

# Диаманитные домены и нелинейные электромагнитные волны в нормальных металлах (Обзор)

В.С. Егоров

*РНИЦ «Курчатовский институт», Москва, 123182, Россия*

E-mail: vsegorov@mail.ru

В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины*

*пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: vpeschansky@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 27 июля 2010 г.

Представлен обзор результатов экспериментальных и теоретических исследований диаманитных доменов в нормальных металлах. Значительное внимание уделено новому эффективному методу в изучении доменной структуры — методу мюонной спектроскопии, основанному на измерении индукции по частоте прецессии спина мюона в магнитном поле. Обсуждается ряд явлений, в том числе необычная магнитострикция, гистерезис в эффекте де Гааза–ван Альфена, возникающих в состоянии с диаманитными доменами. Рассмотрен механизм нелинейности при распространении низкочастотных электромагнитных волн в металлах в условиях сильного магнетизма электронов проводимости.

Представлено огляд результатів експериментальних і теоретичних досліджень діаманітних доменів у нормальних металах. Значну увагу приділено новому ефективному методу у вивченні доменної структури — методу мюонної спектроскопії, який засновано на вимірі індукції по частоті прецесії спіна мюона у магнітному полі. Обговорюється ряд явищ, у тому числі незвичайна магнітострикція, гистерезис в ефекті де Гааза–ван Альфена, що виникають у стані з діаманітними доменами. Розглянуто механізм нелінійності при поширенні низькочастотних електромагнітних хвиль у металах в умовах сильного магнетизму електронів провідності.

PACS: **75.45.+j** Макроскопические квантовые явления в магнитных системах;  
72.15.Gd Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты;  
72.15.Nj Коллективные моды (например, в одномерных проводниках).

Ключевые слова: эффект де Гааза–ван Альфена, диаманитные домены, мюонная спектроскопия.

## Содержание

Введение.....	26
1. Физическая природа диаманитных доменов.....	27
2. Плотность тока, индуцированного магнитным полем.....	28
3. Доменная структура в условиях эффекта де Гааза–ван Альфена.....	30
4. Экспериментальные исследования диаманитных доменов.....	31
5. Нелинейные магнитогидродинамические волны в компенсированных металлах.....	41
6. Нелинейные электромагнитные волны в некомпенсированных металлах.....	43
7. Собственные моды электромагнитного поля в условиях существования магнитной доменной структуры.....	45
Заключение.....	47
Литература.....	48

## Введение

Обнаружение квантовых осцилляций магнитной восприимчивости металлов [1], предсказанных Ландау [2], привело к появлению нового спектроскопического метода изучения структуры электронных состояний в вырожденных проводниках. Детальное экспериментальное исследование Д. Шенбергом эффекта де Гааза–ван Альфена в Мондовской лаборатории П.Л. Капицы (подробное описание пионерских работ Шенберга см. в его монографии [3]) стало основанием для формулировки в теоретических работах [4–6] обратной задачи восстановления электронного энергетического спектра металлов с помощью исследования магнитной восприимчивости в квантующем магнитном поле. Первое упоминание об обратной задаче принадлежит Л. Онсагеру [4] после его знакомства с экспериментальными исследованиями Д. Шенберга магнитной восприимчивости висмута. Затем последовала работа Лифшица и Погорелова [5], в которой было показано, что знание центральных сечений выпуклой поверхности Ферми при различных кристаллографических ориентациях магнитного поля позволяет однозначно определить всю форму поверхности Ферми (ПФ) — основной характеристики электронного энергетического спектра [5]. Полная теория квантовых осцилляций намагниченности металлов с произвольным законом дисперсии носителей заряда была построена Лифшицем и Косевичем [6]. Осцилляционные эффекты, связанные с квантованием орбитального движения электронов проводимости в магнитном поле, характерны не только для намагниченности, но и для других термодинамических и кинетических величин [7,8]. За сравнительно короткое время с помощью экспериментального исследования электронных явлений в сильном магнитном поле удалось определить экстремальные площади замкнутых плоских сечений и экстремальные диаметры ПФ практически всех металлов и в конечном счете полностью восстановить форму ПФ [9].

Магнитные осцилляционные явления, связанные с квантованием орбитального движения электронов проводимости, проявляются, когда расстояние между уровнями энергии  $\Delta\varepsilon \approx \hbar\omega_B$  превышает температуру  $T$  и значительно меньше энергии Ферми  $\varepsilon_F$  (здесь  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\omega_B$  — циклотронная частота). Кроме того, среднее время свободного пробега  $\tau$  должно быть достаточно велико, чтобы электрон не испытывал рассеяния за период обращения по циклотронной орбите. В этих условиях амплитуда квантовых осцилляций магнитной восприимчивости в  $(\varepsilon_F / \Delta\varepsilon)^{3/2}$  раз превышает парамагнитную восприимчивость Паули. Шенбер-

гу удалось зарегистрировать в достаточно совершенных образцах висмута более полусотни периодов осцилляций намагниченности. Несложная оценка показывает, что магнитная восприимчивость в квантующем магнитном поле может стать больше  $1/4\pi$ . В этих условиях однородное состояние магнитной индукции становится неустойчивым. Шенберг наблюдал сильное проявление эффекта де Газа–ван Альфена и превышение магнитной восприимчивостью величины  $1/4\pi$  в благородных металлах [10]. Измерения магнитотеплового эффекта в дискообразных образцах бериллия [11] также противоречат предположению о том, что магнитная индукция внутри образца однородна.

В сентябре 1966 года после окончания 10-й Международной конференции по физике низких температур Дж. Кондон посетил Физико-технический институт низких температур и доложил на семинаре результаты своей работы\* [12], в которой была предсказана возможность образования доменов в условиях эффекта де Гааза–ван Альфена. Его эксперименты косвенно подтвердили существование доменов в бериллии, были обнаружены скачки магнитного момента в цилиндре в продольном внешнем поле. Позднее Кондону и Вальстедту удалось обнаружить в серебряной пластинке появление магнитной доменной структуры [13]. Они зарегистрировали раздвоение частоты ядерного магнитного резонанса, что явилось свидетельством разбиения первоначально однородного распределения магнитной индукции на диамагнитную и парамагнитную фазы. Затем Божко и Вольский наблюдали аномальное затухание геликонов в алюминии при температуре, меньшей 1 К, которое они связывали с появлением в образце доменной структуры [14,15].

В дальнейшем диамагнитная доменная структура исследовалась в ряде теоретических работ [16–20], однако прямого экспериментального обнаружения диамагнитных доменов, кроме единственной работы Кондона и Вальстедта, не было на протяжении около 30 лет. Существенный успех в этом направлении возник благодаря использованию метода мюонной спектроскопии, предложенного Белоусовым и Смильгой для этой цели [21] еще в 1979 г. В результате использования этого метода удалось обнаружить возникновение диамагнитных доменов в бериллии, олове, свинце, индии и алюминии [22–25]. Таким образом, стало ясно, что домены Кондона не являются экзотикой, а вполне наблюдаемы практически во всех металлах при создании необходимых условий, т.е. при низких температурах в сильном магнитном поле и в достаточно совершенном кристалле, когда наиболее ярко проявляются

\* Краткое сообщение о своей работе Кондон доложил в Москве на Международной конференции по физике низких температур LT10: J.H. Condon (Bell Lab., USA) «Магнитные домены в материале с сильным эффектом де Гааза–ван Альфена» В кн. *Тезисы докладов 10-й Международной конференции по физике низких температур*, г. Москва, 31 августа–6 сентября 1966, Ротапринт ФТИНТ АН УССР.

квантовые осцилляционные эффекты. Далее была исследована взаимосвязь доменов Кондона с эффектом магнострикции [26,27], обнаружен гистерезис при возникновении доменного состояния, что позволило точно измерить фазовые диаграммы доменов в серебре и бериллии, а также микродатчиками Холла измерены размеры доменной структуры [28–30].

Сильный магнетизм электронов проводимости оказывает существенное влияние на распространение низкочастотных электромагнитных волн в металлах и может привести к возникновению своеобразного механизма нелинейности, даже при малой амплитуде волны [31–33]. В условиях, когда осциллирующая часть магнитной восприимчивости  $\chi$  достигает значений порядка  $1/4\pi$ , различие между магнитным полем  $\mathbf{H}$  и магнитной индукцией  $\mathbf{B}$  существенно даже в проводниках без магнитного упорядочения и намагниченности  $\mathbf{M}$ , и магнитное поле  $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$  являются функциями магнитной индукции  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{B}_0$  — ее однородная часть, а  $\mathbf{B}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  — поле волны. Для тех значений внешнего поля  $\mathbf{B}_0$ , когда  $\chi$  близко к  $1/4\pi$ , линейный член разложения магнитного поля  $\mathbf{H}$  по степеням  $\mathbf{B}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  может оказаться того же порядка величины, что и нелинейные слагаемые, и волновые процессы становятся существенно нелинейными.

### 1. Физическая природа диаманитных доменов

История этого вопроса начинается с классической работы Ландау, посвященной диаманитизму свободных электронов [2], где впервые было показано, что в однородном магнитном поле  $\mathbf{H}_0$  энергия и намагниченность приобретают добавки, быстро осциллирующие с изменением  $H_0^{-1}$ . По сути, это было предсказанием нового эффекта, который вскоре независимо был обнаружен в висмуте и получил название эффекта де Гааза–ван Альфена (дГВА) [1]. В последующие годы эффект дГВА был обнаружен в других металлах. Оказалось, что величина периода осцилляций была различной в разных металлах, причем разница могла составлять несколько порядков. Во многих металлах имело место несколько периодов, а величина каждого зависела от ориентации монокристаллического образца относительно  $\mathbf{H}_0$ . Неудивительно, что эффект дГВА на протяжении довольно долгого времени никем не связывался напрямую с предсказанием Ландау. В дальнейшем Онсагер [4] (1952) получил квазиклассическое правило квантования площади  $S(\varepsilon, p_H)$ , ограниченной траекторией электрона с произвольным энергетическим спектром  $\varepsilon(\mathbf{p})$  в пространстве кинематических импульсов

$$S(\varepsilon, p_H) = \frac{2\pi|e|H_0}{\hbar c} \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (1.1)$$

и показал, что период осцилляций намагниченности определяется экстремальным значением  $S_{\text{ext}} = S_{\text{ext}}(\varepsilon_F, p_H^m)$  площади  $S(\varepsilon_F, p_H)$  (здесь  $p_H = (\mathbf{pH}_0)/H_0$  — проекция квазиимпульса на направление внешнего магнитного поля,  $p_H^m$  — значение  $p_H$ , при котором  $S(\varepsilon_F, p_H)$  достигает экстремума). Уравнение (1.1) определяет допустимые уровни энергии электрона. В 1955 году Лифшиц и Косевич [6] создали полную теорию намагниченности металлов (ЛК), применимую к любому металлу с произвольной формой ПФ. Согласно [6], термодинамический потенциал системы из  $N$  электронов проводимости, находящейся в однородном магнитном поле, с помощью правила квантования (1.1) и формулы суммирования Пуассона можно преобразовать к виду

$$\Omega = \Omega_0 + \bar{\Omega}(H_0) + \tilde{\Omega}(H_0). \quad (1.2)$$

Здесь  $\Omega_0 \sim \varepsilon_F N$  — термодинамический потенциал в отсутствие магнитного поля, а  $\bar{\Omega}(H_0) \sim VM_0 H_0$  и

$$\tilde{\Omega}(H_0) = \sum_{S_{\text{ext}}} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{l^{5/2}} \Omega_l \cos \left( l \frac{cS_{\text{ext}}}{|e|\hbar H_0} + \frac{\pi}{4} \text{sgn } S_{\text{ext}}'' \right) \quad (1.3)$$

— его плавно зависящая от магнитного поля и осциллирующая части,

$$\Omega_l = \frac{VM_0 H_0}{\pi^{3/2} \sqrt{|S_{\text{ext}}''|}} \left( \frac{\hbar\omega_H}{\varepsilon_F} \right)^{1/2} \frac{l\zeta}{\text{sh}(l\zeta)} \cos \left( \pi l \frac{m^*}{m} \right), \quad (1.4)$$

постоянные  $M_0 = \chi_0 H_0$  и  $\chi_0 = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{e^2}{m^* c^2} \frac{\sqrt{2m^* \varepsilon_F}}{\hbar}$

по порядку величины равны монотонной части намагниченности и абсолютному значению диаманитной восприимчивости Ландау соответственно,  $\omega_H = \frac{|e|H_0}{m^* c}$ ,  $m^* = \frac{1}{2\pi} \left. \frac{\partial S_{\text{ext}}}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_F}$  — циклотронная масса,

$$S_{\text{ext}}'' = \left. \frac{\partial^2 S_{\text{ext}}}{\partial p_H^2} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_F}, \quad \zeta = 2\pi^2 T / (\hbar\omega_H), \quad V \text{ — объем}$$

проводника,  $c$  — скорость света,  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона, суммирование проводится по всем экстремальным сечениям ПФ плоскостью  $p_H = \text{const}$ .

Хотя осциллирующая добавка к термодинамическому потенциалу  $\tilde{\Omega}$  мала по сравнению с его монотонной частью  $\bar{\Omega}$ , при достаточно низких температурах  $\zeta \leq 1$  она дает основной вклад в намагниченность

$$M = -\frac{1}{V} \frac{\partial \Omega}{\partial H}. \quad (1.5)$$

Нетрудно видеть, что отношение осциллирующей  $\tilde{M}$  и монотонной  $\bar{M} \approx M_0$  частей намагниченности порядка  $(\varepsilon_F / \hbar\omega_H)^{1/2}$ . Еще больше соответствующее

отношение для дифференциальных магнитных восприимчивостей  $\tilde{\chi} / \bar{\chi} \approx (\varepsilon_F / \hbar\omega_H)^{3/2}$ .

Если температура не слишком низкая  $\zeta > 1$ , то в сумме (1.3) достаточно ограничиться лишь первым слагаемым, тогда из (1.3), (1.4), (1.5) следует

$$\tilde{M} \approx \frac{2M_0}{\pi^{3/2}} \sum_{S_{\text{ext}}} \left( \frac{\varepsilon_F}{\hbar\omega_H} \right)^{1/2} \left( \frac{S_{\text{ext}}}{m^* \varepsilon_F} \right) \frac{\zeta e^{-\zeta}}{\sqrt{|S_{\text{ext}}^n|}} \times \cos \left( \pi \frac{m^*}{m} \right) \sin \left( \frac{cS_{\text{ext}}}{|e|\hbar H_0} + \frac{\pi}{4} \text{sgn } S_{\text{ext}}^n \right). \quad (1.6)$$

Столкновения носителей заряда можно учесть добавлением в формулу (1.6) множителя  $\exp(-2\pi / (\omega_H \tau)) \equiv \exp(-2\pi^2 T_D / (\hbar\omega_H))$ , где  $\tau$  — эффективное время релаксации. Обоснование этому было дано Динглом [34]. Вследствие рассеяния электронов уровни Ландау уширяются, что приводит к уменьшению амплитуды осцилляций, такому же, какое было бы при увеличении температуры на величину  $T_D$ . Параметр  $T_D$  принято называть температурой Дингла.

Физическая причина эффекта де Гааза–ван Альфена и родственных ему эффектов — квантование движения электронов в магнитном поле. Плотность состояний на интервал энергий  $d\varepsilon$  равна

$$\nu(\varepsilon) = \sum_n \frac{|e|H_0}{(2\pi\hbar)^2 c} \left| \frac{dp_H}{d\varepsilon} \right| = \sum_n \frac{|e|H_0}{(2\pi\hbar)^2 c} \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \left( \frac{\partial S}{\partial p_H} \right)^{-1}, \quad (1.7)$$

где  $p_H = p_H(\varepsilon, n)$  определяется как решение уравнения (1.1). Для экстремальных значений площади  $S(\varepsilon, p_H)$  плотность состояний имеет особенность. Обращение в бесконечность плотности состояний при определенных значениях магнитного поля приводит к осцилляционной зависимости термодинамических величин от  $H_0^{-1}$ .

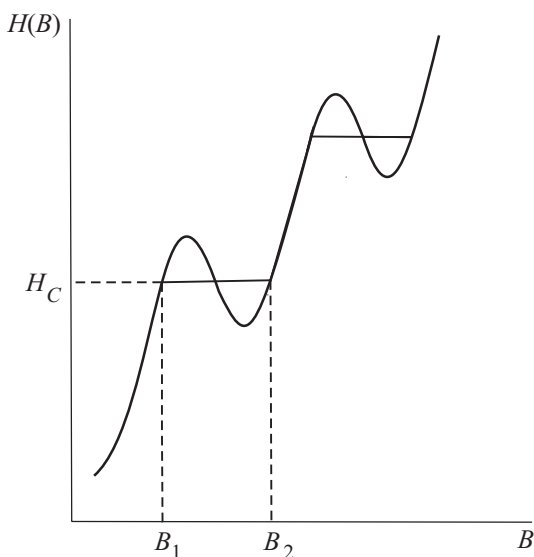


Рис. 1. Зависимость  $H(B)$  в случае, когда магнитная восприимчивость  $\chi = \partial M / \partial B > 1 / 4\pi$ .

