Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2011, т. 37, № 9/10, с. 925–929

Угловые осцилляции магнитосопротивления слоистых проводников с многолистной поверхностью Ферми

О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: vpeschansky@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 30 марта 2011 г.

Проанализирована зависимость электропроводности слоистого проводника с квазидвумерным электронным энергетическим спектром произвольного вида от ориентации внешнего магнитного поля. Показано, что осцилляционная зависимость магнитосопротивления проводника с многолистной поверхностью Ферми (ПФ) от угла наклона сильного магнитного поля к слоям содержит важную информацию о форме ПФ, в частности по периоду осцилляций можно определить величину гофрировки плоского листа ПФ.

Проаналізовано залежність електропровідності шаруватого провідника з квазідвовимірним електронним енергетичним спектром довільного виду від орієнтації зовнішнього магнітного поля. Показано, що осциляційна залежність магнітоопору провідника з багатолистною поверхнею Фермі (ПФ) від кута нахилу сильного магнітного поля відносно шарів містить важливу інформацію про форму ПФ, зокрема по періоду осциляцій можна визначити величину гофрировки плаского листа ПФ.

PACS: 75.15.Gd Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты.

Ключевые слова: слоистый проводник, магнитное поле, угловые осцилляции.

Гальваномагнитные явления в вырожденных проводниках в сильном магнитном поле $\mathbf{B}$, когда частота обращения носителей заряда ω значительно превышает частоту их столкновений $1/\tau$, весьма чувствительны к виду их энергетического спектра. При низких температурах T, меньших расстояния между квантованными уровнями энергии электронов проводимости $\hbar\omega$, магнитосопротивление осциллирует с изменением обратной величины магнитного поля, и по периодам этих осцилляций, впервые обнаруженных в висмуте Шубниковым и де Гаазом [1], можно определить экстремальные площади плоских сечений поверхности Ферми (ПФ). Исследование анизотропии магнитосопротивления при $\omega\tau >> 1$ позволяет полностью определить топологическую структуру энергетического спектра носителей заряда, в частности топологию поверхности Ферми [2,3].

В слоистых проводниках энергия носителей заряда $\varepsilon(\mathbf{p})$ слабо зависит от проекции их квазиимпульса p_z на нормаль к слоям $\mathbf{n}$, что способствует наиболее яркому проявлению эффекта Шубникова–де Гааза, поскольку в формировании этого осцилляционного эффекта участвует значительно большее число носителей заряда, чем в обычных металлах. Помимо квантовых осцилляционных эффектов магнитосопротивление квазидвумерных проводников осциллирует как функция тангенса угла ϑ между вектором магнитного поля и нормалью к слоям. Эти угловые осцилляции впервые наблюдались в органическом проводнике $(\mathrm{ET})_2\mathrm{JBr}_2$ в Черноголовке в лаборатории Щеголева [4,5] и вскоре были обнаружены во многих органических соединениях (подробная библиография этих исследований содержится в целом ряде обзоров, например, [6–12]).

Поверхность Ферми $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_F$ проводников с квазидвумерным энергетическим спектром носителей заряда является открытой и может состоять из топологически различных элементов в виде цилиндров и плоскостей, слабо гофрированных вдоль оси p_z.

Рассмотрим влияние сильного магнитного поля $\mathbf{B} = (B\sin\vartheta\cos\varphi, B\sin\vartheta\sin\varphi, B\cos\vartheta)$ на электропроводность слоистых проводников с произвольным законом дисперсии носителей заряда

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n(p_x, p_y) \cos\left(\frac{anp_z}{\hbar} + \alpha_n(p_x, p_y)\right), \quad (1)$$

где a — расстояние между слоями, $\hbar$ — постоянная Планка, а произвольные функции $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ и $\alpha_n(p_x, p_y)$ обладают свойством симметрии

$$\varepsilon_n(-p_x, -p_y) = \varepsilon_n(p_x, p_y),$$
$$\alpha_n(-p_x, -p_y) = -\alpha_n(p_x, p_y).$$

Функции $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ быстро убывают с ростом номера n, что обеспечивает сходимость ряда (1), а максимальное значение функции $\{\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_0(p_x, p_y)\}$, равное $\eta\varepsilon_F$ на поверхности Ферми, значительно меньше ε_F:

$$\max\{\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_0(p_x, p_y)\} = \eta\varepsilon_F << \varepsilon_F. \quad (2)$$

Будем полагать, что поверхность Ферми слоистого проводника состоит из одного слабогофрированного цилиндра и двух слабогофрированных плоскостей, периодически повторяющихся в импульсном пространстве. Направление нормали к плоскости, соприкасающейся с плоским листом ПФ, назовем осью p_x.

