsilon - \varepsilon_F|} d\omega G_e(\omega) \right), \quad (6.5)$$

$$\times \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{b^2}{l_i(\varepsilon_F) v_F} g(eV) eV \right]; \quad B \cong 1 \quad (6.9)$$

где  $T_e$  — время движения носителя с фермиевской энергией по траектории с экстремальным смещением  $(\Delta R_n)_{\text{extr}} = n\Delta R(p^*) = L$ ;

$$a_n(\varepsilon, H) = \langle C(p)\theta(L - n\Delta R(p) \in S_c) q^{n-1}(p) \rangle_{\substack{\varepsilon_p = \varepsilon, \\ v_x > 0}} \quad (6.6)$$

Функция  $G_e(\omega)$ , определяемая соотношением

$$G_e(\omega) = \frac{1}{T_e} \int_0^{T_e} dt \sum_{\alpha} \langle w_{p-p', \alpha} \delta(\omega - \omega_{p-p', \alpha}) \rangle_{\varepsilon_p = \varepsilon_F} \quad (6.7)$$

есть «циклотронная» функция электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ), характеризующая вероятность электрон-фононного рассеяния для выделенной группы электронов, обладающих экстремальным размером циклотронной орбиты в импульсном пространстве.

Дифференцируя выражение (6.5) по эмиттерному напряжению, получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi_{\max}^{(n)} / \partial V^2}{\partial \varphi_{\max}^{(n)} / \partial V} = eT_e G_e(eV), \quad (6.8)$$

т.е. отношение второй и первой производных по  $V$  от амплитуды линии ЭФ простым образом связано с «циклотронной» функцией ЭФВ. Соотношение (6.8) демонстрирует возможность циклотронного метода изучения электрон-фононного взаимодействия выделенных состояний.

При сильном загрязнении эмиттера и приэмиттерной области (и, следовательно, малых  $\lambda_e$ ) существенное влияние на зависимость  $\tilde{\varphi}(V)$  могут оказывать процессы ЭФВ в микроконтакте, в те время как электрон-фононной релаксацией на траектории баллистического движения можно пренебречь ( $l_{ep} > L$ ). При слабой релаксации электронов на фононах в эмиттере, когда  $\lambda_e \gg b$ , вторая производная амплитуды линии ЭФ по эмиттерному напряжению равна

$$\frac{\partial^2 \varphi_{\max}^{(n)}}{\partial V^2} = eB f^*(p^*, \varepsilon_F) \frac{\partial a_n}{\partial \varepsilon_F} \times$$

и содержит термодинамическую функцию ЭФВ  $g(\omega)$ , ( $v_F \equiv v(\varepsilon_F)$ ). Не зависящий от  $V$  «фон» может быть легко выделен по амплитуде сигнала за границей фононного спектра ( $eV > \omega_D$ ). Отметим отсутствие в функции  $g(\omega)$  геометрического фактора, возникающего в теории микроконтактной спектроскопии [63], что объясняется существенно более слабой зависимостью амплитуды линий ЭФ от формы контакта по сравнению с сопротивлением.

В полуметаллах типа висмута, в которых взаимодействие электронов с фононами «локализовано» в малой области импульсного пространства  $\Delta q \sim p_F \ll q_D$  ( $q_D$  — дебаевский импульс фононов) существует дискретный набор выделенных частот электрон-фононной релаксации  $\omega_0$ , отвечающих оптическим, а также акустическим фононам при междолинном рассеянии. Такой характер ЭФВ приводит к формированию на контакте ступенчатой по энергии  $\varepsilon$  функции распределения электронов.

Поскольку максимальная энергия ускоренных в эмиттере электронов равна  $\varepsilon_V = \varepsilon_F + eV$ , функция распределения  $f^*$  удовлетворяет очевидному соотношению  $f^*(\varepsilon > \varepsilon_V) \equiv 0$ . В то же время при  $\varepsilon < \varepsilon_V$  функция  $f^* \neq 0$ . Таким образом, на границе полосы неравновесности  $\varepsilon_V = \varepsilon$  имеет место скачок функции распределения  $\Delta f_0 \equiv f^*(\varepsilon_V - 0)$ . Дискретная структура энергетической релаксации приводит к воспроизведению этого скачка при энергиях  $\varepsilon_n = \varepsilon_V - n\omega_0$ .