В теории ЛК осциллирующая добавка к термодинамическому потенциалу вычислялась как функция внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}_0$ . Следует иметь в виду, что действующим на электроны является поле, усредненное по областям порядка ларморовского радиуса, т.е. магнитная индукция  $\mathbf{B}$ . Строго говоря, в формулах (1.1)–(1.5) вместо  $\mathbf{H}_0$  нужно записать  $\mathbf{B}$ . Пока магнитная восприимчивость  $\chi$  мала, разницу между  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}(\mathbf{B})$  можно не учитывать. Если амплитуда квантовых осцилляций магнитной восприимчивости достигает значений порядка  $1/4\pi$ , то зависимость  $H(B)$  может иметь вид, изображенный на рис. 1: при заданном значении поля  $H$  может существовать несколько значений индукции  $B$ .

Как известно, термодинамически устойчивыми являются лишь состояния, для которых  $\partial H / \partial B > 0$  (или  $4\pi\chi < 1$ ). Равновесная кривая  $H_{\text{eq}}(B)$  имеет ряд периодически повторяющихся плоских участков, соответствующих расслоению на магнитные фазы с различными значениями  $B$  (рис. 1). Значение  $H_c$ , которому соответствует такой плоский участок, определяется условием равенства термодинамических потенциалов двух фаз, которое можно записать в виде

$$\int_1^2 B dH = (B_2 - B_1) H_c - \int_1^2 H(B) dB = 0. \quad (1.8)$$

Следует отметить, что состояния с  $\partial H / \partial B > 0$  в области  $B_1 < B < B_2$  могут существовать как метастабильные.

Распределение магнитной индукции зависит от геометрии образца. Магнитное поле  $H_i$  внутри длинного цилиндра, помещенного в продольное внешнее поле  $H_0$ , совпадает с  $H_0$ . В таком образце при  $H_0 = H_c$  должно произойти скачкообразное изменение индукции от  $B_1$  до  $B_2$ . В тонкой пластинке в перпендикулярном к ней внешнем поле термодинамически выгодным является расслоение на чередующиеся домены с индукциями  $B_1$  и  $B_2$ . Фаза  $B_1 < H_c$  является диамагнитной, а фаза  $B_2 > H_c$  — парамагнитной. Период доменной структуры значительно превышает толщину доменной стенки.

## 2. Плотность тока, индуцированного магнитным полем

Электромагнитные поля в металле, представляющие собой средние значения микроскопических полей, действующих на электроны проводимости и создаваемых этими электронами, определяются из уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{B}^{\sim} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, & \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}^{\sim}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathbf{B}^{\sim} &= 0, & \text{div } \mathbf{J} &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{J} = \mathbf{j} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}$  — плотность полного тока, состоящего из тока проводимости  $\mathbf{j}$ , возникающего под действием электрического поля  $\mathbf{E}$ , и тока намагничённости  $\mathbf{j}^{(m)} = c \operatorname{rot} \mathbf{M}$ , индуцированного магнитным полем. Информация о физических свойствах среды содержится в материальных уравнениях, связывающих  $\mathbf{J}$  с электромагнитным полем.

Наиболее общим описанием динамики системы электронов проводимости с законом дисперсии  $\epsilon(\mathbf{p})$  является описание с помощью статистического оператора  $\hat{\mathcal{R}}$ , удовлетворяющего уравнению Лиувилля–Неймана

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\mathcal{R}}}{\partial t} = [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\mathcal{R}}]. \quad (2.2)$$

Полный гамильтониан системы удобно представить в виде суммы  $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{V}$  невозмущенного гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_0$  и оператора взаимодействия  $\hat{V}$  заряженных частиц с электромагнитным полем. Решение этого уравнения с начальным условием  $\hat{\mathcal{R}}(-\infty) = \hat{\mathcal{R}}_0$ , позволяет определить среднее значение плотности тока

$$\mathbf{J} = \operatorname{Sp}(\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathcal{R}}). \quad (2.3)$$

Здесь  $\hat{\mathcal{R}}_0$  — равновесный статистический оператор Гиббса,

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) = \frac{e}{2} \sum_n [\hat{v}(\hat{\mathbf{p}}_n) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \hat{v}(\hat{\mathbf{p}}_n)] + c \operatorname{rot} \sum_n \hat{\boldsymbol{\mu}}_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \quad (2.4)$$

— оператор плотности тока,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{A}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{A}_0(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{A}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  — векторные потенциалы постоянного однородного и переменного магнитных полей соответственно,  $\hat{v} = \partial \hat{\epsilon} / \partial \hat{\mathbf{p}}$  — оператор скорости,  $\hat{\mathbf{p}}_n = -i\hbar \partial / \partial \mathbf{r}_n - e\mathbf{A}(\mathbf{r}_n, t) / c$  — оператор кинематического импульса,  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_0$  — оператор магнитного момента электрона, суммирование проводится по всем электронам системы.

В линейном приближении по переменному электромагнитному полю гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$\hat{V}(t) = -\frac{1}{c} \int d^3 r \mathbf{A}^{\sim}(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{I}}(\mathbf{r}) + \int d^3 r' \Phi(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}(\mathbf{r}). \quad (2.5)$$

Оператор плотности тока невозмущенной системы  $\hat{\mathbf{I}}(\mathbf{r})$  определяется формулой (2.4), в которой нужно положить  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_0(\mathbf{r})$ ,  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  — скалярный потенциал электромагнитного поля,  $\hat{\rho}(\mathbf{r})$  — оператор плотности электрического заряда

$$\hat{\rho}(\mathbf{r}) = e \sum_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (2.6)$$

Линейная теория релаксации многочастичных систем была построена Кубо в работе [35]. В соответствии с [35], плотность тока с точностью до членов, линейных по  $\mathbf{A}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  и  $\Phi(\mathbf{r}, t)$ , можно записать следующим образом:

$$J_i(\mathbf{r}) = \operatorname{Sp}(\hat{J}_i \hat{\mathcal{R}}_0) + \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \int d^3 r' \left[ -\frac{1}{c} A_k^{\sim}(\mathbf{r}', t') \operatorname{Sp}\{\hat{\mathcal{R}}_0[\hat{I}_k(\mathbf{r}', t'), \hat{I}_i(\mathbf{r}, t)]\} + \Phi(\mathbf{r}, t) \operatorname{Sp}\{\hat{\mathcal{R}}_0[\hat{\rho}(\mathbf{r}', t'), \hat{I}_i(\mathbf{r}, t)]\} \right], \quad (2.7)$$

где  $\hat{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, t) = \exp(i\hat{\mathcal{H}}_0 t / \hbar) \hat{\mathbf{I}} \exp(-i\hat{\mathcal{H}}_0 t / \hbar)$  и  $\hat{\rho}(\mathbf{r}, t) = \exp(i\hat{\mathcal{H}}_0 t / \hbar) \hat{\rho} \exp(-i\hat{\mathcal{H}}_0 t / \hbar)$  — операторы в представлении взаимодействия. Формулу (2.7) можно преобразовать к виду [36]

$$\mathbf{J} = \mathbf{j} + \mathbf{j}^{(m)}, \quad (2.8)$$

$$j_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d^3 r' Q_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t') E_k(\mathbf{r}', t'), \quad (2.9)$$

$$j_i^{(m)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int d^3 r' Q_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', 0) [A_k^{\sim}(\mathbf{r}', t) - A_k^{\sim}(\mathbf{r}', t)]. \quad (2.10)$$

Ядро интегрального оператора в формулах (2.9), (2.10) в однородной среде зависит лишь от разности  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ :

$$Q_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t') = Q_{ik}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t-t') = \int_0^{1/T} d\zeta \operatorname{Sp}\{\hat{R}_0 \hat{I}_i(\mathbf{r}', t' - i\hbar\zeta) \hat{I}_k(\mathbf{r}, t)\}. \quad (2.11)$$

В случае, когда возмущение векторного потенциала не зависит от времени и отсутствия электрического поля, полная плотность тока системы равна  $\mathbf{j}^{(m)}$ . Формула (2.10) может интерпретироваться как плотность тока намагничённости. Для нестационарного поля, строго говоря, разделить плотность тока на ток проводимости и ток намагничённости нельзя, поскольку в (2.9) входят члены, пропорциональные вихревому электрическому полю, и, следовательно, пропорциональные  $\mathbf{B}^{\sim}$ .

Плотность тока, индуцированного квантуемым магнитным полем  $\mathbf{H}_0$ , определяется в основном ком-

понтной намагниченности  $M_{\parallel}$  вдоль внешнего поля  $\mathbf{H}_0$ , поскольку поперечные компоненты намагниченности много меньше  $M_{\parallel}$ . Если длина волны  $\lambda$  значительно больше радиуса  $r_0$  орбиты носителей заряда, а ее частота много меньше циклотронной частоты  $\omega_B$ , то интегральное выражение для плотности тока  $\mathbf{J}$  можно привести к локальному виду, т.е. представить в виде разложения по степеням  $\mathbf{V}^{\sim}$ ,  $\mathbf{E}$  и их производных по  $\mathbf{r}$  и  $t$ .

Перейдем в формуле (2.10) к новой переменной интегрирования  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ . Разложим функцию  $A_{\tilde{k}}(\mathbf{r}', t) = A_{\tilde{k}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, t)$  в ряд по степеням  $\mathbf{r}_1$ , предполагая, что внешнее магнитное поле направлено вдоль оси  $z$ , а возмущение векторного потенциала  $\mathbf{A}^{\sim}(\mathbf{r}, t) = (A_x^{\sim}(y, t), 0, 0)$  зависит только от  $y$  и  $t$ . Воспользовавшись свойством симметрии  $Q_{ik}(\mathbf{r}, 0) = Q_{ki}(-\mathbf{r}, 0)$ , получим линейную часть тока намагниченности

$$j_x^{(m)} = c\chi \frac{\partial B_z^{\sim}}{\partial y} + c\Lambda r_0^2 \frac{\partial^3 B_z^{\sim}}{\partial y^3}, \quad (2.12)$$

$$\chi(B_0) = \chi_{zz} = -\frac{1}{2c^2} \int d^3\mathbf{r} Q_{yy}(\mathbf{r}, 0) y^2,$$

$$\Lambda(B_0) = -\frac{1}{24c^2 r_0^2} \int d^3\mathbf{r} Q_{yy}(\mathbf{r}, 0) y^4. \quad (2.13)$$

В случае  $|1 - 4\pi\chi(B_0)| \ll 1$  нелинейную добавку к плотности тока намагниченности можно найти из следующих соображений. Плотность термодинамического потенциала  $\Theta(\mathbf{r})$  зависит от полной индукции. Поскольку переменное поле  $B_z^{\sim}$  мало по сравнению с однородной частью магнитной индукции,  $\Theta(\mathbf{r})$  может быть разложена в ряд по степеням  $B_z^{\sim}$ . При замене  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  аксиальный вектор  $\mathbf{V}^{\sim}$  меняет знак, а термодинамический потенциал остается неизменным. Поэтому разложение  $\Theta(\mathbf{r})$  будет содержать только четные степени  $B_z^{\sim}$ , а нелинейная добавка к намагниченности, представляющей собой вариационную производную термодинамического потенциала по магнитной индукции, будет пропорциональна третьей степени  $B_z^{\sim}$ . Слагаемыми, содержащими одновременно нелинейность и производные по  $y$  в асимптотическом разложении намагниченности, можно пренебречь, поскольку они пропорциональны степеням произведения двух малых параметров  $r_0/\lambda$  и  $B_z^{\sim}/B_0$ . В результате для плотности тока, индуцированного магнитным полем, получим следующее выражение:

$$j_x^{(m)} = c \frac{\partial M_z}{\partial y} = c\chi \frac{\partial B_z^{\sim}}{\partial y} + c\Lambda r_0^2 \frac{\partial^3 B_z^{\sim}}{\partial y^3} - c\Gamma \frac{\partial B_z^{\sim 3}}{\partial y}, \quad (2.14)$$

где  $\Gamma \approx d^2\chi/dB_0^2$ .

С помощью формулы (2.14) первое из уравнений Максвелла (2.1) для компоненты магнитной индукции  $B_z^{\sim}$  можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (1 - 4\pi\chi(B_0)) B_z^{\sim} + 4\pi\Gamma B_z^{\sim 3} - 4\pi\Lambda r_0^2 \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial y^2} \right] = \frac{4\pi}{c} j_x. \quad (2.15)$$

Линейные члены в правой части (2.15) могут оказаться такого же порядка величины, что и нелинейное слагаемое, пропорциональное  $B_z^{\sim 3}(y, t)$ . В результате электромагнитное поле в среде с индуцированным магнетизмом будет определяться нелинейными уравнениями [31].

Для широкого круга задач достаточно ограничиться одночастичным приближением. В этом случае матричные уравнения легко выражаются через матричные элементы одночастичного оператора плотности тока  $\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r})$  в невозмущенной системе. При этом в формулах (2.9), (2.10) ядро интегрального оператора принимает вид

$$Q_{ik}^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') = \sum_{\alpha, \alpha'} e^{-i\omega_{\alpha\alpha'}(t-t')} \frac{w_{\alpha} - w_{\alpha'}}{\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha'}} \langle \alpha | \hat{j}_i(\mathbf{r}) | \alpha' \rangle \langle \alpha' | \hat{j}_k(\mathbf{r}') | \alpha \rangle, \quad (2.16)$$

где  $\varepsilon_{\alpha}$  — энергия электрона проводимости в индивидуальном состоянии с квантовыми числами  $\alpha$ ,  $w_{\alpha} = \text{Sp}(\mathcal{R}_0 \hat{a}_{\alpha}^+ \hat{a}_{\alpha}) = [1 + \exp T^{-1}(\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_F)]^{-1}$  — равновесная функция распределения квазичастиц,  $\hat{a}_{\alpha}^+$  и  $\hat{a}_{\alpha}$  — обычные фермиевские операторы рождения и уничтожения,  $\omega_{\alpha\alpha'} = (\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha'})/\hbar$ .

Эффекты рассеяния электронов можно учесть путем добавления в формуле (2.16) в показатель экспоненты слагаемого  $-\tau^{-1}(t-t')$ , т.е. с помощью замены  $\omega_{\alpha\alpha'} \rightarrow \omega_{\alpha\alpha'} + i/\tau$ . Постоянная  $\tau$  имеет смысл времени релаксации в кинетическом уравнении для одночастичной матрицы плотности с интегралом столкновений в  $\tau$ -приближении.

### 3. Доменная структура в условиях эффекта де Гааза–ван Альфена

Расчет доменной стенки в случае  $\kappa^2 \equiv |1 - 4\pi\chi(B_0)| \ll 1$  был сделан Привороцким [16] с помощью варьирования неоднородной поправки к термодинамическому потенциалу. Приведем здесь другой способ нахождения магнитной индукции в области неустойчивости  $\chi = \partial M / \partial B > 1/4\pi$ , основанный на вычислении тока намагниченности. Магнитную индукцию в проводнике можно представить в виде  $\mathbf{B}(y) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{V}^{\sim}(y)$ , где неоднородная добавка  $\mathbf{V}^{\sim}(y)$  удовлетворяет уравнению магнитостатики

$$\text{rot } \mathbf{B}^{\sim} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}^{(\mathbf{m})}. \quad (3.1)$$

Для определения характера доменной структуры не столь важен учет анизотропии энергетического спектра носителей заряда, и ради краткости вычислений будем полагать закон дисперсии для электронов проводимости изотропным и квадратичным:  $\varepsilon(\mathbf{p}) = p^2/2m$ . Воспользуемся для плотности тока намагниченности одночастичным приближением (2.10), (2.16). В этих формулах  $\alpha = n, p_x, p_z, \sigma$  ( $n$  — номер уровня Ландау,  $\sigma = \pm 1$  — квантовое число, определяющее направление проекции спина электрона), а неоднородная добавка к векторному потенциалу  $A^{\sim}(y) = (A^{\sim}(y), 0, 0)$  не зависит от времени. Матрич-

$$j_x^{(\mathbf{m})} = -c \frac{\chi_0}{a_B^2 p_F} \sum_{n, n', \sigma} \int dp_z \frac{w_{np_z \sigma} - w_{n'p_z \sigma}}{n - n'} \int dk A^{\sim}(k) e^{iky} \left| \langle n | u e^{iqu} | n' \rangle \right|^2 - c \frac{\chi_0}{a_B^2 p_F} A^{\sim}(y) \sum_{n, \sigma} \int dp_z w_{np_z \sigma}, \quad (3.2)$$

где

$$a_B = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_B}}, \quad |n\rangle = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{2^n n!}} \exp(-u^2/2) H_n(u),$$

$\omega_B = |e|B_0/mc$ ,  $H_n(u)$  — полиномы Эрмита,  $u = (y - y_0)/a_B$ ,  $y_0 = |e|p_x/(cB_0)$ ,  $q = a_B k$ , матричный элемент

$$\langle n | e^{iqu} | n+p \rangle = \sqrt{\frac{n!}{(n+p)!}} i^p \left( \frac{q^2}{2} \right)^{p/2} e^{-q^2/4} L_n^p(q^2/2) \quad (3.3)$$

выражается через обобщенные полиномы Лаггера  $L_n^p(q^2/2)$ .