При наличии нескольких групп носителей заряда каждая из них вносит свой вклад в компоненты тензора электропроводности

$$\sigma_{ij} = -\int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} e^2 v_i(p) \int_{-\infty}^{0} dt \exp(t/\tau) v_j(\mathbf{p}(t)). \quad (3)$$

Здесь e и $\mathbf{v} = \partial\varepsilon(\mathbf{p})/\partial\mathbf{p}$ — заряд и скорость электрона, а t — время его движения в магнитном поле по траектории $\varepsilon(\mathbf{p})$ = const, $p_B = \mathbf{pB}/B$ = const, переменная интегрирования в формуле (3) — это значение импульса электрона при $t = 0$. Температурное размытие фермиевской функции распределения носителей заряда в слоистых проводниках с металлическим типом электропроводности много меньше энергии Ферми. Так что зависимость электропроводности от магнитного поля определяется в основном характером движения электронов по сечению ПФ плоскостью $p_B = \text{const}$.

Скорость движения носителей заряда вдоль нормали к слоям

$$v_z = -\sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n(p_x, p_y) \frac{an}{\hbar} \times$$
$$\times \sin\left\{\frac{anp_B}{\hbar\cos\vartheta} + \alpha_n(p_x, p_y) - \frac{an}{\hbar}(p_x\cos\varphi + p_y\sin\varphi)\,\mathrm{tg}\,\vartheta\right\} \quad (4)$$

много меньше характерной фермиевской скорости v_F движения зарядов вдоль слоев, что и приводит к резкой анизотропии электропроводности и значительной величине сопротивления току поперек слоев.

Если параметр квазидвумерности электронного энергетического спектра η является самым малым параметром задачи, то сопротивление току вдоль нормали к слоям $\rho = \rho_{zz}$ асимптотически равно обратной величине компоненты тензора электропроводности σ_{zz}.

В случае периодического движения носителей заряда в магнитном поле с периодом $T = 2\pi/\omega = 2\pi m^* c/eB$ компонента тензора электропроводности σ_{zz} имеет вид

$$\sigma_{zz} = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int 2\pi m^* dp_B \left\{\bar{v}_z^2\tau + 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{|v_z^{(k)}|^2\,\tau}{1 + k^2\omega^2\tau^2}\right\}. \quad (5)$$

Здесь m^* — циклотронная эффективная масса электронов проводимости, c — скорость света, а

$$v_z^{(k)}(p_B) = \frac{1}{T} \int_0^T dt\, v_z(t, p_B) \exp(-ik\omega t). \quad (6)$$

Основной вклад в скорость дрейфа носителей заряда поперек слоев $\bar{v}_z = v_z^{(0)}$ при $\mathrm{tg}\,\vartheta \gg 1$ вносят небольшие окрестности точек стационарной фазы, где

$$v_x \sin\varphi = v_y \cos\varphi. \quad (7)$$

Таких точек на замкнутой электронной орбите по крайней мере две, в них функция

$$p_\varphi = p_x \cos\varphi + p_y \sin\varphi \quad (8)$$

принимает минимальное $p_\varphi(t_1)$ и максимальное $p_\varphi(t_2)$ значения. Все плоские сечения гофрированного цилиндра при $\vartheta \neq \pi/2$ замкнуты и почти неразличимы при различных значениях p_B. По этой причине при вычислении асимптоты σ_{zz} при $\eta << 1$ нет необходимости учитывать слабую зависимость от p_B проекций импульса p_x и p_y.

Несложные вычисления с использованием метода стационарной фазы позволяют получить при $\eta << 1$ и $\gamma = 1/\omega\tau << 1$ для σ_{zz} следующее асимптотическое выражение:

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2\tau m^* \cos\vartheta}{\hbar^3} \sum_{n=1}^{\infty} nI_n, \quad (9)$$

где

$$I_n = \frac{\varepsilon_n^2(t_1)}{T^2} \left|\frac{\partial^2 p_\varphi(t_1)}{\partial t_1^2}\right|^{-1} \frac{1 + \sin\left(\frac{an}{\hbar} D_\varphi\,\mathrm{tg}\,\vartheta + 2\alpha n\right)}{\mathrm{tg}\,\vartheta}, \quad (10)$$

$D_\varphi = p_\varphi(t_2) - p_\varphi(t_1)$ — диаметр проекции электронной орбиты на плоскость $p_x p_y$ вдоль направления, отклоненного от оси p_x на угол φ.