Естественно, процессы реабсорбции неравновесных фононов электронами приводят к размытию указанных скачков. Однако в грязных контактах из полуметаллов, в которых испущенный фонон, рассеиваясь на примесях, меняет свой импульс и не может быть снова поглощен электроном (эффект «узкого горла» [67]), такие процессы малосущественны.

Выражение для производной сигнала ЭФ  $\partial \tilde{\varphi} / \partial V$  в рассматриваемом случае можно представить в виде

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial V} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^N a_k(\varepsilon_n) \Delta f_n; \quad (6.10)$$

$$\varepsilon_n = \varepsilon_F + eV - n\omega_0; \quad \varepsilon_F + eV - N\omega_0 < \omega_0.$$

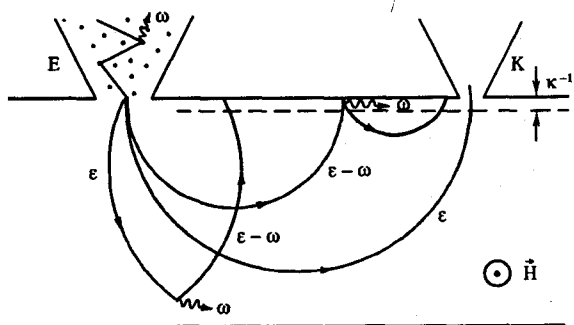


Рис. 17. Неупругая релаксация электронов на фононах в эмиттере, на траектории баллистического движения и вблизи поверхности при поперечной ЭФ [61].

Если  $b/L \ll \omega_0 / \epsilon_F < eV / \epsilon_F < 1$ , то максимумы производной (6.10), возникающие в полях, определяемых соотношением

$$k\Delta R_{y,extr}(\epsilon_n; H_{k,n}) = L, \quad (6.11)$$

оказываются разделенными по шкале магнитного поля, причем их положение позволяет определить фоновую частоту  $\omega_0$ . Равенство (6.11) отражает факт пространственного разделения циклотронных орбит, отвечающих разным энергиям  $\epsilon_n$ . При этом наличие выделенных энергий фоновой релаксации определяет дискретный набор значений магнитного поля  $H_{n,k}$ , обеспечивающих фокусировку электронов в коллектор (рис. 17). Отношение амплитуд производной сигнала фокусировки в соседних максимумах при  $\omega_0 \ll \epsilon_j$  равно  $\Delta f_j / \Delta f_{j-1}$ . Аналитический расчет величин  $\Delta f_j$  требует привлечения конкретной модели эмиттера. Например, для эмиттера в форме вытянутого канала (длиной  $l \gg b \gg l_i$ ), содержащего туннельный барьер малой прозрачности  $D < l_i / b \ll 1$  [61],

$$\Delta f_n = \frac{1}{2} D \text{ch}^{-1} \frac{b}{\lambda_\epsilon} \left[ \frac{b}{2\lambda_\epsilon} \text{th} \left( \frac{b}{\lambda_\epsilon} \right) \right]^n; \quad \epsilon = \epsilon_F + eV. \quad (6.12)$$

Авторы работы [68] обнаружили воспроизводимую систему максимумов на производной по эмиттерному току сигнала ЭФ, которая может быть четко сопоставлена с кратными и комбинационными частотами релаксационных фононов в висмуте (рис. 18).

Как мы видели, электрон-фононная релаксация в эмиттере приводит к периодическому возрастанию сигнала  $\partial \bar{\varphi} / \partial V$ , связанному с перераспределением электронов по энергиям. С другой стороны,