В случае слабой неоднородности, когда  $\kappa^2 \equiv |1 - 4\pi\chi(B_0)| \ll 1$ ,  $\kappa r_0 \ll 1$ , выражение (3.3) можно разложить по степеням  $q$ . После несложных вычислений получим для плотности тока намагниченности формулу (2.14), в которой коэффициенты  $\chi$  и  $\Lambda$  равны

$$\chi = -\chi_0 \sum_{n\sigma} \int d\zeta \frac{\partial}{\partial n_1} (n_1^2 w_{np_z \sigma}),$$

$$\Lambda = -\chi_0 \frac{\hbar\omega_B}{4\varepsilon_F} \sum_{n\sigma} \int d\zeta \frac{\partial}{\partial n_1} \left( n_1 \left( n_1^2 + \frac{1}{4} \right) w_{np_z \sigma} \right) \approx \frac{\chi}{4}, \quad (3.4)$$

$\zeta = p_z/p_F$ ,  $r_0 = v_F/\omega_B$ ,  $n_1 = n + 1/2$ ,  $p_F$  и  $v_F$  — импульс и скорость на ПФ.

Уравнение Максвелла (3.1) имеет решение

$$B^{\sim}(y) = b_0 \frac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}} \text{sn} \left( \frac{y}{\delta\sqrt{1+\beta^2}}, \beta \right), \quad (3.5)$$

ные элементы  $\langle \alpha | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | \alpha' \rangle$  вычисляются в базе собственных функций невозмущенного гамильтониана  $\hat{\varepsilon}(\hat{\mathbf{p}})$ . В дальнейшем мы не будем учитывать спиновый магнетизм, поскольку в условиях сильного проявления эффекта де Гааза–ван Альфена он значительно меньше орбитального. По этой причине пренебрежем в выражении для  $\hat{\mathbf{j}}$  слагаемым, обусловленным магнитным моментом электрона.

Представив неоднородную добавку к векторному потенциалу в виде интеграла Фурье,

$$A^{\sim}(y) = \int dk A^{\sim}(k) e^{iky},$$

получим для линейной части плотности тока намагниченности  $\mathbf{j}^{(\mathbf{m})} = (j^{(\mathbf{m})}, 0, 0)$  следующее выражение:

которое описывает доменную структуру с периодом  $Y = 4\delta\sqrt{1+\beta^2} K(\beta)$  и толщиной доменной стенки  $\delta = r_0/2\kappa$ . Здесь  $b_0 = (\kappa^2/2\pi\Gamma)^{1/2} \approx \kappa B_0 (\hbar\omega_B/\varepsilon_F)$ ,  $K(\beta)$  — полный эллиптический интеграл первого рода. Модуль  $\beta$  эллиптической функции Якоби  $\text{sn}$  определяет период  $Y$  и находится из условия минимума полного термодинамического потенциала с учетом поверхностной энергии на границах доменов. В практически наиболее важном случае, когда линейные размеры образца  $L$  значительно превышают ларморовский радиус электрона,  $Y \approx \sqrt{\kappa^2 r_0} L$  [37]. Без ограничения общности можно считать, что размеры доменов велики по сравнению с  $\delta$ ; характерный график  $B(y) = B_0 + B^{\sim}(y)$  изображен на рис. 2.

#### 4. Экспериментальные исследования диамагнитных доменов

1. К идее возникновения доменов Кондон пришел [12], анализируя результаты измерений намагниченности (эффект дГВА) в образцах бериллия. ПФ этого металла многолистна, и некоторые ее полости имеют весьма удлиненную форму, напоминающую сигару. Поэтому амплитуда эффекта дГВА в этом случае дос-

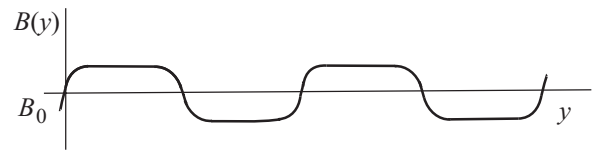


Рис. 2. Схематическое изображение графика индукции поперек доменной структуры.

таточно велика, чтобы реализовались условия, рассмотренные выше. Сравнивая результаты дГВА при низких температурах на образцах разной формы, можно было объяснить их, предположив возникновение доменов. Однако все попытки Кондона обнаружить домены в бериллии прямым путем при помощи магниторезистивного датчика оказались безрезультатными. Итак, следующее из теории возникновение доменов подтверждалось лишь косвенно.

Впервые прямое подтверждение возникновения доменов, но уже в серебре, было сделано в эксперименте по ядерному магнитному резонансу (ЯМР) два года спустя [13]. Поглощение высокочастотного сигнала ( $\sim 20$  МГц) происходило в тонком поверхностном слое на глубине скин-слоя  $\sim 1$  мкм. В случае однородной намагниченности кристалла наблюдалась одна линия, соответствующая величине приложенного магнитного поля, при появлении доменов наблюдалось расщепление линии, и это происходило периодически.

Интересно отметить, что идентичные эксперименты на бериллии, где следовало ожидать, вообще говоря, еще большего эффекта, оказались, как ни странно, безрезультатными. Объяснение авторов, основанное главным образом на квадрупольном расщеплении ЯМР в бериллии (магнитный момент ядра бериллия —  $3/2$ , а у серебра —  $1/2$ ), до последнего времени оставалось безальтернативным.

Тем не менее существование диамагнитных доменов именно в бериллии проявляется не только в измерениях магнитного момента, но и в характерных только для бериллия зависимостях амплитуды осцилляций сопротивления или термоэдс от магнитного поля. Напомним, что в бериллии, как и в некоторых других металлах, происходит магнитный пробой, существенно усиливающий амплитуду упомянутых осцилляций. По причине своеобразия ПФ бериллия в нем имеет место гигантская амплитуда магнитопробойных осцилляций сопротивления и термоэдс, магнитная частота которых определяется центральным сечением сигары (электронная поверхность Ферми в 3-й зоне по Харрисону). В то же время в эффекте дГВА частота определяется нецентральным сечением той же сигары, которое на 3% больше центрального. В результате этого в эффекте дГВА имеют место биения, и амплитуда осцилляций периодически изменяется в три раза. В итоге периодически образующиеся в образце при низкой температуре участки неустойчивости  $\Delta B = B_2 - B_1$  с частотой дГВА, внутри которых все промежуточные значения индукции не реализуются. Они совпадают то с минимумами, то с максимумами магнитопробойных осцилляций сопротивления или термоэдс, которые, соответственно, тоже не реализуются. Поэтому вместо монотонного увеличения с магнитным полем амплитуды магнитопробойных осцилляций наблюдалось попеременное с периодом биений «вырезание» соответ-

ственно то минимумов, то максимумов этих осцилляций. Появление такой своеобразной огибающей в магнитопробойных осцилляциях при понижении температуры свидетельствовало в пользу возникновения в бериллии диамагнитных доменов [38].

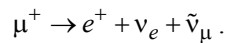
На протяжении многих лет (с 1968 по 1996 г.) так и не было еще хотя бы одного эксперимента, где было бы установлено образование доменов Кондона. В качестве исключения, скорее подтверждающего правило, можно привести работу Божко и Вольского [14], где наблюдалось аномальное поведение геликонов в алюминии при низкой температуре  $T < 1$  К, которое авторы объяснили как результат возникновения диамагнитных доменов. Было еще несколько малопонятных результатов, которые авторы также связывали с возникновением доменов Кондона [39,40]. Поэтому неудивительно, что существование диамагнитных доменов представлялось как весьма редкое, можно сказать, экзотическое явление, хотя интерес к нему не ослабевал, и появилось довольно большое количество теоретических работ [18–20,41,42].

2. Дальнейшие успехи в изучении диамагнитных доменов связаны с использованием мюонов. Этот метод исследования, или метод  $\mu$ SR (muon spin rotation) [43], развился фактически на «стыке» двух областей физики – ядерной физики и физики конденсированного состояния. В определенном смысле он является аналогом метода ЯМР. И в том, и в другом случае величина индукции измеряется по частоте прецессии спина в магнитном поле. Однако следует отметить очень важные отличия. Во-первых, если для некоторых металлов ядерный спин отличен от  $1/2$ , то это создает проблемы для измерения ЯМР. Так, в бериллии имеет место квадрупольное расщепление, в олове у большинства изотопов ядерный момент вообще отсутствует. В случае  $\mu$ SR для всех металлов используется одно и то же «ядро», то есть мюон со спином  $1/2$  и гиромангнитным отношением  $\gamma_\mu = 2\pi \cdot 13,554$  кГц/Гс. При этом частота прецессии измеряется напрямую, нет необходимости в высокочастотном электромагнитном поле, которое проникает в металл только на малую глубину скин-слоя, где только и происходит измерение индукции. Мюоны проникают достаточно далеко от поверхности образца. Поэтому в  $\mu$ SR можно судить об объемных свойствах образца. И это второе и весьма существенное преимущество  $\mu$ SR над ЯМР, которое, как выяснилось позднее, оказалось решающим именно в случае бериллия.

Уже в 1979 году Ю. Белоусов и В. Смилга предложили использовать  $\mu$ SR для наблюдения доменов Кондона [21]. Однако довольно долгое время их работа, увы, оставалась незамеченной. Только в 1995 г. эксперименты на бериллии увенчались успехом, и образование доменов Кондона, так же как и в методе ЯМР, наблюдалось как расщепление пика  $\mu$ SR.



Схема прямого измерения частоты прецессии спина мюона и, соответственно, локального поля в методе  $\mu$ SR состоит в следующем. Мюон, пройдя коллиматор, попадает в образец, расположенный в однородном магнитном поле. Спин каждого мюона ориентирован перпендикулярно магнитному полю. Глубина, на которую проникает мюон, определяется величиной импульса (в данных экспериментах  $\sim 28$  МэВ/с) и плотностью вещества, и всегда была меньше толщины образца. После «остановки» мюон диффундирует в области, размер которой на порядки меньше возможной величины домена. Спин мюона в это время прецессирует в соответствии с величиной локального поля вплоть до момента распада по формуле



Здесь  $e^+$  — позитрон, который в результате асимметрии распада вылетает преимущественно в направлении спина мюона в момент распада и фиксируется соответствующим счетчиком – детектором позитронов. Это дает время прецессии и конечное направление спина мюона. Эксперимент устроен таким образом, что измеряется только то событие, когда в образце все время находится только один единственный мюон. Если за время до распада этого мюона в образец влетит еще один мюон, то такое событие отбрасывается. В другой модификации эксперимента (MORE) пучок перекрывается, как только сцинтиллятор зафиксирует, что образец «занят». Такой способ более выгоден, так как быстрее набирается необходимое количество событий (статистика) и меньше шум.

Таким образом, в результате фиксирования огромного числа позитронов ( $\sim 10^6 - 10^7$ ) в детекторе проявится осциллирующая зависимость  $N(t)$ , соответствующая прецессии спина мюона в данном поле, если это поле достаточно однородно во всей рабочей части образца. Если образуются две фазы с различными значениями индукции и  $\Delta B$  достаточно велико, то появляются две частоты и биения. Другими словами, так же как и в методе ЯМР, в однородно намагниченном образце должен наблюдаться один узкий пик, а в случае доменов он должен расщепиться на два. Обычно использовалось два детектора слева и справа, так что между ними был сдвиг по фазе, равный  $\pi$ . В данной постановке эксперимента зависящая от времени поляризация мюона  $P(t)$  перпендикулярна  $\mathbf{B}$  и осциллирует с частотой  $\omega = \gamma_\mu B$ . В результате для однородной намагниченности

$$P_i(t, H) = \exp(-\lambda t) \cos(\gamma_\mu B t + \varphi_i); \quad i = 1, 2, \quad (4.1)$$

где фазы в детекторах 1 и 2 составляют соответственно 0 и  $\pi$ . Здесь  $B = B(H)$ , что учитывает намагниченность образца. При этом амплитуда поляризации затухает (распадная экспонента, обусловленная конечным

временем жизни мюона, всегда учитывается автоматически), и декремент затухания  $\lambda$  есть результат наложения многих факторов, обуславливающих неоднородность магнитного поля, которое «видит» тот или другой мюон. Величина  $\lambda$ , обусловленная случайным направлением ядерных спинов и диффузией мюона, заметно отличается в разных металлах.

Как правило, величина  $\lambda$  в наших экспериментах, не связанная с образованием доменов, была в пределах от 3 до  $30 \cdot 10^4$  с $^{-1}$ , что дало возможность обнаружить возникновение диаманитных доменов во всех экспериментах. Неоднородность внешнего магнитного поля оказалась несущественной. Во-первых, она мала сама по себе и была всегда на порядок меньше периода дГВА. Во-вторых, переход в доменное состояние — это переход в состояние с меньшей энергией. Поэтому во всем диапазоне магнитного поля, когда есть домены, в образце нет ничего, кроме диа- и парамагнитной фаз со значениями индукции в них  $B_1$  и  $B_2$ . Итак, для идеальной доменной структуры, идеальной в том смысле, что объем доменных стенок пренебрежимо мал, поляризация будет иметь вид

$$P(t) = \sum_{j=1,2} a^{(j)}(H) \exp(-\lambda t) \cos(\gamma_\mu B_j t + \varphi). \quad (4.2)$$

Здесь фазы  $\varphi$  равны нулю и  $\pi$  соответственно для 1-го и 2-го детекторов. В отличие от предыдущей формулы частоты  $\gamma_\mu B_1$  и  $\gamma_\mu B_2$  соответствуют диа- и парамагнитным фазам и уже не изменяются во всем диапазоне существования доменов. Поскольку можно уверенно считать, что позиции попавших в образец мюонов распределены совершенно случайным образом, то амплитуды  $a^{(1)}(H)$  и  $a^{(2)}(H)$  в точности соответствуют объемам соответственно диа- и парамагнитной фаз.

На самом деле в реальном образце есть достаточно причин, чтобы ожидаемые пики перекрывались настолько, что их разрешение в данном методе принципиально невозможно. Тогда образование двух близких частот, т.е. двух близко расположенных пиков вместо одного, фактически проявляется как уширение пика и, соответственно, как увеличение  $\lambda$ . В таком эксперименте при фитировании по формуле (4.1) результатом является осциллирующая в магнитном поле функция  $\lambda = \lambda(H)$  и период этих осцилляций заранее хорошо известен для данного кристалла с данной ориентацией.

Итак, появление осцилляций затухания  $\lambda = \lambda(H)$  с «правильным» периодом однозначно указывает на присутствие в образце диаманитных доменов. Более того, максимальное значение  $\lambda$  дает возможность приблизительно оценить величину расщепления  $\Delta B = 2\lambda / \gamma_\mu$ , которое определялось по формуле  $\Delta \nu \approx \lambda / \pi$ . Именно так были обнаружены домены Кондона во всех исследованных нами монокристаллах бериллия, олова, свинца, индия и алюминия. И только в двух из них, а именно, в бериллии и олове, удалось измерить расщепление пря-

мым спектроскопическим способом, т.е. расщепление пика обнаруживалось фитированием по формуле (4.2).

Измерения прецессии мюонов производилось на спектрометре LTF (*low temperature facility*) в институте Пауля Шеррера, Швейцария. Образец находился в вакууме и крепился к держателю, соединенному с криостатом растворения. В результате в эксперименте можно было создавать и поддерживать постоянную температуру в широком диапазоне от 4,2 К до 20–30 мК.

3. На бериллии впервые были получены результаты по прямому обнаружению возникновения доменов при помощи мюонов [22]. Образец представлял собой пластинку с размерами  $9 \times 10 \times 1,8$  мм. Размагничивающий фактор этого образца было принято считать, как обычно, для как бы вписанного в образец эллипсоида с осями, равными 9, 10 и 1,8 мм, и был равен  $n \sim 0,77$ . Отношение сопротивлений составляло  $R_{300}/R_{4,2} \approx 300$  и температура Дингла  $T_D = 2,2$  К. Диапазон магнитного поля был выбран чуть больше двух периодов дГВА в области пучности осцилляций. Периодическое образование доменов проявилось в осцилляциях  $\lambda$  (см. рис. 3).

Строго говоря, формула (4.1) в такой ситуации не везде соответствует действительности. На самом деле в областях максимума  $\lambda$  образуется дублет, и следует пользоваться формулой (4.2). Итак, образование доменов влечет за собой появление двух пиков, которые либо хорошо разрешены — это дублет, либо они настолько близки, что дублет не разрешается и наблюдаются только осцилляции  $\lambda$ . В полученных  $\mu$ SR-спектрах, измеренных в пучностях дГВА осцилляций при температурах  $T < 0,5$  К, отчетливо расщепленный дублет наблюдается вплоть до магнитных полей  $H = 1,5$  Тл. Однако в узлах биений, где амплитуда дГВА

осцилляций в три раза меньше, наблюдается лишь периодическое увеличение  $\lambda$ , что также означает образование доменов. При уменьшении магнитного поля ниже 1 Тл уже ничто в  $\mu$ SR-спектрах не свидетельствует о присутствии доменов.