Если плоскость $z = 0$ является плоскостью симметрии кристалла, то угол α между нормалью к слоям и кристаллографической осью $[0,0,1]$, естественно, равен нулю.

Таким образом, период угловых осцилляций

$$\Delta(\operatorname{tg}\vartheta) = \frac{2\pi\hbar}{aD_\varphi}$$

содержит важную информацию о форме ПФ. Подробности вычислений этих осцилляций приведены в статье [13], где рассчитано магнитосопротивление Q2D проводников с произвольным законом дисперсии носителей заряда и сформулирована обратная задача восстановления формы ПФ с помощью измерения угловых осцилляций при различных ориентациях магнитного поля.

Если слагаемые в выражении (1) для закона дисперсии носителей заряда резко убывают с ростом номера n, то минимум электропроводности вдоль нормали к слоям имеет место при тех значениях $\vartheta = \vartheta_c$, когда $I_1(\vartheta_c) = 0$. В этом случае необходимо учесть поправки к σ_{zz} по обратной величине магнитного поля. Строго говоря, сопротивление при $\vartheta = \vartheta_c$ будет расти с ростом магнитного поля пропорционально B^2. Причем коэффициент при B^2 достаточно велик. Это связано с тем, что точки стационарной фазы t_1' и t_2' компоненты Фурье $v_z^{(k)}$, удовлетворяющие условию

$$v_x(t_{1,2}')\sin\varphi - v_y(t_{1,2}')\cos\varphi = \frac{k\hbar}{am^*\sin\vartheta}, \qquad (11)$$

мало отличаются от t_1 и t_2 при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$, поскольку циклотронная эффективная масса с увеличением ϑ растет обратно пропорционально $\cos\vartheta$. В результате расстояние между точками стационарной фазы $D_\varphi' = D_\varphi(t_2') - D_\varphi(t_1')$ мало отличается от D_φ и нули функций I_1 и $I_1^{(k)}$ близки.

Следует иметь в виду, что при $\vartheta = \vartheta_c$ вместе с I_1 обращаются в нуль также I_{1+4m}, где m — любое целое число. Однако все остальные слагаемые $I_n(\vartheta_c)$ существенно отличны от нуля. Именно эти слагаемые, хотя они и невелики, способны нивелировать резкое возрастание с магнитным полем асимптоты ρ_{zz} при $\eta \ll 1$.

Экспериментально наблюдаемый незначительный рост с магнитным полем сопротивления $\rho(B,\vartheta)$ многих органических проводников свидетельствует о не слишком быстром убывании с ростом n кратных гармоник в формуле (1).

Электроны проводимости, состояния которых принадлежат гофрированным плоским листам ПФ, движутся в основном по открытым квазипериодическим траекториям в **p**-пространстве. Исключением являются траектории, параллельные кристаллографическим направлениям $[n,m,l]$ с небольшими индексами Миллера, когда период электронной траектории электрон проходит за время, не превышающее время свободного пробега τ. Из ортогональности траектории электронов в импульсном пространстве $\mathbf{p}_\perp(t)$ направлению магнитного поля $\mathbf{Bp}_\perp(t) = 0$ следует условие периодичности движения носителей заряда

$$\frac{\Delta p_z}{\Delta p_y} = \frac{a_y l}{am} = \operatorname{tg}\vartheta\sin\varphi, \qquad (12)$$

где Δp_y и Δp_z — проекции смещения электрона по траектории в **p**-пространстве за достаточно большой отрезок времени, а a_y — период кристаллической решетки в направлении оси y. В частности, строго периодическое движение носителей заряда с периодом $T \ll \tau$ имеет место при $\varphi = 0$ и любом ϑ, а также в магнитном поле, параллельном слоям.