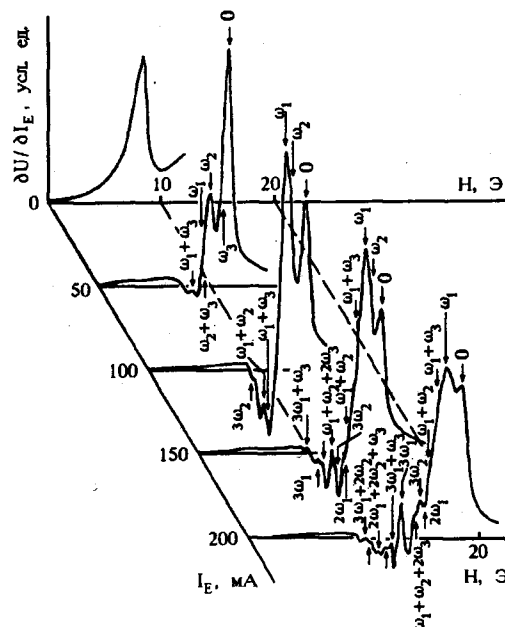


Рис. 18. Производная сигнала ЭФ  $U$  по эмиттерному току  $\partial U / \partial I_E$  в зависимости от магнитного поля при значениях  $I_E \approx 0; 50; 100; 150; 200$  мА,  $\omega_1, \omega_2$  и  $\omega_3$  — характерные частоты релаксационных фононов в висмуте [68].

учет релаксации электронов на траектории циклотронного движения с эмиттера на коллектор приводит к экспоненциальному уменьшению величины  $\partial \bar{\varphi} / \partial V$  с ростом избыточной энергии носителей  $eV$ . Одновременное влияние двух указанных факторов определяет немонотонную зависимость сигнала ЭФ от напряжения на эмиттере, обнаруженную в эксперименте ван Сона, ван Кемпена и Видера [69].

### 6.3. Спектроскопия взаимодействия электронов с поверхностными колебаниями

Взаимодействие носителей заряда с поверхностными бозевскими состояниями приводит к появлению, наряду с обычными упругими процессами, неупругих каналов поверхностной релаксации электронов. Существование таких каналов обуславливает сильную чувствительность вероятности рассеяния носителей заряда на границах к величине их избыточной энергии, а также температуре. В случае, когда упругие процессы поверхностного диффузного рассеяния отсутствуют, на границе металла  $r = R \in S_c$  условие для функции  $n_p(r)$  имеет вид [70]

$$n_{p, v_x > 0}(R) = n_{p, v_x < 0}(R) + \hat{W}_s \{n_p(R)\}, \quad (6.13)$$

где

$$\hat{W}_s\{n_p\} = \frac{\theta(v_x)}{|v_x|} \sum_{\gamma} \int \frac{dp'_x d^2 q}{(2\pi)^3} w_{p_x p'_x} |V_{q,\gamma}|^2 \kappa^{-1} \theta(v'_x) \times \\ \times [\Gamma(p', p; q) \delta(\varepsilon_{p'} - \varepsilon_p - \omega_{q,\gamma}) - \\ - \Gamma(p, p'; -q) \delta(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} + \omega_{q,\gamma})], \quad (6.14)$$

$$w_{p_x p'_x} = 2\kappa \left[ \frac{\kappa}{\kappa^2 + (p_x - p'_x)^2} - \frac{\kappa}{\kappa^2 + (p_x + p'_x)^2} \right]^2, \quad (6.15)$$

$$\Gamma(p', p; q) = n_p(1 - n_{p'})(N_{q,\gamma} + 1) - \\ - n_{p'}(1 - n_p)N_{q,\gamma}, \\ p'_{\parallel} = p_{\parallel} - q, \quad (6.16)$$

$\gamma$  нумерует ветви спектра;  $V_{q,\gamma}$  — матричный элемент взаимодействия электронов с колебаниями частотой  $\omega_{q,\gamma}$  и двумерным волновым вектором  $q = (0, q_y, q_z)$ , затухающими на расстоянии  $\kappa^{-1}(\omega_{q,\gamma})$  от поверхности металла.