Образование двух фаз с различной величиной индукции  $B_1$  и  $B_2$  и с соответственно разными частотами прецессии получается фитированием гистограмм в соответствии с формулой (4.2). Преобразование фурье-функции деполаризации (4.2) в непосредственной близости максимума  $\lambda$  на графике рис. 3 при  $H = 20634$  Гс показало наличие дублета на всех спектрах с  $B_1 = 20607$  Гс и  $B_2 = 20643$  Гс. На рис. 4 представлены фурье-спектры для трех гистограмм в магнитных полях  $H$  равных 20634, 20632 и 20628 Гс. По мере убывания магнитного поля правый (парамагнитный) пик понижается, а левый (диамагнитный) пик растет, что соответствует изменению объемов фаз.

Результаты, полученные при уменьшении магнитного поля, при сравнении с аналогичными измерениями при возрастании магнитного поля, в принципе, дают возможность найти гистерезис. Однако полученные результаты показали, что необратимость в данном случае если и есть, то крайне мала — не больше 2 Гс, что не намного превышает разрешающую способность метода.

Измерения в широкой области магнитных полей и при разных температурах позволили приблизительно наметить положение ряда точек на границе фазовой диаграммы, хотя точные измерения расщепления  $\Delta B$  при  $\Delta B \rightarrow 0$  в данном методе затруднительны. Кроме того, найдено значительное превышение амплитуды дГВА по сравнению с таковой, предсказываемой формулой ЛК.

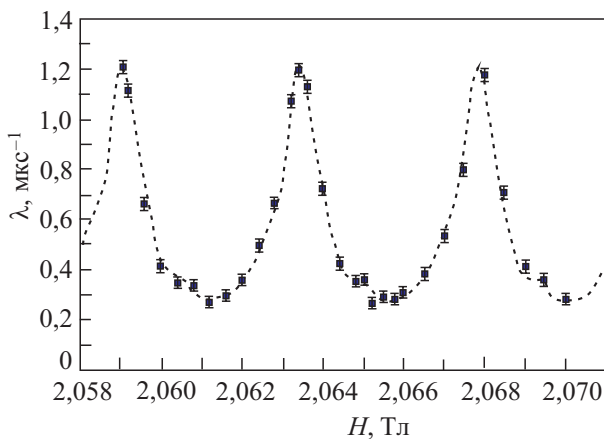


Рис. 3. Величина  $\lambda$ , полученная из экспериментальных гистограмм по формуле (4.1), от приложенного магнитного поля  $H$  при температуре  $T = 0,5$  К. Резкое увеличение  $\lambda$  с периодом 44 Гс однозначно интерпретируется как «уширение»  $\mu$ SR-пика  $\Delta v$  в соответствии с формулой (4.1), то есть  $\pi \Delta v = \lambda$  или возможным расщеплением пика  $\gamma_{\mu} \Delta B = 2\lambda$  [23].

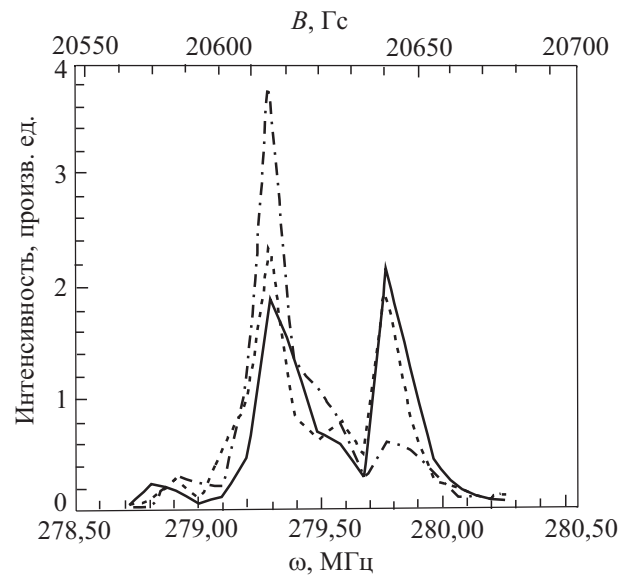


Рис. 4. Расщепление  $\mu$ SR-спектров в пучности дГВА около  $H = 20634$  Гс при  $T = 0,5$  К.  $H = 20634$  Гс (сплошная линия),  $H = 20632$  Гс (штрих-пунктир),  $H = 20628$  Гс (пунктир) [23].

4. И в серебре, и в бериллии диаманитные домены образуются при условиях, когда амплитуда дГВА порядка величины периода осцилляций, и образование доменов Кондона происходит в приближении одной гармоники. При этом расщепление  $\Delta B$  и область расслоения на домены оказывается порядка величины полупериода [13,23]. Однако у многих металлов амплитуда дГВА гораздо меньше периода осцилляций даже на самых лучших образцах и при любых температурах. В олове и ряде других металлов [46,47] были проведены измерения, подобные описанным выше, с целью проверить высказанную гипотезу. Измерения проводились при температурах ниже 0,1 К и на монокристаллах исключительно высокого качества (образцы предоставлены В.Ф. Гантмахером и В.С. Эдельманом). Во всех образцах удалось установить образование диаманитных доменов. Этот вывод основывался как на осцилляциях  $\lambda(H)$ , наблюдавшихся в широком диапазоне магнитного поля с известным значением периода на всех образцах, так и на прямом наблюдении дублета, но только в олове, когда в поле  $H = 2,6$  Тл расщепление  $\Delta B$  превысило 8 Гс. Это приведено на рис. 5.

Во всех остальных случаях, в том числе на олове в поле 1 Тл (на другом сечении ПФ), где расщепление  $\Delta B$  оказалось всего 2,5 Гс, что следовало из величины  $\lambda_{\max} \sim 0,1 \text{ мкс}^{-1}$ , а также на других металлах, расщепление было заметно меньше 8 Гс (в свинце — 5 Гс, в алюминии — 4 Гс) и дублет не наблюдался. При этом везде, как и предполагалось выше, расщепление  $\Delta B$  было гораздо меньше величины полупериода, что исключало появление доменов в рамках одногармонического приближения, когда  $\Delta B$  при пересечении фазо-

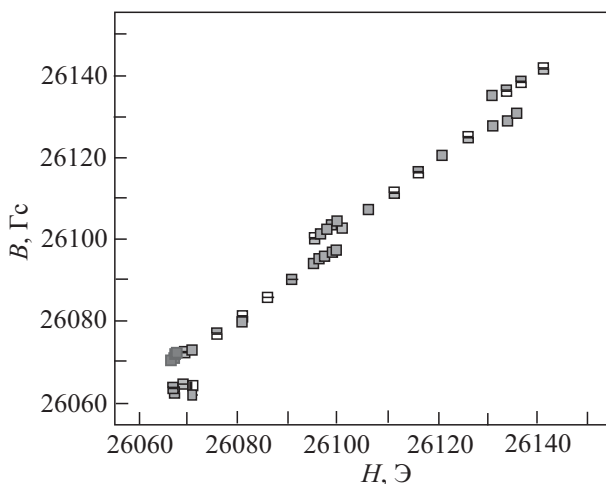


Рис. 5. Индукция  $B$  от приложенного поля  $H$ . Периодически возникают домены Кондона с расщеплением  $\Delta B \sim 8$  Гс. Характерно, что в доменной части вместо обычных горизонтальных плато, как это имеет место в серебре и бериллии [13, 23], в олове наблюдаются наклонные «плато». При этом и расщепление  $\Delta B$ , и область расслоения гораздо меньше полупериода.

вой границы очень быстро становится порядка половины периода или больше.

На всех образцах измерена зависимость  $\lambda_{\max}(T)$ . Во всех случаях установлено быстрое уменьшение этой величины и исчезновение осцилляций при увеличении температуры больше 0,5 К, что свидетельствует об исчезновении доменов.

Использование техники  $\mu\text{SR}$  для изучения диаманитных доменов оказалось чрезвычайно плодотворным. На основании этих измерений во всех металлах было установлено возникновение диаманитных доменов. Следует признать, что это явление присуще всем без исключения металлам. Надо лишь создать необходимые диапазоны магнитных полей и температур, где в кристалле достаточно высокого качества должны возникнуть домены Кондона.

Однако метод  $\mu\text{SR}$  не дает возможности что-либо сказать о структуре доменов. Чтобы представить себе возможную и весьма вероятную структуру диаманитных доменов, уместно сравнить это явление с промежуточным состоянием сверхпроводника I рода. Действительно, с точки зрения расслоения на две фазы, то ли на домены Кондона, то ли на сверхпроводящую и нормальную фазы в случае промежуточного состояния, эти ситуации сходны, несмотря на принципиальное различие в природе этих явлений. В обоих случаях причиной является геометрия образца. В самом деле, и в том, и в другом случае пластинка, нормальная к полю, не может скачком перейти из одного состояния в другое, как это происходит для длинных образцов с почти нулевым размагничивающим фактором, то есть из  $B_1$  в  $B_2$  или из  $B = 0$  в  $B = H_c$ . Минимум энергии соответствует расслоению пластинки на две эти фазы. Количественные оценки показывают, что во многих случаях периоды структуры могут быть близки в образцах одинаковой толщины. Для изучения промежуточного состояния использовались различные экспериментальные методы, в том числе особенно успешно — магнитооптика [48]. Однако магнитный контраст между фазами в случае сверхпроводника — 100%, а в доменах Кондона этот контраст  $\Delta B/B \sim \hbar\omega_B / \epsilon_F$ , т.е. даже в наиболее благоприятной (из известных) ситуации не больше 0,1%. Кроме того, величина магнитного поля здесь на два порядка больше.

5. Оказалось возможным исследовать доменную структуру при помощи миниатюрных датчиков Холла. Еще Кондон пытался осуществить эту идею при помощи магниторезистивного датчика, перемещаемого вдоль поверхности бериллия в постоянном магнитном поле. Нами ранее, также на бериллии, была предпринята аналогичная попытка, которая позднее была усовершенствована за счет использования «точечного» ( $\sim 40 \times 40$  мкм) датчика Холла. Это имеет принципиальное преимущество: гораздо больше чувствительность к магнитному полю, и сопротивление датчика

гораздо меньше резистивного, что приводит к существенно меньшему уровню шума. Однако, несмотря на уровень шума  $\sim 1$  Гс и диапазон полей до 6 Тл, где следовало ожидать величину  $\Delta B$  порядка 100 Гс, результата не было. На основании этого пришлось заключить, что размер доменов заметно меньше ожидаемого, и следует переходить к использованию датчиков Холла, основанных на применении пленочных технологий.

В дальнейших экспериментах использовались миниатюрные датчики Холла, приготовленные в институте имени Макса Планка методом молекулярного эпитаксиального роста с последующей оптической литографией. На рис. 6 в увеличенном масштабе показана схема эксперимента. Данная геометрия должна быть более или менее успешной для величин периода доменной структуры  $Y$  от 10 до 100 мкм. В диамагнитной фазе каждого осцилляционного периода образец однородно намагничен, и все датчики показывают одно и то же. При возникновении доменов неоднородное распределение индукции будет обнаружено, по крайней мере, в одной из систем датчиков. Измерялись продолговатые по форме образцы. В этом случае естественно ожидать расположения полосок (ламин) преимущественно поперек образца.

Образцы бериллия и серебра для измерений представляли собой продолговатые пластинки, так что их размагничивающий фактор был  $\sim 0,5$ . Образец располагался над датчиками Холла так, чтобы продольная система датчиков была вдоль его самой длинной стороны. Образец бериллия был вырезан электроискровым способом от того же монокристалла, что и пластинка для  $\mu$ SR измерений и имел размеры  $4,5 \times 1 \times 0,8$  мм. Гексагональная ось кристалла была нормальна к большой стороне. Отношение сопротивлений  $R_{300\text{ К}} / R_{4,2\text{ К}} \approx 300$ . Измеренная по осцилляци-

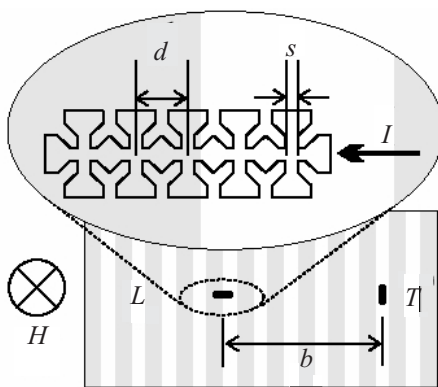


Рис. 6. Расположение датчиков на образце. Серыми полосами показана условная ламинарная доменная структура. Продольная ( $L$ ) и поперечная ( $T$ ) системы датчиков. Размеры:  $b = 1$  мм, расстояние между соседними датчиками  $d = 40$  мкм, размер рабочей зоны  $s = 10$  мкм.

ям дГВА температура Дингла  $T_D = 2$  К. Образец серебра был приготовлен В. Гаспаровым и имел размеры  $2 \times 1,6 \times 1,0$  мм. Ось  $[100]$  была нормальна к большой стороне. Отношение  $R_{300\text{ К}} / R_{4,2\text{ К}} \approx 16000$  было измерено бесконтактным методом Зернова–Шарвина [49]. Высоким качеством кристалла была обусловлена крайне низкая температура Дингла. С учетом всех погрешностей измерения амплитуды дГВА она была в пределах  $0,1-0,2$  К. Для достижения идеально плоской и достаточно зеркальной поверхности образцов применялась полировка при помощи алмазной пасты с применением специальных кругов из материала типа фетра. Как известно, после такой процедуры в кристалле остаются дефекты на глубине на порядок больше размера зерна. Поэтому использовался набор алмазных паст, и последняя была с зерном  $0,1$  мкм.

Образец фиксировался относительно датчиков Холла при помощи приклеенных к нему узких полосок папиросной бумаги и прижимался к подложке с датчиками ватным тампоном и легкой пружинкой из бериллиевой бронзы. Измерения производились в сверхпроводящем магните с полем до 10 Тл. Неоднородность поля в центре соленоида в сфере диаметром 1 см была не более  $10^{-5}$ . Стабильность источника тока позволяла поддерживать постоянное магнитное поле с точностью  $\sim 10^{-6}$ . Вставка с образцами помещалась в отдельном криостате, хвост которого вставлялся в теплую дыру большого криостата. В оставленном зазоре между криостатами располагался водоохлаждаемый медный соленоид, позволявший медленно изменять основное поле в диапазоне  $H_v = \pm 15$  мТл в пределах одного периода за несколько часов. Температуру во внутреннем криостате можно было понижать до  $1,3$  К. Через датчики пропускался постоянный ток  $100$  мкА, а их показания регистрировались одновременно на пяти вольтметрах (Keithley). Корректная калибровка датчиков производилась, когда образец имел однородную намагниченность, и все датчики показывали одно и то же значение. Разрешающая способность зависела от времени измерения и была лучше  $1$  Гс.

При низких температурах впервые на серебре появилось периодическое расщепление показаний датчиков Холла в обеих системах датчиков [30]. Период наблюдаемых осцилляций в точности соответствовал максимальному сечению поверхности Ферми серебра («belly»), магнитная частота которого совпала с хорошо известной для серебра величиной  $47379$  Тл. Максимальная величина расщепления  $\Delta B$ , соответствующая разности индукций в доменах, оказалась  $\sim 10$  Гс, что несколько меньше полученной Кондоном [13] величины  $12$  Гс. Эта величина измерялась в широком диапазоне полей и температур, результаты сравнивались с известными расчетами фазовой диаграммы по формуле ЛК, установлено прекрасное согласие с расчетом.

При изменении магнитного поля в диапазоне доменного состояния объемы диа- и парамагнитных фаз изменяются, и доменные границы перемещаются. Из последовательности переходов из одной фазы в другую соседних датчиков можно получить информацию о топологии и размерах доменной структуры. Сравнение последовательности переходов в  $L$ - и  $T$ -системах датчиков показывает заметную разницу.

На рис. 7 приведен один из переходов в  $T$ -системе датчиков. Хорошо видно, что сначала переходят крайние датчики 1-й и 5-й и последним переходит центральный 3-й. То же самое в обратном порядке происходит при обратном направлении развертки поля. Отсюда естественно заключить, что доменная граница здесь расположена, скорее, поперек образца и слегка изогнута. Сравнение многих  $T$ -переходов показывает, что порядок переходов весьма хаотичен.

Совершенно другая картина имеет место для  $L$ -датчиков, расположенных вдоль образца. Как и предполагалось, доменным границам выгоднее ориентироваться поперек образца, конечно, если этот размер не на порядок превышает величину периода. Именно такая картина и наблюдается в  $L$ -системе датчиков. Порядок переходов всегда 1–2–3–4–5 или обратный. При этом очередность переходов всякий раз, т.е. в каждом последующем периоде, меняется на противоположный. Это «странное» поведение получило название «эффекта маятника» (см. рис. 8, б). Несмотря на явную правильную очередность, структура доменов представлялась не вполне определенной. Поэтому для ее упорядочения была использована идея Ю.В. Шарвина, который при исследованиях промежуточного состояния в олове [49] наклонил оловянный диск на небольшой угол  $\sim 20^\circ$ , и хаотичная структура упорядочилась в регулярную ламинарную структуру, ориентированную вдоль наклона (см. рис. 8, а).