В магнитном поле $\mathbf{B} = (B\sin\vartheta, 0, B\cos\vartheta)$ носители заряда совершают финитное движение вдоль оси y с периодом

$$T = \frac{2c}{eB\cos\vartheta}\int_{p_x(t_1)}^{p_x(t_2)} \frac{dp_x}{v_y}.$$

При такой ориентации магнитного поля вклад электронов, состояния которых находятся на плоском листе ПФ, в электропроводность поперек слоев $\sigma_{zz}^{\text{plane}}$ во многом аналогичен σ_{zz} в случае ПФ в виде всего лишь одного гофрированного цилиндра при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$. При этом точки стационарной фазы, где

$$\frac{\partial p_x(t)}{\partial t} = \frac{eB\cos\vartheta}{c} v_y(t) = 0,$$

являются точками поворота электрона относительно оси y, и для вычисления угловых осцилляций можно воспользоваться схемой расчета, приведенной выше. В результате асимптотическое выражение для $\sigma_{zz}^{\text{plane}}$ в основном приближении по малому параметру квазидвумерности имеет вид, аналогичный выражениям (7) и (8), если D_φ заменить величиной гофрировки плоского листа ПФ $\Delta_x = p_x(t_2) - p_x(t_1)$.

Отклонение магнитного поля от плоскости xz приводит к существенному ослаблению угловых осцилляций магнитосопротивления поперек слоев. С ростом φ уменьшается разность между временами t_1 и t_2, где p_z имеет экстремум, а при малых значениях $\cos\varphi$ точки стационарной фазы, удовлетворяющие условию (7), вовсе отсутствуют, поскольку скорость электронов v_x на всем листе ПФ в виде гофрированной плоскости сохраняет свой знак.

Кроме того, строго периодическое движение носителей заряда возможно лишь при избранных ориентациях магнитного поля (12), а при иных ориентациях вектора **B** электронные траектории $p_B = \text{const}$ являются апериодическими. Вклад в энергию, приобретаемую электронами в электрическом поле E_z носителей заряда на таких траекториях

$$\Delta\varepsilon = \int_{-\infty}^{0} dt\,\exp(t/\tau) eE_z v_z(t, p_B), \qquad (13)$$

даже в бесстолкновительном пределе ($\tau = \infty$) при $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$ ограничен.

Хотя разность $\Delta_\varphi = p_\varphi(t_2) - p_\varphi(t_1)$ между максимальным и минимальным значениями p_φ в пределах одной элементарной ячейки убывает с ростом φ, все же найдется значение $\operatorname{tg}\vartheta \gg 1$, при котором $(a/\hbar)\Delta_\varphi \operatorname{tg}\vartheta$ является достаточно большой величиной и можно вычислить $\Delta\varepsilon$, используя метод стационарной фазы. В этом случае интегрирование асимптотически заменяется суммированием вкладов в интеграл окрестностей точек стационарной фазы t_q и $\Delta\varepsilon$ принимает следующий вид:

$$\Delta\varepsilon = -\operatorname{Re}\sum_{n=1}^{\infty} eE_z \exp\left(\frac{ianp_B}{\hbar\cos\vartheta}\right)\left(\frac{2\pi an}{\hbar}\right)^{1/2} \times$$
$$\times\left\{\varepsilon_n(t_1)\left|\frac{\partial^2 p_\varphi(t_1)}{\partial t_1^2}\right|^{-1/2} \exp\left[\frac{ianp_\varphi(t_1)\operatorname{tg}\vartheta}{\hbar} + \frac{i\pi}{4}\right] + \right.$$
$$\left. + \varepsilon_n(t_2)\left|\frac{\partial^2 p_\varphi(t_2)}{\partial t_2^2}\right|^{-1/2} \exp\left[\frac{ianp_\varphi(t_2)\operatorname{tg}\vartheta}{\hbar} - \frac{i\pi}{4}\right]\right\} J_n(\vartheta,\varphi), \quad (14)$$

где

$$J_n(\vartheta,\varphi) = \sum_{q=0}^{\infty} \exp\left\{\frac{-t_q}{\tau} - 2\pi inq\frac{a}{a_y}\operatorname{tg}\vartheta\sin\varphi\right\}.$$

В сумме по q следует удержать число слагаемых порядка τ/T_q, где T_q — время, в течение которого p_x вновь примет свое минимальное или максимальное значение.