Расчет сигнала ЭФ [70] с помощью граничного условия (6.13) в предположении о равновесии фононов приводит к выражению (2.2) для парциальных амплитуд, в которых зависящий от энергии параметр зеркальности  $q(\varepsilon, p)$  следует положить равным

$$q(\varepsilon, p) = 1 - \frac{1}{|v_x|} \times \\ \times \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \theta(v_x) \sum_{\gamma} |V_{p_{\parallel} - p'_{\parallel}, \gamma}|^2 w_{p_x p'_x} \kappa^{-1} \times \\ \times \left\{ \left[ f_0(\varepsilon_p) + N^{(0)} \right] \delta(\varepsilon_{p'} - \varepsilon_p - \omega_{p_{\parallel} - p'_{\parallel}, \gamma}) + \right. \\ \left. + \left[ 1 - f_0(\varepsilon_{p'}) + N^{(0)} \right] \delta(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} - \omega_{p_{\parallel} - p'_{\parallel}, \gamma}) \right\}; \quad (6.17)$$

$N^{(0)}$  — равновесная функция распределения поверхностных фононов. Измерение зависимости производной  $\partial \bar{\varphi} / \partial V$  от  $H$  позволяет выделить вклад электронов, отвечающих краю  $\varepsilon = \varepsilon_F + eV$  энергетической полосы  $[\varepsilon_F, \varepsilon_F + eV]$ . При этом  $\partial \bar{\varphi} / \partial V$  достигает максимума при тех значениях магнитного поля  $H = H_n$ , при которых с эмиттера на коллектор попадает максимальное число электронов с энергией  $\varepsilon = \varepsilon_F + eV$ , т.е. выполнено условие (1.25). Отношение амплитуд второй и первой линий  $\partial \bar{\varphi} / \partial V$  в максимумах равно

$$\frac{(\partial \bar{\varphi} / \partial V)_{H_2}}{(\partial \bar{\varphi} / \partial V)_{H_1}} = q(\varepsilon_F + eV, p^*). \quad (6.18)$$

Нормированная таким образом амплитуда второй линии ЭФ не зависит от интенсивности процессов релаксации в эмиттере и на траектории движения электрона, длина которой остается постоянной, и выделяет вклад поверхностных процессов рассеяния. Производная  $\partial q / \partial (eV)$  при нулевой температуре равна

$$\frac{\partial q}{\partial (eV)} = \frac{\kappa^{-1}}{v_x(p^*)} g_s(p^*, eV); \quad (6.19)$$

$$g_s(p, \omega) =$$

$$= \sum_{\gamma} \int \frac{dS_{p'}}{v'_x} |V_{p_{\parallel} - p'_{\parallel}, \gamma}|^2 w_{p_x p'_x} \delta(\omega - \omega_{p'_{\parallel} - p_{\parallel}, \gamma}), \quad (6.20)$$

а функция  $w_{p_x p'_x}$  определена формулой (6.15).

Соотношения (6.18), (6.19), в которых функции  $q$  и  $g_s$  определяются формулами (6.17), (6.20), позволяют найти вероятность  $q$  неупругого рассеяния электронов с импульсом  $p^*$  на поверхностных фононах и функцию  $g_s(p^*, \omega)$ , характеризующую это рассеяние. Следовательно, ЭФ может служить методом дифференциальной спектроскопии взаимодействия электронов с поверхностями колебаниями металла.

#### 6.4. Влияние теплового разогрева эмиттера и собственного магнитного поля тока

Если условия теплоотвода через поверхность эмиттерного контакта не обеспечивают равенства его температуры температуре окружающего диэлектрика (гелия), то при анализе данных по наблюдению поперечной фокусировки при больших токах необходимо учитывать локальный джоулевский разогрев металла.

Возникновение перегрева токового контакта приводит к эффектам двух типов. Во-первых, вследствие «температурного размывания» фермиевской функции распределения будет происходить размывание пика фокусировки и уменьшение его амплитуды, во-вторых, благодаря наличию градиента температуры между контактами будут возникать термоэлектрические поля, которые могут усиливать или ослаблять внешнее электрическое поле. При низких температурах  $T \ll \varepsilon_F$  учет первого эффекта в вычислении потенциала приводит лишь к малым поправкам порядка  $(T/\varepsilon_F)^2$ . Более важным оказывается влияние на ЭФ термоэлектрических полей, которые уже при небольших пе-