В нашей ситуации угол наклона равен  $13^\circ$ . Ожидает-

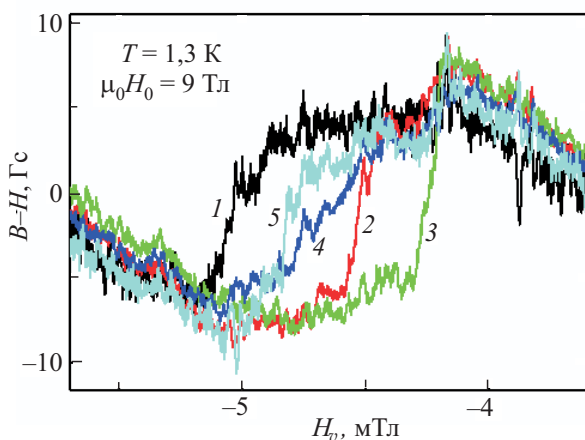


Рис. 7. Пример переходов пяти  $T$ -датчиков между диа- и парамагнитными фазами. Скорость развертки здесь  $0,5$  мТл/мин [30].

мый результат был достигнут, структура явно упорядочилась. Кроме того, в этом направлении магнитного поля остается только одно сечение поверхности Ферми («belly»), и нет биений в амплитуде. Порядок переходов стал строго постоянный во всем измеренном диапазоне полей (см. рис. 8, а). Область существования доменов в каждом периоде слегка сузилась, что объясняется уменьшением размагничивающего фактора наклонного образца.

Из анализа результатов стало возможным сделать ряд выводов.

(i) Никогда не наблюдается более одного перехода из одной фазы в другую во всей линейке датчиков Холла за один период дГВА, т.е. не наблюдается более одной границы между фазами. Это значит, что период  $Y$  доменной структуры никак не меньше длины этой линейки. Поэтому можно принять  $Y \geq 150$  мкм.

(ii) Переходы из одной фазы в другую в каждом датчике Холла происходят достаточно резко по сравнению с диапазоном существования состояния с доменами. Это означает, что толщина доменной стенки  $\delta$  гораздо меньше периода доменной структуры, то есть  $\delta \ll Y$ .

(iii) Из известного приближенного соотношения  $Y \propto \sqrt{\delta d}$  между периодом доменной структуры  $Y$ , толщиной образца  $d$  (здесь  $1$  мм) и толщиной доменной стенки  $\delta$  получим, что для периода доменной структуры  $Y \sim 150$  мкм толщина доменной стенки  $\delta$  никак не может быть меньше  $20$  мкм.

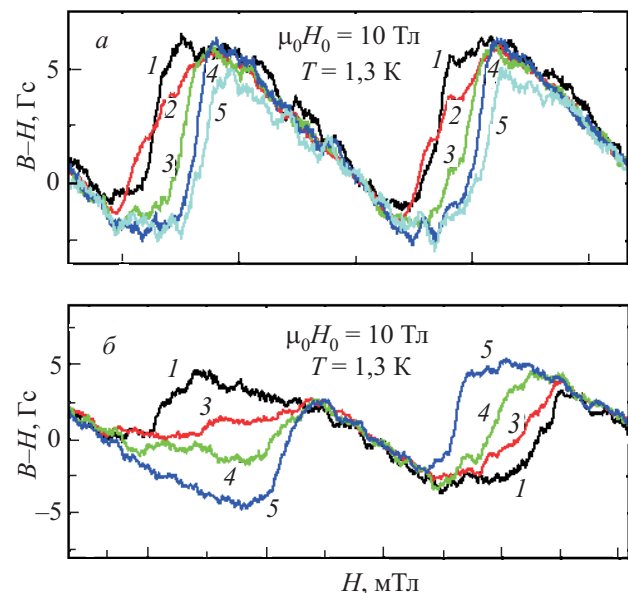


Рис. 8. Пример переходов  $L$ -датчиков в магнитном поле  $10$  Тл, период осцилляций около  $20$  Гс. (а) — наклоненный образец. Последовательность переходов неизменна. (б) — образец нормален магнитному полю. Очередность переходов в каждом периоде меняется на обратный (2-й датчик тут не записан).



(iii) С другой стороны, два соседних датчика в середине  $L$  линейки находятся на расстоянии 40 мкм, т.е. фактический зазор между ними около 30 мкм. Такие датчики очень часто при переходах из одной фазы в другую показывают промежуточные, но различные значения. Это значит, что толщину доменной стенки  $\delta = 20$  мкм можно принять за нижний предел этой величины. Итак, размеры доменной структуры в серебре при 10 Тл, а именно  $Y \geq 150$  мкм и  $\delta \geq 20$  мкм, оказались гораздо больше, чем ожидалось ( $Y \sim 30$  мкм,  $\delta \sim 1$  мкм).

В противоположность серебру, измерения на бериллии, где следовало ожидать  $\Delta B \sim 100$  Гс в поле 4,8 Тл и которые предшествовали измерениям на серебре, несмотря на длительное и настойчивое экспериментирование, не привели к какому-либо результату. При этом факт существования доменов подтверждался независимым образом. Поэтому вывод, который следует сделать из наших экспериментов, заключается в том, что домены Кондона существуют в бериллии только в глубине образца. По-видимому, именно этот факт и является основной причиной всех безрезультатных экспериментов на бериллии ранее, в том числе и методом ЯМР.

6. Обнаружено своеобразное поведение магнито-стрикции бериллия в присутствии диамагнитных доменов [50,51]. Бериллиевый монокристалл, который исследовался ранее, представлял собой пластину с размерами  $11 \times 9 \times 1,8$  мм. Для измерения магнито-стрикции  $\mathcal{E}$ , т.е. осцилляций размера образца  $\delta l = \mathcal{E}l$  вдоль его длинной стороны, использовался dilatометр, действующий по принципу измерения емкости плоского конденсатора. Подвижная обкладка была выполнена в виде подпружиненной пластины, в которую упирался образец. При помощи регулировочного винта можно было изменять начальное расстояние между обкладками измерительного конденсатора и, соответственно, стартовую емкость. Измерения проводились как в жидком гелии (нормальном или сверхтекучем), так и в его парах. При этом результаты значительно различались уровнем и характером шумов. При прохождении уровня жидкого гелия через конденсатор наблюдался сильный дрейф емкости. Наиболее благоприятная ситуация для измерений была в парах гелия при  $T = 1,5$  К, когда шум составлял  $\sim 0,5 \cdot 10^{-3}$  пФ, что соответствовало относительной деформации образца  $\mathcal{E} \equiv \delta l/l \sim 5 \cdot 10^{-9}$ .

Измерения магнито-стрикции были проведены в магнитных полях от 10 до 70 кЭ при гелиевых температурах, в том числе во всей области образования доменов. Зависимости магнито-стрикции при  $T = 4,2$  К, где нет доменов, почти идентичны осцилляциям магнитного момента с характерными для бериллия биениями. При  $T = 1,5$  К в области доменного состояния появились характерные «провалы» в амплитуде, которые полностью исчезли, когда под медные острия, между которыми

находился образец, были подложены медные же прокладки толщиной  $\sim 0,5$  мм. Такое поведение интерпретировалось как своеобразная локальная «сверхмягкость» при образовании двух фаз. Измеренная величина стрикции позволила определить деформацию решетки в соседних фазах. Поскольку поверхность Ферми бериллия хорошо известна, удалось связать величину деформации с изменением плотности электронов в доменной стенке. Полученный результат с хорошей точностью соответствует известной из эксперимента разности магнитной индукции в доменах.

Образование доменной структуры, состоящей из фаз различной плотности, позволяет понять обнаруженное явление «сверхмягкости». Под медным острием, слегка прижатым к образцу бериллия, периодически образуется «ямка», глубина которой формально соответствует стократному уменьшению жесткости материала. Эта ямка образуется только при образовании двухфазного состояния. В однородном состоянии ямка исчезает. Представляется естественным объяснить такое поведение как результат локальной перестройки доменной структуры под острием.

Итак, в доменной стенке деформация приводит к избыточной упругой энергии. Поскольку состояния слева и справа от границы, которые соответствуют минимуму энергии, заданы, то задана величина скачка в размере ячейки слева и справа. Поэтому избыточная упругая энергия будет тем меньше, чем на большую толщину границы этот скачок будет размазан. Поэтому в больших магнитных полях, когда ларморовский радиус уменьшается, толщина доменной стенки может намного превзойти этот радиус, что и было получено в измерениях в серебре. С другой стороны, разница в размере ячейки накапливается вдоль доменной границы, поэтому с этой точки зрения длинные границы невыгодны. В плоскости пластины это ограничение можно обойти за счет мозаичности ламинарной доменной структуры. Однако вдоль магнитного поля длина границы — это толщина образца, и тут ничего не поделаешь, остается только увеличение толщины границы или некое усложнение структуры. В связи со сказанным, возможно, анизотропный характер магнито-стрикции в бериллии является причиной того, что домены Кондона отсутствуют на его поверхности.

7. Образование двух фаз и доменных стенок неминуемо должно приводить к необратимому характеру намагничивания в эффekte дГвА, т.е. к гистерезису. Впервые гистерезис был обнаружен в бериллии [29] и затем в серебре. Ниже описывается первое экспериментальное обнаружение гистерезиса в эффekte дГвА в бериллии и его детальное исследование при помощи различных методов. Величина гистерезиса (коэрцитивная сила) оказалась очень мала, не больше 2 Гс, что на два порядка меньше величины периода дГвА при этом поле. (В серебре гистерезис оказался порядка

0,2 Гс при величине периода 20 Гс.) Индукция в образце измерялась посредством миниатюрного датчика Холла, расположенного вплотную к торцу образца. Разумеется, измеряемая у торца величина немного отличается от индукции в центре, однако ни для обнаружения эффекта, ни для измерения величины гистерезиса, т.е. коэрцитивной силы, это не имеет принципиального значения. Более существенным является тот факт, что в сверхпроводящем соленоиде имеется собственный гистерезис, поэтому внешнее магнитное поле измерялось другим датчиком Холла, расположенным на достаточно далеком расстоянии от образца.

Надо сказать, что приведенные здесь данные (см. рис. 9) получены при очень медленной развертке поля, чтобы отношение сигнала к уровню шума было около 10, и в самой «благоприятной» обстановке — т.е. самая низкая температура и область максимальной амплитуды дГвА. В других областях магнитного поля и температуры получение такого результата становится затруднительным, а при приближении к фазовой границе диаманитных доменов и вовсе невозможным. Другими словами, прямой метод оказывается недостаточно чувствительным, и его нельзя использовать для более детального исследования гистерезиса во всей области  $(H, T)$ .

Гораздо более чувствительным оказался стандартный метод измерения магнитной восприимчивости с использованием модуляции внешнего магнитного поля. Образец располагается как обычно в одной из двух скомпенсированных катушек (pickup coil), а сигнал раскомпенсации, пропорциональный при достаточно малой амплитуде модуляции среднему наклону  $M(H)$ , т.е. магнитной восприимчивости образца  $\chi(H) = \partial M / \partial H$ , измеряется фазочувствительным вольт-

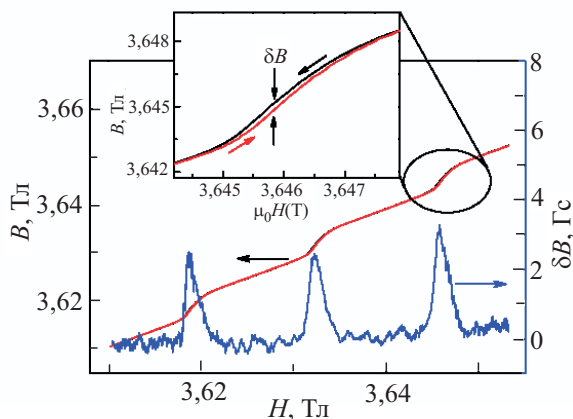


Рис. 9. Зависимости  $B(H)$  вверх и вниз при температуре 1,3 К в области пучности амплитуды дГвА, измеренные датчиком Холла (шкала слева). В парамагнитной части каждого периода наблюдается гистерезис, показанный крупнее на вставке. Разница показаний  $\delta B$  вверх и вниз по полю показана внизу (шкала справа) [29].

метром (lock-in). При дальнейшем уменьшении амплитуды модуляции амплитуда измеряемого сигнала соответственно падает, однако величина нормализованного сигнала, т.е. величина, отнесенная к амплитуде модуляции, далее уже не меняется. Именно так и происходит всегда при обратимой намагниченности. В случае возникновения гистерезиса все иначе, особенно, если амплитуда модуляции становится меньше величины гистерезиса, т.е. коэрцитивной силы. Отклик на модуляционный сигнал становится кардинально нелинейным.

Причина в том, что как только частная петля намагниченности оказывается внутри полной, т.е. внутри всего гистерезиса, возникают три существенных следствия. Во-первых, уменьшается средний наклон в малой петле, т.е. амплитуда первой гармоники уже не соответствует восприимчивости и нормализованный сигнал (т.е. отнесенный к амплитуде модуляции) резко падает. В результате в области доменов амплитуда «вырезается» (см. рис. 10,а).

Во-вторых, отклик сдвигается по фазе (запаздывает), т.е. появляется мнимая часть. В-третьих, форма сигнала отклика существенно меняется от синуса к меандру. В этом случае появляются нечетные гармоники и в первую очередь третья. Это происходит пороговым образом при возникновении гистерезиса после пересечения фазовой границы доменного состояния. Сказанное демонстрирует рис. 11.

Количественное изучение гистерезиса представляет большой интерес. Ясно, что гистерезис связан с характером движения доменных стенок и с величиной энергетического барьера при образовании новой фазы. Зависимость величины гистерезиса от магнитного поля и

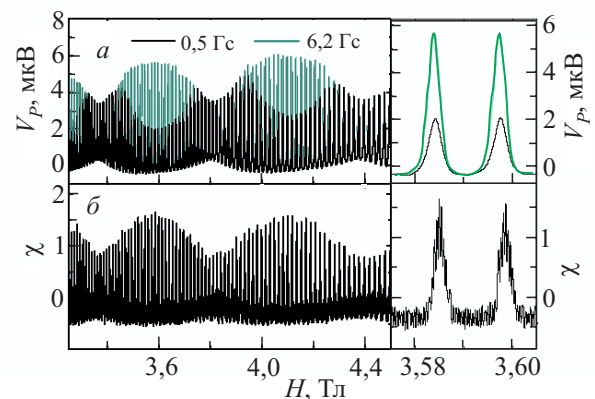


Рис. 10. Нормализованный сигнал  $V_p$  с катушек при разных уровнях модуляции — 6,2 Гс и 0,5 Гс (черный тон). Температура 1,3 К (а). Результат измерения восприимчивости, полученный из измерения магнитного момента без модуляции. Справа показаны эти же результаты в увеличенном масштабе в области магнитного поля, соответствующей пучности осцилляций (б).

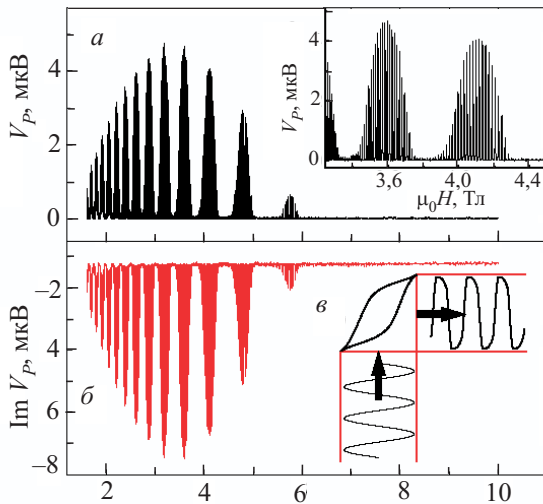


Рис. 11. Сигнал третьей гармоники  $V_p$  на вставке — тот же сигнал в увеличенном масштабе (а). Мнимая часть отклика (б).  $T = 1,3$  К, амплитуда модуляции 2,5 Гс. Вставка (в) демонстрирует схематически, как при возникновении гистерезиса сигнал отклика на синусоидальную модуляцию принимает форму меандра и сдвигается по фазе [29].

температуры может дать информацию об этом движении доменных стенок. Это может, в частности, пролить свет на вопрос об аномальном затухании геликонов в алюминии [14]. Кроме того, это поможет в построении более конкретной теории, поскольку до настоящего времени существует только идеализированная теория [52] без учета реальной деформации решетки. Так, можно полагать, что необходимая деформация в доменной стенке является причиной ее большой толщины. А это, в свою очередь, может быть причиной малого взаимодействия с точечными дефектами и, соответственно, малой величины гистерезиса. Несмотря на отсутствие строгой теории этого явления, мы имеем ряд существенных практических следствий.

(i) С появлением гистерезиса амплитуда первой гармоники резко падает, как только амплитуда модуляции становится порядка или меньше ширины гистерезиса. Это приводит к неправильному измерению магнитной восприимчивости (так удалось, наконец, впервые объяснить известный эффект Плуммера [53]), и к возможности измерить эту ширину, т.е. коэрцитивную силу.

(ii) С появлением гистерезиса сигнал становится исключительно нелинейным с появлением в спектре сигнала отклика, сдвинутого на  $\pi/2$ , и резкого роста нечетных гармоник. Суммарный анализ нескольких вкладов в сигнал отклика дает возможность восстановить размер и форму гистерезиса.

(iii) Пороговый характер возникновения в отклике третьей гармоники и мнимой части и независимость возникновения в образце неустойчивости от его формы дают возможность с большой точностью определять

точку пересечения границы фазовой диаграммы состояния с диамагнитными доменами в данном металле с соответствующей данному образцу температурой Дингла.