Легко заметить, что лишь при выполнении условия (12) J_n может быть сколь угодно большой величиной при $\tau \to \infty$. Во всех остальных случаях в бесстолкновительном пределе

$$J_n(\vartheta,\varphi) = \frac{1}{1 - \exp\left(2\pi i\dfrac{an}{a_y}\operatorname{tg}\vartheta\sin\varphi\right)}. \quad (15)$$

В результате в угловой зависимости сопротивления току поперек слоев появляются узкие минимумы при значениях $\operatorname{tg}\vartheta$, удовлетворяющих условию (12). Эти осцилляции не представляют спектроскопического интереса, поскольку положение минимумов в зависимости ρ_{zz} от $\operatorname{tg}\vartheta$ определяет лишь кристаллографическую структуру образца, которую легко и надежно можно определить с помощью рентгеноструктурного анализа.

Таким образом, лишь при $\varphi = 0$ реализуются благоприятные условия для определения гофрировки плоских листов поверхности Ферми с помощью экспериментального исследования угловых осцилляций магнитосопротивления слоистых проводников.

С ростом $\operatorname{tg}\vartheta$ возрастает период T движения носителей заряда по траектории в импульсном пространстве и при T, сравнимом с временем их свободного пробега, угловые осцилляции угасают, их амплитуда становится весьма малой. Дальнейший рост $\operatorname{tg}\vartheta$ приводит к заметному уменьшению электропроводности поперек слоев. При ϑ, близком к $\pi/2$, на плоском листе ПФ с преимущественным направлением гофрировки происходит резкое изменение направления дрейфа носителей заряда [3]. Основной вклад в $\sigma_{zz}^{\text{plane}}$ вносит небольшая группа электронов проводимости с траекториями, близкими к самопересекающимся. Как и в случае проводников с ПФ в виде гофрированного цилиндра [14–16], сопротивление току поперек слоев вначале пропорционально B, а при $\gamma < \eta^{1/2}$ линейный рост ρ_{zz} с магнитным полем сменяется квадратичным.

1. L.V. Shubnikov and W.J. de Haas, *Leiden Commun.* **19**, 2071 (1930).
2. И.М. Лифшиц, В.Г. Песчанский, *ЖЭТФ* **35**, 1251 (1958).
3. И.М. Лифшиц, В.Г. Песчанский, *ЖЭТФ* **38**, 188 (1960).
4. М.В. Карцовник, В.Н. Лаухин, В.И. Нижанковский, Ф.Ф. Игнатьев, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 302 (1988).
5. М.В. Карцовник, П.А. Кононович, В.Н. Лаухин, И.Ф. Щеголев, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 498 (1988).
6. J. Wosnitza, *Fermi Surfaces of Low-Dimensional Organic Metals and Superconductors*, Springer Tracts in Modern Physics (1996), p. 165.
7. M.V. Kartsovnik and V.N. Laukhin, *J. Phys.* I **6**, 1753 (1996).
8. T. Ishiguro, K. Yamaji, and G. Saito, *Organic Superconductors*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg (1998).
9. J. Singelton, *Studies of Quasi-Two-Dimensional Organic Conductors Based on BEDT-TTF Using High Magnetic Fields, Report on Progress in Physics* (2000), p. 116.
10. M.V. Kartsovnik, *Chem. Rev.* **104**, 5737 (2004).
11. М.В. Карцовник, В.Г. Песчанский, *ФНТ* **31**, 249 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 185 (2005)].
12. *The Physics of Organic Superconductors and Conductors*, A.G. Lebed (ed.), Springer Series in Material Sciences, Springer Verlag Berlin Heidelberg (2008).
13. V.G. Peschansky, J.A. Roldan Lopez, and Toji Gnado Yao, *J. Phys. I (France)* **1**, 1469 (1991).
14. В.Г. Песчанский, *ЖЭТФ* **112**, 618 (1997).
15. V.G. Peschansky, *Phys. Rep.* **288**, 305 (1997).
16. В.Г. Песчанский, *ЖЭТФ* **121**, 1204 (2002).

Angular oscillations of magnetoresistance of layered conductors with a multisheeted Fermi surface

O.V. Kirichenko and V.G. Peschansky

The dependence of conductivity of a layered conductor with the quasi-two-dimensional electron energy spectrum of an arbitrary form on an external magnetic field orientation is analyzed. It is shown that the oscillatory dependence of magnetoresistance of the conductor with a multisheeted Fermi surface (FS) on the angle of inclination of strong magnetic field to the layers-plane contains important information about the FS shape, in particular the magnitude of FS corrugation may be determined from oscillations period.

PACS: 75.15.Gd Galvanomagnetic and other magnetotransport effects.

Keywords: layered conductors, magnetic field, angular oscillations.