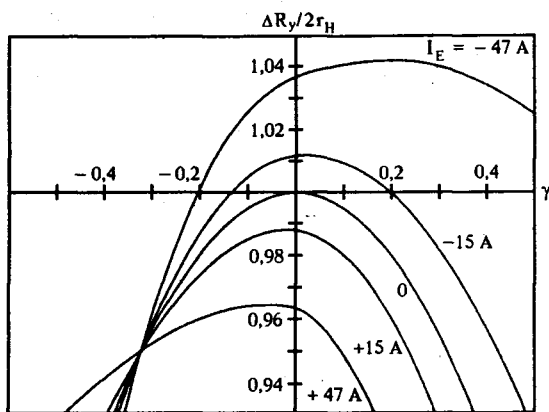


Рис. 19. Зависимость смещения электрона  $\Delta R_y(\gamma)$  вдоль линии контактов от угла вылета из эмиттера  $\gamma$  ( $\Delta R_y(\gamma=0, I_E=0) = 2r_H$ ) при различных эмиттерных токах  $I_E$  [72].

регревах  $\Delta T \ll T \ll \varepsilon_F$  могут изменить амплитуду линии поперечной фокусировки

$$\frac{\varphi_n^{\max}(\Delta T)}{\varphi_n^{\max}(0)} \approx 1 + \frac{T\Delta T}{|eV|\varepsilon_F},$$

а ширина линий определяется, вообще говоря, уже не диаметром контакта, а размером перегретой области  $b_1$  [71].

При использовании в качестве инжектора электронов чистых микроконтактов с малым сопротивлением существенным становится учет собственного магнитного поля тока  $H_j$ , деформирующего циклотронные траектории и приводящего к зависящему от полярности эмиттерного тока смещению линий ЭФ. В силу чрезвычайно сложного распределения поля  $H_j$  в образце аналитическое вычисление изменения смещения электрона вдоль линии контактов  $\Delta R_y$  невозможно даже для квадратичного изотропного закона дисперсии носителей. Результаты численного расчета [72], проведенного в пренебрежении влиянием внешнего поля  $H$  на распределение тока, представлены на рис. 19.

## Заключение

Метод фокусировки пучков неравновесных носителей заряда в металле магнитным полем постоянно развивается, находя все новые приложения к исследованиям электронных свойств проводников при низких температурах. Отбирая материал для обзора, мы решили остановиться в первую очередь на тех разделах теории ЭФ, которые относятся к уже осуществленным экспериментам и используются для получения информации о релаксационных характеристиках электронов проводимости. В

обзор не включены результаты, относящиеся к геометрии продольной электронной фокусировки, о которой кратко говорилось во введении. Их можно найти в работах [17,27,73]. Хотя эксперименты Шарвина и соавторов продемонстрировали реальность применения геометрии продольной ЭФ для изучения энергетического спектра носителей [22] и электрон-фононного взаимодействия [74], метод пока не получил распространения. Это связано, по-видимому, как с практическими трудностями его реализации (необходимость устанавливать микроконтакты на противоположных поверхностях очень тонкой пластины), так и с более широкими возможностями геометрии поперечной ЭФ (применение к исследованию поверхности металла). Указанные обстоятельства обусловили преимущественный интерес теоретиков к эффектам поперечной фокусировки.

Развитие теории и расширение области применений метода ЭФ происходят взаимосвязанно. Ряд теоретических работ ставит новые задачи перед экспериментаторами, предлагая использовать данный метод для исследования процессов поверхностного рассеяния с переворотом спина [75], высокочастотных свойств микроконтактов [76], электрон-фононной релаксации моноэнергетических электронов [77]. С другой стороны, наблюдение короткопериодных осцилляций коллекторного напряжения [78], возможно, связанных с квантованием энергии «скачущих» вдоль поверхности электронов (магнитные поверхностные уровни [79]), а также недавнее наблюдение квантовых осцилляций сигнала при поперечной ЭФ в двумерном электронном газе на гетеропереходе [80] сделали актуальным теоретическое рассмотрение квантовых эффектов в условиях фокусировки электронов магнитным полем.

Мы не ставили своей целью обсуждение в обзоре экспериментальных результатов, ограничившись лишь ссылками на те работы, в которых наблюдался рассматриваемый эффект. Частично этот пробел восполняет одна из глав монографии [81].

1. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Москва, Наука (1972).
2. М. И. Каганов, И. М. Лифшиц, *УФН* 126, 483 (1979).
3. Ю. В. Шарвин, *ЖЭТФ* 48, 984 (1965).
4. Ю. В. Шарвин, Л. М. Фишер, *Письма в ЖЭТФ* 1, 54 (1965).
5. F. M. Hawkins and A. B. Pippard, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 61, 433 (1965).
6. С. Е. Т. Goncalves da Silva, *J. Low Temp. Phys.* 16, 337 (1974).
7. J. Clarke and L. A. Schwartzkopf, *J. Low Temp. Phys.* 16, 317 (1974).
8. В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* 19, 114 (1974).
9. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
10. М. Я. Азбель, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* 49, 572 (1965).
11. В. Г. Песчанский, М. Я. Азбель, *ЖЭТФ* 55, 1980 (1968).



12. Э. М. Баскин, М. В. Энтин, *ЖЭТФ* 56, 460 (1968).
13. Л. А. Фальковский, *ЖЭТФ* 58, 1830 (1970).
14. В. И. Окулов, В. В. Устинов, *ФНТ* 5, 213 (1979).
15. Ю. А. Колесниченко, И. О. Кулик, *ФНТ* 18, 1005 (1992).
16. М. Я. Азбель, Э. А. Канер, *ЖЭТФ* 32, 896 (1957).
17. С. А. Корж, *ЖЭТФ* 68, 144 (1975).
18. А. М. Гришин, *ФТТ* 25, 3407 (1983).
19. А. М. Косевич, *ФНТ* 11, 1106 (1985).
20. В. С. Эдельман, *ЖЭТФ* 64, 1734 (1973).
21. В. С. Цой, И. И. Разгонов, *Письма в ЖЭТФ* 23, 107 (1976).
22. В. С. Цой, И. И. Разгонов, *Письма в ЖЭТФ* 25, 30 (1977).
23. A. A. Mitriyaev, O. A. Ranchenko, I. I. Razgonov, and V. S. Tsoy, *Surface Sci.* 75, L376 (1978).
24. V. S. Tsoy, J. Base, P. A. M. Vanistant, H. van Kempen, E. L. H. Pagens, and P. Wider, *J. Phys.* F5, L221 (1979).
25. H. Sato and F. Kimura, *J. Phys.* F14, 1905 (1974).
26. P. A. M. Benistant, H. van Kempen, and P. Wyder, *J. Phys.* F15, 2445 (1985).
27. С. А. Корж, *ФНТ* 7, 314 (1981).
28. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 11, 1165 (1985).
29. С. В. Гуденко, И. П. Крылов, *ЖЭТФ* 86, 2304 (1984).
30. В. С. Цой, Н. П. Пой, *ЖЭТФ* 73, 289 (1976).
31. Ю. А. Колесниченко, В. Г. Песчанский, *Письма в ЖЭТФ* 30, 237 (1979).
32. Ю. А. Колесниченко, В. Г. Песчанский, *ФНТ* 6, 479 (1980).
33. В. С. Цой, Ю. А. Колесниченко, *ЖЭТФ* 83, 2041 (1980).
34. А. Ф. Андреев, *УФН* 105, 113 (1971).
35. С. И. Божко, И. Ф. Свекло, В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* 40, 480 (1984).
36. В. В. Устинов, *ФММ* 52, 709 (1981).
37. В. В. Андриевский, Е. И. Асс, Ю. Ф. Комник, *ФНТ* 11, 1148 (1985).
38. А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* 46, 1823 (1964).
39. Е. В. Безуглый, С. А. Корж, *ФНТ* 8, 420 (1982).
40. В. П. Галайко, Е. В. Безуглый, Э. Пуппе, *ФММ* 37, 479 (1974).
41. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 8, 312 (1982).
42. С. И. Божко, В. С. Цой, С. Е. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* 36, 102 (1982).
43. А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* 53, 680 (1976).
44. В. С. Цой, С. Е. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* 46, 370 (1987).
45. P. A. M. Benistant, H. van Kempen, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* 51, 817 (1983).