8. Пороговый характер изменения отклика на внешнюю модуляцию поля при возникновении гистерезиса дает возможность использовать этот эффект для точного экспериментального нахождения фазовой границы доменного состояния. Ниже дано описание экспериментов по определению фазовой границы диамагнитных доменов в серебре и бериллии. Проблема заключалась в том, что уже полученные теоретические расчеты фазовой границы можно было сопоставлять только с отрывочными экспериментальными данными. Во всех случаях — и ЯМР, и  $\mu$ SR, и данные датчиков Холла, находясь внутри фазовой диаграммы, подтверждали существование доменов, но точное положение границы раздела фаз оставалось далеко в стороне от возможностей отмеченных методик, поскольку вблизи границы величина  $\Delta B$  стремится к нулю и становится недоступной для измерения. Тем не менее в серебре все полученные результаты находились в полном согласии с расчетами по формуле ЛК [28]. Напротив, данные  $\mu$ SR для бериллия противоречили имеющимся к тому времени расчетам. Это послужило основанием для корректировки фазовой диаграммы [54]. Измерения в серебре проводились на образце из той же серии, что и образец, использованный в измерениях с датчиками Холла. Фазовая диаграмма в серебре простирается в область сверхсильных магнитных полей, поэтому эксперименты проводились как в сверхпроводящих соленоидах, так и в резистивном соленоиде до 30 Тл. При этом данные в разных соленоидах перекрывались.

Появление гистерезиса влечет за собой несколько следствий, каждое из которых может быть, в принципе, использовано для определения точки пересечения фазовой границы. Имея в виду, что измерения в больших полях резистивного магнита из-за повышенных шумов и значительно меньшей однородности поля могут представить определенные затруднения, для сравнения были использованы все описанные выше следствия появления гистерезиса.

Каждый из этих эффектов измерялся по отдельности в одних и тех же условиях, т.е. каждый раз при  $T = 2,7$  К находилась величина критического поля, соответствующая пересечению границы. Были изучены четыре способа: падение амплитуды первой гармоники, появление мнимой части, появление третьей гармоники и появление фазы третьей гармоники. Затем результаты сравнивались. Отличия составили 4%. Наименее отчетливо переход фиксируется по мнимой части сигнала, которая в отличие от бериллия присутствует в серебре и в однородном состоянии, что обусловлено большой проводимостью серебра и, соответственно, наведенными токами в образце (eddy currents). Наиболее простым



и точным оказался метод измерения третьей гармоники. В отдельных эксперимента проверялась «устойчивость» полученной точки к изменению в широких пределах (в 4 раза) частоты и амплитуды модуляции. Это особенно успешно использовалось при измерениях в резистивном магните, где уровень шумов значительно выше, чем в сверхпроводящем соленоиде.

Из полученных результатов можно констатировать прекрасное согласие эксперимента в серебре с расчетом по теории ЛК с температурой Дингла, равной 0,2 К. И так, возникновение гистерезиса при переходе к двухфазному состоянию дает простой и надежный метод экспериментального определения фазовой диаграммы диаманитных доменов. При этом на металлах с большой проводимостью предпочтительным способом является измерение третьей гармоники. На металлах с большим сопротивлением (бериллий) можно ограничиться первой гармоникой, регистрируя появление мнимой части в отклике.

В бериллии фазовая диаграмма доменного состояния оказывается в магнитных полях меньше 7 Тл, поэтому все измерения производились в сверхпроводящем соленоиде [55]. Основные результаты были получены при измерении мнимой части первой гармоники отклика, амплитуда которой резко возрастает при пересечении фазовой границы. Как правило, измерения проводились, как и в серебре, изменяя магнитное поле при заданной температуре. В этом случае точка пересечения определялась с точностью до одного периода осцилляций. Однако вблизи «макушки» фазовой диаграммы для пучностей амплитуды ( $H \sim 4$  Тл,  $T \sim 3$  К) и таковой для узлов ( $H \sim 2,5$  Тл,  $T \sim 1,5$  К) пересечение фазовой границы производилось «вертикально», т.е., изменяя температуру при заданном магнитном поле точно в центре дГвА периода.

Эксперименты на удлиненном образце и на образце в форме пластинки (с такой же температурой Дингла) показали такой же результат. Полученная фазовая диаграмма (рис. 12) прекрасно согласуется с данными  $\mu$ SR, полученными ранее. Сравнение с теоретическим расчетом показывает хорошее согласие в области полей 2–3 Тл, но только для пучностей. Главное противоречие с теорией имеет место в больших магнитных полях. Домены исчезают значительно раньше, чем в расчете [54].

### 5. Нелинейные магнитогидродинамические волны в компенсированных металлах

Нелинейные эффекты при распространении электромагнитных волн в металлах обычно невелики. Созданию достаточно большого электрического поля препятствует высокая электропроводность, а нелинейность эффектов, обусловленная влиянием магнитного поля волны, подавлена внешним полем  $\mathbf{H}_0$ . Спектр этих волн определяется из системы уравнений Мак-

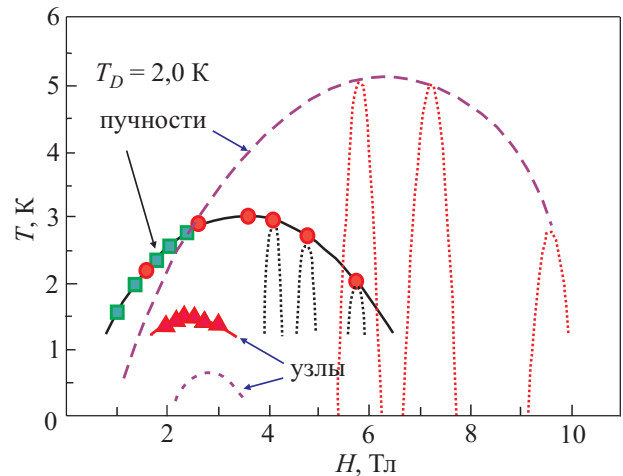


Рис. 12. Фазовая диаграмма на плоскости  $(H, T)$  для бериллия с  $T_D = 2,0$  К. Показана фазовая граница как огибающая для пучностей, так и для узлов. Кружки и треугольники получены при «вертикальном», квадратики — при «горизонтальном» пересечении границы. Штриховые линии — результат расчета [54], пунктирные максимумы изображают фактическую структуру фазовой диаграммы из-за биений [55].

свелла, линейризованных по слабым электрическому и магнитному полям волны [56,57]. Однако в квантующем магнитном поле нелинейность может проявляться даже при малой амплитуде волны.

В компенсированных проводниках с равными концентрациями электронов и дырок  $n_e = n_n = n_0$  существуют магнитогидродинамические волны двух типов, одна из которых является аналогом альфвеновской, а другая — быстрой магнитозвуковой волны в газовой плазме. Длина волны  $\lambda$  для этих типов коллективных мод много больше радиуса  $r_0$  орбиты носителей заряда в магнитном поле, а их частоты много меньше циклотронной частоты  $\omega_B$ . Рассмотрим распространение волн вдоль оси  $y$  перпендикулярно вектору  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$  в предположении, что ось  $z$  совпадает с осью симметрии кристалла выше второго порядка. В этом случае альфвеновская волна не распространяется, электромагнитное поле быстрой магнитозвуковой волны имеет вид  $\mathbf{E} = (E(y, t), 0, 0)$ ,  $\mathbf{B} = (0, 0, B(y, t))$ , а уравнения Максвелла (2.1) приобретают вид

$$\frac{\partial E}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad \frac{\partial B}{\partial y} = \frac{4\pi J_x}{c}. \quad (5.1)$$

В выражении для тока проводимости можно пренебречь градиентными слагаемыми, пропорциональными степеням малого параметра  $r_0 / \lambda$ , и квантовой осциллирующей поправкой, пропорциональной  $\sqrt{\hbar \omega_B} / \varepsilon_F$ . Учет квантования уровней энергии электронов не влияет на возможность существования собственных колебаний электромагнитного поля и сводится к изменению декремента затухания волны в случае, когда пространственная дисперсия является существенной. В результате в выра-

жении для плотности тока достаточно ограничиться следующими двумя слагаемыми:

$$j_x = \frac{\sigma_0}{\omega_B^2 \tau} \left( \tau^{-1} + \frac{\partial}{\partial t} \right) E_x(y, t). \quad (5.2)$$

Здесь  $\sigma_0$  — статическая электропроводность в отсутствие внешнего магнитного поля. При вычислении плотности индуцированного тока  $\mathbf{j}^{(m)}$ , напротив, учет квантования уровней энергии носителей заряда существен, поскольку осциллирующая с обратной величиной магнитного поля часть магнитной восприимчивости значительно превышает ее плавно меняющуюся часть. Воспользуемся формулой (2.14) для плотности тока, индуцированного магнитным полем. Подставляя соотношения (5.2) и (2.14) в уравнения Максвелла (5.1), получаем для  $B^\sim$  следующее уравнение [31]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \pm \kappa^2 B^\sim + 4\pi\Gamma B^{-3} - 4\pi\Lambda r_0^2 \frac{\partial^2 B^\sim}{\partial y^2} \right) = \\ = \frac{4\pi\sigma_0}{(c\omega_B\tau)^2} \left( 1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial B^\sim}{\partial t}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Знак «+» в уравнении (5.3) соответствует случаю, когда  $\chi < 1/4\pi$ , а знак «-» относится к случаю, когда  $\chi > 1/4\pi$ . В безразмерных переменных  $u(y_1, t_1) = B^\sim(y, t)/b_0$ ,  $y_1 = y/\delta$  и  $t_1 = \omega_0 t$  это уравнение приобретает вид

$$\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} \left( \pm u + 2u^3 - \frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t_1^2} + \frac{1}{\omega_0 \tau} \frac{\partial u}{\partial t_1}, \quad (5.4)$$

где

$$\begin{aligned} b_0 &= (\kappa^2 / 2\pi\Gamma)^{1/2} \approx \kappa B_0 (\hbar\omega_B / \varepsilon_F), \\ \omega_0 &= \omega_B c\kappa / (\omega_p \delta), \quad \omega_p^2 = 4\pi\sigma_0 / \tau. \end{aligned}$$

Параметры  $\delta$ ,  $b_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_p$  имеют очевидный физический смысл:  $\delta = r_0 / 2\kappa \gg r_0$  — расстояние, на котором существенно изменяется электромагнитное поле;  $b_0$  и  $\omega_0$  по порядку величины равны амплитуде и частоте волны,  $\omega_p$  — плазменная частота.

Для существования слабозатухающих нелинейных волн в условиях сильного магнетизма электронов проводимости необходимо выполнение неравенства  $\omega_B \tau (\omega_B c / \omega_p v_F) \kappa^2 \gg 1$ , обеспечивающего малость диссипативного члена в уравнении (5.4). В металлах с числом носителей заряда порядка одного на атом оно может быть удовлетворено в магнитных полях порядка 10 Тл в достаточно чистых образцах, в которых время свободного пробега носителей заряда больше или порядка  $10^{-9}$  с.

В нулевом приближении по малому параметру  $\eta = 1/(\omega_0 \tau)$  уравнение (5.4) имеет волновое решение, зависящее от переменной  $\theta(y_1, t_1) = y_1 - Vt_1$ :

$$u(\theta(y_1, t_1)) = a\sqrt{\beta} \operatorname{sn} \left( \frac{a}{\sqrt{\beta}} (y_1 - Vt_1), \beta \right). \quad (5.5)$$

Здесь  $a = \sqrt{\partial u / \partial \theta}$  при  $\theta = 0$ ,  $\beta$  — модуль эллиптической функции  $\operatorname{sn}$ , скорость волны  $V$  связана с  $\beta$  соотношением

$$V^2 = \frac{1}{\beta} \left[ a^2 (1 + \beta^2) + s\beta \right], \quad (5.6)$$

где  $s = \operatorname{sgn}(1 - 4\pi\chi(B_0))$ .

Влияние слабой диссипации нетрудно учесть, представив решение уравнения (5.4) в виде ряда по степеням  $\eta$ . В результате несложных вычислений получим

$$u(\theta(y_1, t_1)) = a(T)\sqrt{\beta} \operatorname{sn} \left( \frac{a(T)}{\sqrt{\beta}} \theta(y_1, t_1), \beta \right), \quad (5.7)$$

где  $T = \eta t_1$  — «медленное время»,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(y_1, t_1)}{\partial y_1} &= 1, \quad \frac{\partial \theta(y_1, t_1)}{\partial t_1} = -V(T) = \\ &= -\sqrt{\frac{1}{\beta} \left[ a^2(T) (1 + \beta^2) + s\beta \right]}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Амплитуда волны  $a(T)$  и скорость ее распространения  $V(T)$  являются теперь медленно меняющимися функциями времени:

$$a^2(T) = \beta \frac{f(\beta, T) - s}{2(1 + \beta^2)}, \quad V^2(T) = \frac{f(\beta, T) + s}{2},$$

$$f(\beta, T) = \sqrt{1 + 4\beta^{-1}(1 + \beta^2)a^2(0)V^2(0)e^{-2T}}. \quad (5.9)$$

Асимптотическое поведение нестационарного магнитного поля при  $t \rightarrow \infty$  будет различным в зависимости от знака  $s$ . В области неустойчивости  $s = -1$  бесконечно малые пространственно-временные возмущения электромагнитного поля сначала возрастают, пока их рост не компенсируется нелинейным слагаемым, а затем их затухание приводит к установлению стационарной доменной структуры. Переходя в соотношениях (5.9) к пределу  $t \rightarrow \infty$ , получаем

$$V(\infty) = 0, \quad a^2(\infty) = \beta / (1 + \beta^2),$$

и распределение магнитной индукции представляет собой систему периодически чередующихся доменов с различными значениями магнитной индукции:

$$u(y_1, \infty) = a(\infty)\sqrt{\beta} \operatorname{sn} \left( \frac{a(\infty)}{\sqrt{\beta}} (y_1 - \varphi), \beta \right), \quad (5.10)$$

$$\varphi = \int_0^\infty dt_1 V(\eta t_1).$$

Нетрудно понять, как будет изменяться со временем функция  $u(x_1, t_1)$  в случае, если диссипация не является малой. При  $\eta \geq 1$  система аperiодически переходит в неоднородное стационарное состояние.

Если  $s = +1$ , то в пределе  $t \rightarrow \infty$  получим

$$a(\infty) = 0, \quad V(\infty) = 0,$$

и с течением времени распределение магнитной индукции в образце становится однородным.

Очевидно, что электрическое поле волны

$$E(y_1, t_1) = b_0 \frac{\omega_{BK}}{\omega_p} a(0) V(0) e^{-\eta t_1} \sqrt{\beta} \operatorname{sn} \left( \frac{a(T)}{\sqrt{\beta}} \theta(y_1, t_1), \beta \right) \quad (5.11)$$

затухает со временем независимо от знака  $1 - 4\pi\chi(B_0)$ .

Электроны проводимости в металлах представляют собой ферми-жидкость, а их энергетический спектр зависит от функции распределения и корреляционной функции Ландау  $L(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ , описывающей межэлектронное взаимодействие. В изотропном случае, когда корреляционную функцию Ландау можно разложить в ряд по полиномам Лежандра

$$L(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sum L_n P_n \left( \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}'}{pp'} \right),$$

электромагнитное поле в металле определяется формулами (5.7)–(5.9), (5.11) в которых нужно сделать замену [32]

$$\omega_0 \rightarrow \omega_0 / \sqrt{1 - \tilde{L}_1}, \quad \tau \rightarrow \tau(1 - \tilde{L}_1),$$

$$\tilde{L}_1 = \tilde{v}(\varepsilon_F) L_1 / (1 + \tilde{v}(\varepsilon_F) L_1), \quad (5.12)$$

где  $\tilde{v}(\varepsilon_F) = mp_F / (3\pi^2 \hbar^3)$  — плотность состояний на уровне Ферми.

### 6. Нелинейные электромагнитные волны в некомпенсированных металлах

В некомпенсированных металлах с разными числами электронов  $n_e$  и дырок  $n_h$  под углом к магнитному полю могут распространяться низкочастотные спиральные волны [56,57]. В квазистационарном случае  $\omega\tau \ll 1$  система электронов проводимости успевает подстраиваться к мгновенным значениям переменных полей и для плотности тока и намагниченности можно воспользоваться статическими выражениями, подставив в них значения полей  $E$  и  $B^{\sim}$  в данный момент времени. При  $kr_0 \ll 1$ ,  $kl \cos \vartheta \ll 1$  пространственная дисперсия не существенна и плотность тока проводимости в квазиклассическом приближении принимает вид

$$j_i = \sigma_{ik}(B_0) E_k, \quad (6.1)$$

здесь  $\sigma_{ik}(B_0)$  — статический тензор проводимости в однородном классически сильном магнитном поле,  $\vartheta$  — угол между магнитным полем и волновым вектором  $k = (0, k \sin \vartheta, k \cos \vartheta)$ ,  $l$  — длина свободного пробега носителей заряда.

Используя локальный вид плотности тока (6.1), из системы уравнений Максвелла легко получить векторное уравнение для компонент нестационарного поля  $\mathbf{B}^{\sim}$

$$\frac{\partial \mathbf{B}^{\sim}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi} \operatorname{rot}(\hat{\rho} \operatorname{rot} \mathbf{H}), \quad (6.2)$$

где  $(\hat{\rho} \operatorname{rot} H)_k = \rho_{kj}(\operatorname{rot} H)_j$ .

Тензор сопротивления  $\rho_{ij} \equiv \rho_{ij}^{(s)} + \rho_{ij}^{(a)}$  можно представить в виде суммы симметричной и антисимметричной частей. Компоненты  $\rho_{ij}^{(s)}$  имеют одинаковый порядок величины и стремятся к константам при  $B_0 \rightarrow \infty$ . Будем считать, что тензор  $\rho_{ij}^{(s)}$  приведен к главным осям. Вообще говоря, это справедливо только в случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси симметрии кристалла. Однако учет недиагональных компонент тензора сопротивления не приводит к качественному изменению спектра волн, а лишь к добавлению слагаемых к декременту затухания волны, не меняя порядок его величины.

В некомпенсированных металлах диагональные компоненты тензора удельного сопротивления  $\rho_{ik} = (\sigma^{-1})_{ki}$  имеют одинаковый порядок величины. Не нарушая общности рассмотрения волновых процессов, будем считать их одинаковыми и равными  $\rho_0 = 1/\sigma_0$ , где  $\sigma_0 = \omega_p^2 \tau / 4\pi$  — статическая электропроводность металла в отсутствие магнитного поля. Это позволяет привести уравнение (6.2) к виду

$$\frac{\partial \mathbf{B}^{\sim}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi} (\nabla \mathbf{b}) \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{c^2}{4\pi} \rho_0 (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H}), \quad (6.3)$$

где  $b_i = 1/2 \varepsilon_{ijk} \rho_{jk}^{(a)}$  — вектор, дуальный тензору  $\rho_{jk}^{(a)}$ . При учете различия между диагональными компонентами  $\rho_{ik}$  уравнение Максвелла сохранит вид (6.3) при соответствующей деформации осей координат. Наибольшей из составляющих вектора  $\mathbf{b}$  является  $b_z$  определяемая холловской компонентой тензора сопротивления  $\rho_{xy} = B_0 / ce(n_e - n_h)$ . Если  $\omega_B \tau \cos \vartheta \gg 1$ , то остальными компонентами вектора  $\mathbf{b}$  в первом слагаемом правой части (6.3) можно пренебречь при любом виде электронного спектра и представить асимптотическое выражение вектора  $\mathbf{b}$  с точностью до несущественного безразмерного множителя порядка единицы как  $\mathbf{b} = (0, 0, \omega_B \tau \rho_0)$ .

Поскольку вектор  $\mathbf{M}$  направлен преимущественно вдоль  $\mathbf{B}_0$  и  $M_x, M_y \ll M_z$ , то можно положить  $H_x = B_x$ ,  $H_y = B_y$ . Воспользовавшись формулой (2.14) для плотности тока намагниченности, нетрудно найти

уравнение, связывающее  $z$ -компоненты переменных полей  $B_z^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  и  $H_z^{\sim}(\mathbf{r}, t)$ :

$$H_z^{\sim} = \pm \kappa^2 B_z^{\sim} - 4\pi \Lambda r_0^2 \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial y^2} + 4\pi \Gamma B_z^{\sim 3}. \quad (6.4)$$

Здесь использованы обозначения предыдущего раздела. Так же, как и в разд. 5, знак «+» в уравнении (6.4) соответствует случаю, когда  $\chi < 1/4\pi$ , а знак «-» относится к случаю, когда  $\chi > 1/4\pi$ . После несложных преобразований получим следующее уравнение для  $B_z^{\sim}(\mathbf{r}, t)$ :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\omega_p^2}{c^2 \omega_B} \right)^2 \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \frac{\partial^2 H_z^{\sim}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial z^2} \right) = \\ & = \frac{1}{\omega_B \tau} \frac{\omega_p^2}{c^2 \omega_B} \Delta \frac{\partial B_z^{\sim}}{\partial t} + \\ & + \frac{1}{\omega_B \tau} \left( \frac{\omega_p^2}{c^2 \omega_B} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\omega_B \tau} \Delta \right) \left( \frac{\partial^2 H_z^{\sim}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial z^2} \right). \quad (6.5) \end{aligned}$$

В линейном приближении, в случае  $\chi < 1/4\pi$ , это уравнение описывает волны геликоидального типа с частотой

$$\omega_l = \frac{k^2 c^2 \omega_B}{\omega_p^2} \cos \vartheta \sqrt{\kappa^2 \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta}, \quad (6.6)$$

отличающейся множителем  $\sqrt{\kappa^2 \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta}$  от частоты геликона в классически сильном магнитном поле. Нетрудно видеть, что при  $\kappa^2 \ll 1$  и  $\cos \vartheta \approx \kappa$  линейные и нелинейные по  $B_z^{\sim}$  слагаемые являются величинами одного порядка, и волновой процесс будет существенно нелинейным. При этом длина затухания должна значительно превышать длину волны, что справедливо при выполнении условия

$$\kappa \omega_B \tau \cos \vartheta \gg 1. \quad (6.7)$$

Рассмотрим сначала случай  $0 < 1 - 4\pi\chi(B_0) \ll 1$ , когда индуцированный магнетизм электронного газа является существенным, однако переход к неоднородному распределению магнитной индукции еще не происходит [33]. Диссипативные слагаемые в правой части уравнения (6.5) будут малыми при выполнении неравенства  $\kappa^2 \omega_B \tau \gg 1$ . Тогда в нулевом приближении по малому параметру  $\eta = 1/(\kappa^2 \omega_B \tau)$  уравнение (6.5) имеет волновое решение. Переменную магнитную индукцию можно искать в виде  $B_z^{\sim}(\mathbf{r}, t) = b_0 u(\psi)$ ,  $\psi = n_1 y_1 + \kappa n_2 z_1 - V t_1$ , где  $y_1 = y/L$ ,  $z_1 = z/L$  и  $t_1 = (\kappa/L)^2 (c^2 \omega_B / \omega_p^2) t$  — безразмерные координаты и время,  $L$  — характерный масштаб неоднородности нестационарного поля в направлении  $y$ ,  $b_0 = \kappa B_0 (\hbar \omega_B / \varepsilon_F)$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ , и  $V$  — параметры. Подстав-

ля это выражение в уравнение (6.5) и пренебрегая членами порядка  $\eta$ , получаем следующее уравнение:

$$\frac{V^2}{n_2^2} \frac{d^2 u}{d\psi^2} + \frac{d^4}{d\psi^4} \left( (n_1^2 + n_2^2) u + n_1^2 u^3 - n_1^4 \delta_1 \frac{d^2 u}{d\psi^2} \right) = 0, \quad (6.8)$$

$$\delta_1 = r_0^2 / 4(\kappa L)^2.$$

В случае больших длин волн решение этого уравнения можно представить в простой параметрической форме. Если  $L$  достаточно велико и  $\delta_1 \ll 1$ , то последним слагаемым в скобках можно пренебречь. Интегрируя полученное уравнение три раза по  $\psi$  и полагая  $u = u(w)$ , где  $w = \int u d\psi$ , после простых преобразований получаем

$$B_z^{\sim} = B_m \cos \varphi(\Psi(\mathbf{r}, t)), \quad (6.9)$$

где уравнение

$$\Psi(\mathbf{r}, t) \equiv k_y y + k_z z - \omega_N t + \Psi_0 = 2E(\varphi, \beta) - K(\varphi, \beta) \quad (6.10)$$

неявно определяет  $\varphi$  как функцию  $k_y y + k_z z - \omega_N t + \Psi_0$ . Здесь  $K(\varphi, \beta)$  и  $E(\varphi, \beta)$  — эллиптические интегралы Лежандра 1-го и 2-го рода,  $k_y = k \sin \vartheta = a n_1 / L$ ,  $k_z = k \cos \vartheta = \kappa a n_2 / L$ ,  $\omega_N = (1 + 2v^2 A^2)^{1/4} \omega_l$ ,  $\omega_l$  — частота линейной волны (6.6),  $\Psi_0$  — начальная фаза,

$$B_m = (b_0 / v) \left( \sqrt{1 + 2v^2 A^2} - 1 \right)^{1/2},$$

$$v = \sqrt{3} \kappa \sin \vartheta / \sqrt{\kappa^2 \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta},$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2v^2 A^2}} \right),$$

$$a = V n_2^{-1} (n_1^2 + n_2^2)^{-1} (1 + 2v^2 A^2)^{-1/4}.$$

Воспользовавшись свойством эллиптических интегралов  $K(n\pi/2, \beta) = nK(\pi/2, \beta) \equiv nK(\beta)$ ,  $E(n\pi/2, \beta) = nE(\pi/2, \beta) \equiv nE(\beta)$  ( $n$  — целое), легко убедиться, что магнитное поле волны является периодической функцией переменной  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  с периодом  $4T$ ,  $T = 2E(\beta) - K(\beta)$ .

Переменное поле  $B_z^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  зависит от произвольного параметра (постоянной интегрирования)  $A$ , имеющего простой физический смысл: произведение  $b_0 A$  представляет собой амплитуду линейной волны. Степень нелинейности волнового процесса характеризуется величиной  $v^2 A^2$ . Если  $v^2 A^2 \ll 1$ , то параметры  $\beta$  и  $B_m$  можно разложить в ряд по степеням  $v^2 A^2$ :

$$\beta^2 = \frac{1}{2} v^2 A^2 \left( 1 - \frac{3}{2} v^2 A^2 \right), \quad B_m = b_0 A \left( 1 - \frac{1}{4} v^2 A^2 \right).$$

В основном по  $v^2 A^2$  приближении  $\varphi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}, t)$  и формула (6.9) преобразуется в гармоническую волну с амплитудой  $b_0 A$ . Область значений  $\cos \vartheta \gg \kappa^2$  соот-

ветствует слабонелинейному режиму. В этом случае  $v^2 \approx \kappa^2 / \cos^2 \vartheta$  для значений  $A$  порядка единицы из (6.9), (6.10) нетрудно получить (с точностью до  $v^2 A^2$ )

$$B_z \approx B_m \left\{ \left( 1 + \frac{3}{16} \beta^2 \right) \cos \Psi_1(\mathbf{r}, t) - \frac{3}{16} \beta^2 \cos 3\Psi_1(\mathbf{r}, t) \right\},$$

$$\Psi_1(\mathbf{r}, t) = \left( 1 + \frac{3}{16} \beta^2 \right) \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (6.11)$$

С уменьшением  $\cos \vartheta$  осуществляется переход в область нелинейности. Волновой процесс будет существенно нелинейным при  $\cos \vartheta \approx \kappa$  для волн с амплитудой  $B_m$  порядка  $\kappa B_0 (\hbar \omega_B / \varepsilon_F)$ . Например, для значений  $B_0 \approx 10^4$  Гс,  $\hbar \omega_B / \varepsilon_F \approx 10^{-4} - 10^{-3}$ ,  $\kappa^2 \approx 10^{-1}$  нелинейные искажения профиля волны наступают при  $B_m \approx 1$  Гс.

Для учета диссипации можно воспользоваться стандартной теорией возмущений, полагая, что в нулевом приближении по малому параметру  $\eta$  решение уравнения (6.5) имеет вид (6.9), (6.10) с той разницей, что параметр  $A$  является медленно меняющейся функцией времени. Нахождение явного вида функции  $A(t)$  весьма затруднительно из-за сложной зависимости  $B_z$  от  $A$ . Однако легко найти простые аналитические выражения для  $A(t)$  в предельном случае  $t \gg \omega_B \tau \cos \vartheta / \omega_l$ . С течением времени диссипация приводит к уменьшению амплитуды волны, и при  $t \gg \omega_B \tau \cos \vartheta / \omega_l$  функция  $A$  является решением линеаризованной задачи. Пренебрегая в уравнении (6.5) нелинейными слагаемыми, получаем

$$A(t) = A(0) e^{-\omega'' t}, \quad (6.12)$$

где  $\omega'' = \frac{k^2 c^2}{2\omega_p^2 \tau} \left( 1 + \kappa^2 \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta \right)$  — декремент затухания линейной волны.

Определение остальных компонент электромагнитного поля сводится к элементарным операциям интегрирования и дифференцирования. В основном порядке по  $\eta$  электромагнитное поле волны имеет следующую структуру:

$$B_x \approx - \frac{\omega_N \omega_p^2}{k^2 c^2 \omega_B \sin \vartheta \cos \vartheta} B_m \left( 1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta \right)^{1/2},$$

$$B_y \approx B_z \operatorname{ctg} \vartheta, \quad \mathbf{E} = - \frac{c \omega_B}{\omega_p^2} (\mathbf{e}_z \times \operatorname{rot} \mathbf{H}(\mathbf{B})), \quad (6.13)$$

где  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор вдоль оси  $z$ , а функция  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  определяется соотношением (6.10). В линейном приближении переменное поле представляет собой геликоидальную волну.

Мы рассмотрели влияние сильного магнетизма электронов проводимости на распространение электромагнитных волн при  $0 < 1 - 4\pi\chi(B_0) \ll 1$ . В случае

$\chi > 1/4\pi$  в уравнении (6.4) нужно выбрать знак « $\leftarrow$ ». Линеаризуя уравнение (6.5) и полагая  $B_z \sim \exp(-i\omega t + ikr)$ , легко найти, что дисперсионное уравнение при  $\kappa \sin \vartheta > \cos \vartheta$  имеет чисто мнимые корни и распределение магнитной индукции оказывается неустойчивым. Возрастание поля будет происходить до тех пор, пока этот процесс не компенсируется нелинейным слагаемым. В конечном счете, развитие неустойчивости приводит к возникновению стационарной доменной структуры. Если диссипативные эффекты малы, т.е.  $\omega_B \tau$  достаточно велико, то установление стационарной доменной структуры должно, по-видимому, сопровождаться слабозатухающими колебаниями электромагнитного поля. Амплитуда и волновое число  $k_y$  теперь не являются независимыми параметрами, а определяются величиной  $\kappa^2 = |1 - 4\pi\chi(B_0)|$ . Уравнение (6.5) при  $\chi > 1/4\pi$  не интегрируется в известных элементарных и трансцендентных функциях. Однако можно качественно понять поведение системы в предельном случае  $t \rightarrow \infty$ . С учетом слабых диссипативных эффектов частота и волновой вектор являются медленно меняющимися функциями времени, причем  $\omega \rightarrow 0$ ,  $k_z \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . В результате уравнение (6.5) переходит в стационарное уравнение (3.1), которое и определяет установившееся неоднородное распределение магнитной индукции.

### 7. Собственные моды электромагнитного поля в условиях существования магнитной доменной структуры

Электромагнитное поле и спектр собственных мод в некомпенсированных металлах в условиях существования доменной структуры могут быть найдены в аналитической форме для волн малой амплитуды, когда допустима линеаризация нелинейных уравнений [58–60]. Положим  $B_z(y, z, t) = B_1(y) + B^{\sim}(y, z, t)$ , где  $B^{\sim}(y, z, t) = b(y) e^{-i\omega t + ik_z z}$  — малое пространственно-временное возмущение, а  $B_1(y)$  определяется формулой (3.5). Линеаризуя систему уравнений Максвелла по  $B^{\sim}(y, z, t)$ , после исключения электрического поля  $\mathbf{E}$  получим для нестационарного поля  $B^{\sim}(y, z, t)$  уравнение (6.2), в котором

$$H_z^{\sim} = -\kappa^2 B_z^{\sim} + 12\pi\Gamma B_1^2(y) B_z^{\sim} - 4\pi\Lambda r_0^2 \frac{\partial^2 B_z^{\sim}}{\partial y^2}. \quad (7.1)$$

В основном приближении по степеням малого параметра  $(\omega_B \tau)^{-1}$  диагональные компоненты тензора сопротивления равны  $\rho_{xx} = \alpha_1 \rho_0 (1 - i\omega\tau)$ ,  $\rho_{yy} = \alpha_2 \rho_0 (1 - i\omega\tau)$ ,  $\rho_{zz} = \alpha_3 \rho_0$ . Здесь  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — безразмерные коэффициенты порядка единицы, зависящие от конкретного вида закона дисперсии носителей заряда, которые мы для простоты, будем считать равными единице. В выражении для антисимметричной части тензора сопротивления  $\rho_{ij}^{(a)}$ , так же как и в предыдущем разделе,

достаточно учесть лишь основные, холловские компоненты  $\rho_{xy} = -\rho_{yx} = B_0 / ce(n_e - n_h) \approx \omega_B \tau \rho_0$ .