46. О. В. Кириченко, Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 8, 276 (1982).
47. М. И. Каганов, В. Б. Фикс, *ЖЭТФ* 73, 753 (1977).
48. В. П. Набережных, В. В. Синолицкий, Э. П. Фельдман, *ЖЭТФ* 78, 165 (1980).
49. L. A. Morage, *J. Phys.: Condens. Matter.* 2, 337 (1990).
50. Ю. А. Колесниченко, М. В. Москалец, Р. И. Шехтер, *ЖЭТФ* 98, 2038 (1990).
51. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 7, 443 (1981).
52. С. А. Корж, *ФНТ* 7, 977 (1981).
53. Ю. А. Колесниченко, Р. И. Шехтер, В. А. Буддовский, *ФНТ* 14, 263 (1988).
54. В. Г. Песчанский, Д. И. Степаненко, *ФНТ* 15, 1271 (1989).
55. Э. А. Канер, Н. М. Макаров, И. Б. Снапиро, В. А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* 39, 384 (1984).
56. Э. А. Канер, Н. М. Макаров, И. Б. Снапиро, В. А. Ямпольский, *ЖЭТФ* 87, 2166 (1984).
57. А. А. Слуцкий, А. М. Кадигробов, *ФНТ* 4, 536 (1978).
58. А. А. Абрикосов, *ЖЭТФ* 44, 2039 (1963).
59. R. L. Blewitt and A. Y. Sievers, *J. Low Temp. Phys.* 13, 617 (1973).
60. В. В. Андриевский, Е. И. Асс, Ю. Ф. Комник, *ФНТ* 14, 253 (1988).
61. Ю. А. Колесниченко, И. О. Кулик, Р. И. Шехтер, *ЖЭТФ* 94, 328 (1988).
62. И. К. Янсон, *ЖЭТФ* 66, 1035 (1974).
63. И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, Р. И. Шехтер, *ФНТ* 3, 1543 (1977).
64. И. К. Янсон, *ФНТ* 9, 676 (1988).
65. И. К. Янсон, А. В. Хоткевич, *Атлас микроконтактных спектров электрон-фононного взаимодействия в металлах*, Наукова думка, Киев (1988).
66. Е. И. Асс, Н. Н. Грибов, *ФНТ* 13, 645 (1987).
67. И. Ф. Ицкович, Р. И. Шехтер, *ФНТ* 11, 1176 (1985).
68. В. В. Андриевский, Е. И. Асс, Ю. Ф. Комник, *Письма в ЖЭТФ* 47, 103 (1988).
69. P. S. van Son, H. van Kempen, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* 58, 1567 (1987).
70. Ю. А. Колесниченко, Р. И. Шехтер, *ФНТ* 15, 959 (1989).
71. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 6, 603 (1980).
72. P. S. van Son, H. van Kempen, and P. Wyder, *J. Phys.* F17, 1471 (1987).
73. Ю. А. Колесниченко, В. Г. Песчанский, В. С. Цой, *ЖЭТФ* 83, 1464 (1982).
74. Ю. В. Шарвин, Н. И. Богатина, *ЖЭТФ* 56, 772 (1969).
75. А. М. Сатин, *ФТТ* 31, 41 (1989).
76. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* 9, 753 (1983).
77. В. А. Буддовский, Ю. А. Колесниченко, И. О. Кулик, *ФНТ* 15, 31 (1989).
78. В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* 25, 289 (1977).
79. М. С. Хайкин, *УФН* 96, 409 (1968).
80. H. van Houten, V. J. van Wees, J. E. Mooij, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, and C. T. Foxon, *Europhys. Lett.* 5, 721 (1988).
81. *Электроны проводимости*, М. И. Каганов, В. С. Эдельман (ред), Москва, Наука (1985).

Electron focusing effects in metals  
(Review article)

Yu. A. Kolesnichenko

The survey contains original theoretical results substantiating the probability of applying the methods of electron focusing (EF) in metal with the magnetic field to study the processes of the interaction of the charge carriers with the outer and inner conductor boundaries, phonons, as well as their energy spectrum.

List of symbols

$p$ ,  $\epsilon_p$  and  $v = \partial \epsilon_p / \partial p$ , quasi-impulse, energy and velocity of conduction electrons;  $\epsilon_F$ , Fermi energy;  $l_{ep}$ ,  $l_i$ , free paths of charge carriers at phonon and impurity scatterings, respectively;  $b$ , characteristic size of current-feeding contact (emitter);  $L$ , distance between emitter and electron-collector;  $E = \nabla \Phi(\mathbf{r})$ ,  $H$ , electric and magnetic field stresses;  $D_x^{\text{extr}}$ , extreme Fermi surface diameter along the normal to sample surface;  $n_p(\mathbf{r})$ , non-equilibrium function of electron distribution in metal;  $f_0(\epsilon \rightarrow)$ , Fermi distribution function;  $\varphi_0(L, H)$ , electron focusing (EF) signal;  $\tilde{\varphi}(L, H)$ , part of EF signal non-monotonously dependent on magnetic field;  $\Delta R$ , electron displacement along metal surface during the time between two successive collisions with it;  $q(p)$ , parameter of degree of surface specular reflection of electrons;  $Q_A$ , probability of Andreev reflection of electrons at  $N-S$  boundary;  $P$ ,  $Q$ , probabilities of electron reflection and tunneling without scattering on interaction with inter crystallite boundary;  $G_e(\omega)$ , cyclotron function of electron-phonon interaction (EPI);  $g(\omega)$ , thermodynamic Eliashberg function of EPI.

Figure captions

- Fig. 1. Scheme of observation of longitudinal EF [3].  
 Fig. 2. Scheme of observation of transverse EF [8].  
 Fig. 3. Tracks of electrons from emitter to collector in pulse space.  
 Fig. 4. Tracks of focused electrons in metal.  
 Fig. 5. Transverse EF signal in bismuth [8].

Fig. 6. Possible types of effective tracks [17].

Fig. 7. Electron reflection from coarse surface: real electron motion on a large (a) and small (b) scales, plotting of electron track (a) [27].

Fig. 8. EF in a thin plane [17].

Fig. 9. Tracks of electrons scattered in impurity layer [28].

Fig. 10. Changes in the period of the surface layer of atoms (a) and in state (points B, B', ..., C, C', ...) of the reflected electron (b). In the region delineated with thick line the number of non-equivalent reflected states is equal to two (states B, D) [33].

Fig. 11. Cross-section of model two-valley iso-energy surface  $\varepsilon_{sp} = \varepsilon_F$  by plane  $p_z = \text{const}$ . Arrows show the direction of electron velocity before ( $v_1$  and  $v_2'$ ) and after ( $\tilde{v}_1, \tilde{v}_1'$  and  $\tilde{v}_2, \tilde{v}_2'$ ) reflection.

Fig. 12. Scheme of observation of Andreev reflection by the EF method. Solid and broken lines show tracks of electron and hole excitations, respectively [38].

Fig. 13. Dependences of EF signal  $U(H)$  on magnetic field in Bi sample with tin film deposited onto its surface at different

temperatures. Curves 1-5 are recorded at sample temperatures 3.80, 3.78, 3.74, 3.70, 2.78 K, respectively [42].

Fig. 14. Tracks of electrons (solid lines) and holes (broken lines) in a thin plate of normal metal on a superconducting substrate [39].

Fig. 15. Transverse focusing in a thin plate with a flat defect parallel to the surfaces [51].

Fig. 16. EF in a sample with a flat defect coming onto the surface [52].

Fig. 17. Inelastic electron relaxation at phonons in the emitter, at the ballistic track and near surface at transverse EF [61].

Fig. 18. EF signal derivative with respect to emitter current  $\partial U / \partial I_E$  as a function of magnetic field at  $I_E = 0; 50; 100; 150; 200$  mA;  $\omega_1, \omega_2,$  and  $\omega_3$  are the characteristic frequencies of relaxation phonons in bismuth [68].

Fig. 19. Dependence of electron displacement  $\Delta R_y(\gamma)$  along the contact line on angle of emission from the emitter  $\gamma$  ( $\Delta R_y(\gamma = 0, I_E = 0) = 2r_H$ ) at different emitter currents  $I_E$  [72].