Исключая из уравнений (6.2) компоненты  $B_x, B_y$  и пренебрегая слагаемыми, пропорциональными  $(\omega_B \tau)^{-2}$ , получаем следующее уравнение для  $b(y)$ :

$$G \left( \kappa^2 \frac{\partial^2 b(y)}{\partial y^2} - 12\pi\beta \frac{\partial^2}{\partial y^2} (b(y) B_1^2(y)) + 4\pi\alpha r_0^2 \frac{\partial^4 b(y)}{\partial y^4} \right) = -i\gamma\omega \left( \frac{\omega_p^2}{c^2\omega_B} \right) \frac{\partial^2 b(y)}{\partial y^2} + Db(y). \quad (7.2)$$

Здесь  $\gamma = (\omega_B \tau)^{-1} \ll 1$ ,  $G = k_z^2 - i\gamma(1 - i\omega\tau)\omega \left( \frac{\omega_p^2}{c^2\omega_B} \right)$ ,

$$D = \left( \frac{\omega_p^2}{c^2\omega_B} \right)^2 \omega^2 - k_z^4 + 2i\gamma(1 - i\omega\tau)\omega k_z^2 \left( \frac{\omega_p^2}{c^2\omega_B} \right).$$

Это уравнение определяет амплитуду и частоту собственных колебаний электромагнитного поля в условиях существования периодической доменной структуры.

Случай, когда  $D$  равно нулю, соответствует волне, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля. При этом уравнение (7.2) преобразуется в уравнение Ламэ, и его решение выражается в эллиптических функциях [59]. В предельном случае  $\gamma \ll \kappa^2$  частота и амплитуда волны определяются выражениями

$$\omega = \frac{k^2 c^2 \omega_B}{\omega_p^2} (1 - i\gamma), \quad (7.3)$$

$$b(\xi) = A \operatorname{cn}(\xi, \beta) \operatorname{dn}(\xi, \beta), \quad (7.4)$$

$\operatorname{cn}$  и  $\operatorname{dn}$  — эллиптические функции Якоби,  $\xi = y / \delta \sqrt{1 + \beta^2}$  — безразмерная координата. В случае, когда период доменной структуры  $Y = 2K(\beta)\delta\sqrt{1 + \beta^2}$  много больше  $\delta$ , продольная компонента магнитного поля волны существенно отлична от нуля лишь в области доменной стенки, т.е. в окрестности точек  $y_n = nY$ , где  $n$  — целое. В области  $|y - y_n| \gg \delta$  нестационарное поле  $\mathbf{B}^{\sim}(\mathbf{r}, t)$  представляет собой геликоидальную волну, распространяющуюся вдоль направления  $\mathbf{B}_0$ . В пренебрежении диссипативными эффектами остальные компоненты магнитного поля волны имеют вид

$$\begin{pmatrix} B_x^{\sim} \\ B_y^{\sim} \end{pmatrix} = -k\delta A (1 + \beta^2) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \operatorname{sn}(\xi, \beta) \exp(-i\omega t + ikz). \quad (7.5)$$

Рассмотрим случай произвольного направления распространения волны. Введем новую неизвестную функцию  $u(y)$  с помощью соотношения  $b(y) =$

$= d^2 u(y) / dy^2$ . Уравнение (7.2) для  $u(\xi)$  приобретает вид [42]:

$$u^{(4)}(\xi) + \left[ -6\beta^2 \operatorname{sn}^2(\xi, \beta) + (1 + \beta^2) \left( 1 + i \frac{\gamma}{\kappa^2} \frac{V}{\eta_z^2} \right) \right] \times u''(\xi) = (1 + \beta^2)^2 W u(\xi), \quad (7.6)$$

где

$$W = \frac{V^2 - \eta_z^4}{\eta_z^2} \left( 1 + i\gamma(1 - i\omega_0 \tau V) \frac{V}{\eta_z^2} \right) + 2i\gamma(1 - i\omega_0 \tau V)V, \\ \eta_z = \frac{k_z \delta}{\kappa}, \quad V = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{c^2 \omega_B \kappa^2}{\omega_p^2 \delta^2}.$$

Модуль  $\beta$  эллиптической функции Якоби  $\operatorname{sn}$ , определяет период доменной структуры. В практически наиболее важном случае, когда линейные размеры образца  $L$  значительно превышают ларморовский радиус электрона, размеры доменов велики по сравнению с  $\delta$ , т.е.  $K(\beta) \gg \pi$ . Воспользовавшись асимптотическим выражением  $K \approx 4 \ln(1/\beta')$  для больших  $K$ , легко заметить, что  $\beta'^2 \equiv 1 - \beta^2 \ll 1$ , т.е.  $\beta$  близко к единице. В этом случае эллиптический синус в области значений переменной  $\xi$

$$(2m - 1)K \leq \xi \leq (2m + 1)K$$

можно заменить тангенсом гиперболическим  $\operatorname{sn}(\xi, 1) = \operatorname{th} \xi$ , полагая в уравнении (7.6)  $\beta = 1$ . В области  $-K \leq \xi_m \leq 0$  (где  $\xi_m \equiv \xi - 2mK$ ,  $-K \leq \xi_m \leq K$ ,  $m$  — целое) решение  $u_m^{(-)}$  этого уравнения можно искать в виде ряда по степеням  $e^{2\xi_m}$ , а в случае, когда  $\xi_m$  находится в интервале  $0 \leq \xi_m \leq K$ , решение  $u_m^{(+)}$  можно представить в виде ряда по степеням  $e^{-2\xi_m}$

$$u_m^{(\mp)}(\xi_m, \lambda) = e^{\pm 2\lambda \xi_m} \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\lambda) e^{\pm 2n \xi_m}, \quad (7.7)$$

здесь  $\lambda$  — некоторый параметр, не являющийся целым отрицательным числом. Из формул (7.7) следует, что  $u_m^{(+)}(0, \lambda) = u_m^{(-)}(0, \lambda)$ .

Подставляя выражение (7.7) в уравнение (7.6) и собирая коэффициенты при одинаковых степенях  $e^{2\xi_m}$ , получаем бесконечную систему линейных уравнений для неизвестных  $a_n(\lambda)$ :

$$\begin{aligned} \Phi(0)a_0 &= 0, \\ 2\Psi(0)a_0 + \Phi(1)a_1 &= 0, \\ \Phi(0)a_0 + 2\Psi(1)a_1 + \Phi(2)a_2 &= 0, \\ \dots & \\ \Phi(n-2)a_{n-2} + 2\Psi(n-1)a_{n-1} + \Phi(n)a_n &= 0, \quad n \geq 2, \end{aligned} \quad (7.8)$$

где

$$\Phi(n) \equiv (n + \lambda)^4 - \left( 1 - i \frac{1}{2} v \right) (n + \lambda)^2 - \frac{W}{4},$$

$$\Psi(n) \equiv (n+\lambda)^4 + 2\left(1 - i\frac{1}{4}v\right)(n+\lambda)^2 - \frac{W}{4}, \quad v = \frac{\gamma}{\kappa^2} \frac{V}{\eta_z^2},$$

причем  $a_0$  можно задать произвольно, а остальные коэффициенты находятся из рекуррентных соотношений. В дальнейшем будем полагать  $a_0 = 1$ . Простой численный анализ показывает, что при  $n \rightarrow \infty$  коэффициенты  $a_n$  имеют следующие свойства:  $a_n \rightarrow 0$ ,  $|a_{n+1}/a_n| \rightarrow 1 - 0$ ,  $\text{sgn Re}(a_{n+1}/a_n) = -1$  и  $\text{sgn Im}(a_{n+1}/a_n) = -1$ . Ряды (7.7) сходятся абсолютно во всей области определения за исключением точки  $\xi_m = 0$ , в которой они сходятся условно. Из первого уравнения системы (7.8) следует дисперсионное соотношение, связывающее  $\lambda$  с  $V$  и  $\eta_z$ :

$$\Phi(0) \equiv \lambda^4 - \left(1 - i\frac{1}{2}v\right)\lambda^2 - W/4 = 0. \quad (7.9)$$

Четыре корня этого уравнения  $\lambda_i$  вместе с выражениями (7.7) определяют четыре линейно независимых решения уравнения (7.6), которые образуют фундаментальную систему решений этого уравнения. При полном пренебрежении диссипативными эффектами, т.е. при  $\gamma \rightarrow 0$ , действительным  $W > 0$  соответствуют два мнимых  $\lambda_1, \lambda_2$  и два действительных  $\lambda_3, \lambda_4$  корня. Волновым процессам соответствуют решения  $u(\xi_m, \lambda_1), u(\xi_m, \lambda_2)$ . Полагая  $\lambda_{1,2} = \pm i\eta_y/2$ , где  $\eta_y$  — вещественное, из уравнения (7.9) в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  найдем, что частота собственных колебаний электромагнитного поля равна

$$\omega = \frac{c^2 \omega_B}{\omega_p^2} \left[ k_z \sqrt{k_z^2 + \frac{\kappa^2 \eta_y^2}{\delta^2} \left(1 + \frac{\eta_y^2}{4}\right)} \right]. \quad (7.10)$$

На интервале  $(2m+1)K \leq \xi \leq (2m+3)K$  (или  $-K \leq \xi_{m+1} \leq K$ ) решение уравнения (7.6) следует искать в виде:

$$u_{m+1}(\xi_{m+1}, \lambda_i) = C u_m(\xi_m - 2K, \lambda_i), \quad (7.11)$$

$C$  — постоянная. Сращивая асимптотики  $u_m^{(+)}(\xi_m, -i\eta_y)$  и  $u_{m+1}^{(-)}(\xi_{m+1}, i\eta_y)$  при  $\xi_m \rightarrow K$  и воспользовавшись соотношением (7.11), найдем решение уравнения (7.6) в виде бегущей волны, справедливое на отрезке  $0 \leq \xi_m \leq 2K$ :

$$u(\xi_m) = C_2 e^{i\eta_y \xi_m} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (-i\eta_y) e^{-2n\xi_m} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (i\eta_y) e^{2n(\xi_m - 2K)} \right). \quad (7.12)$$

Функция комплексно-сопряженная к (7.12) также является решением уравнения (7.6).

Общее решение уравнения (7.6) в соответствии с теоремой Флоке можно записать в виде

$$u(\xi) = e^{is\xi} F(\xi), \quad (7.13)$$

где  $F(\xi)$  — периодическая функция с периодом  $2K$ , а  $s \equiv \sqrt{2} k_y \delta$  — безразмерное волновое число. Записав с помощью равенств (7.12), (7.13) мультипликатор  $C = u(2K)/u(0) = e^{2iKs}$  в явном виде, найдем соотношение между волновым числом  $k_y$  и параметром  $\eta_y$ :

$$s \equiv \sqrt{2} k_y \delta = \eta_y + \frac{1}{K} \arg \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n (i\eta_y) \right). \quad (7.14)$$

Формулы (7.10), (7.14) определяют закон дисперсии бегущей волны. Учитывая, что в принятом приближении  $K \gg 1$ , можно положить  $\eta_y = \sqrt{2} k_y \delta$ .

В условиях слабой пространственной дисперсии  $k_z v_F \ll \tau^{-1}$ ,  $\kappa r_0 \gg 1$  затухание связано только с рассеянием электронов. При  $k_y \ll k_z$  из соотношения (7.3) получим  $\omega'' \equiv -\text{Im} \omega = \tau^{-1} \text{Re} \omega$ . В обратном предельном случае декремент затухания

$$\omega'' \approx \frac{1}{2\tau} \frac{c^2 k_y^2}{\omega_p^2}, \quad (7.15)$$

а отношение  $\omega''/\omega \approx \tau^{-1} k_y/k_z$  значительно меньше единицы, если  $\omega_B \tau \cos \vartheta \gg 1$ .

В случае  $\tau^{-1} \ll k v_F \ll \omega_B$  в выражение для декремента затухания добавятся слагаемые, обусловленные поглощением электромагнитного поля электронами, движущимися в фазе с волной. При этом квантование уровней энергии электронов оказывает существенное влияние на затухание волны.

### Заключение

Прогресс в изучении диаманитных доменов в последнее десятилетие связан с использованием метода  $\mu\text{SR}$  [43], основанного на измерении индукции по частоте прецессии спина мюона в магнитном поле. Обнаружено возникновение доменов Кондона в различных металлах и тем самым установлена универсальность этого явления. Показано, что при достаточно низкой температуре домены возникают при амплитуде намагниченности, значительно меньшей величины полупериода осцилляций. При этом и расщепление  $\Delta B$  оказывается на порядок меньше полупериода. Измерения индукции на поверхности серебра при помощи миниатюрных датчиков Холла показали, что поперечные размеры доменной структуры в серебре оказались гораздо больше, чем ожидалось в соответствии с существовавшей теорией [8], а домены в бериллии существуют только в глубине кристалла. Из измерений магнитострикции бериллия в условиях образования диаманитных доменов показано, что фазам с противоположной намагниченностью соответствует и противоположная деформация решетки с противоположным изменением плотности электронов.

Описан гистерезис в эффекте дГвА, возникающий в состоянии с диамагнитными доменами. Найдена его величина. В бериллии это около 2 Гс при величине периода 200 Гс, в серебре — около 0,2 Гс при величине периода 20 Гс. Обнаружено кардинальное изменение сигнала отклика в стандартном модуляционном методе измерения восприимчивости при образовании доменного состояния. Пороговый характер изменения отклика при пересечении фазовой границы впервые использован для точного экспериментального нахождения фазовой диаграммы доменов Кондона в серебре до 28 Тл и в бериллии во всей области полей и температур до 1,3 К.

Сильный магнетизм электронов проводимости, индуцированный внешним магнитным полем, может привести к возникновению нелинейности в процессе эволюции пространственно-временных электромагнитных возмущений. В случае, когда магнитная восприимчивость близка к  $1/4\pi$ , линейный член разложения магнитного поля  $\mathbf{H}(\mathbf{B})$  по степеням амплитуды нестационарного поля  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  оказывается того же порядка, что и нелинейные слагаемые. В результате система уравнений Максвелла и материальных уравнений становится нелинейной. Если диссипативные эффекты малы, то установление доменной структуры должно сопровождаться слабозатухающими колебаниями электромагнитного поля.

1. W.J. de Haas and P. M. van Alphen, *Leiden Commun.* **19**, 208d (1930).
2. L.D. Landau, *Zs. Phys.* **64**, 629 (1930).
3. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Мир, Москва (1986).
4. L. Onsager, *Philos. Mag.* **43**, 1006 (1952).
5. И.М. Лифшиц, А.В. Погорелов, *ДАН СССР* **96**, 1143 (1954).
6. И.М. Лифшиц, А.М. Косевич, *ЖЭТФ* **29**, 730 (1955).
7. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971).
8. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
9. А.Р. Cracknell and К.С. Wong, *The Fermi Surface*, Oxford University Press, London (1973).
10. D. Shoenberg, *Philos. Trans. Roy. Soc.* **A255**, 85 (1962).
11. М.Н. Halloran, *Bull. Am. Phys. Soc.* **10**, 350 (1965).
12. J.H. Condon, *Phys. Rev.* **145**, 526 (1966).
13. J.H. Condon and R.E. Walstendt, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 612 (1968).
14. В.Н. Божко, Е.П. Вольский, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 337 (1977).
15. Е.П. Вольский, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 585 (1977).
16. И.А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **52**, 1755 (1967).
17. I.A. Privorotskii, *Thermodynamic Theory of Domain Structure* Wiley, New York (1976).
18. R.S. Markiewicz, *Phys. Rev.* **B34**, 4172 (1986).
19. A. Gordon, B. Grushko, I.D. Vagner, and P. Wyder, *Phys. Lett.* **A160**, 315 (1991).
20. A. Gordon, T. Salditt, I.D. Vagner, and P. Wyder, *Phys. Rev.* **B43**, 3775 (1993).
21. Ю.М. Белоусов, В.П. Смилга, *ФТТ* **21**, 2459 (1979).
22. G. Solt, C. Baines, V.S. Egorov, D. Herlach, E. Krasnoperov, and U. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2575 (1996).
23. G. Solt, C. Baines, V.S. Egorov, D. Herlach, and U. Zimmermann, *Phys. Rev.* **B59**, 6834 (1999).
24. V.S. Egorov, G. Solt, C. Baines, D. Herlach, and U. Zimmermann, *Physica* **B289**, 383 (2000).
25. G. Solt, C. Baines, V.S. Egorov, D. Herlach, and U. Zimmermann, *9th Intern. Conf.  $\mu$ SR-2002*, Williamsburg, USA (2002).
26. В.С. Егоров, Ф.В. Лыков, А. Репина, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 28 (2000).
27. В.С. Егоров, Ф.В. Лыков, *ЖЭТФ*, **94**, 162 (2002).
28. R.B.G. Kramer, V.S. Egorov, A. Gordon, N. Logoboy, W. Joss, and V.A. Gasparov, *Physica* **B362**, 50 (2005).
29. R.B.G. Kramer, V.S. Egorov, A.G. Jansen, and W. Joss, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 187204 (2005).
30. R.B.G. Kramer, V.S. Egorov, V.A. Gasparov, A.G. Jansen, and W. Joss, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 267209 (2005).
31. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *ЖЭТФ* **112**, 1841 (1997).
32. V.G. Peschansky and D.I. Stepanenko, *Phys. Metals Metallography* **92**, Suppl.1, 119 (2001).
33. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *ФНТ* **25**, 277 (1999) [*Low Temp. Phys.* **25**, 203 (1999)].
34. R.B. Dingle, *Proc. Roy. Soc.* **A211**, 517 (1952).
35. R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn* **12**, 570 (1957).
36. О.В. Константинов, В.И. Перель, *ЖЭТФ* **37**, 786 (1959).
37. И.П. Привороцкий, М.Я. Азбель, *ЖЭТФ* **56**, 388 (1969).
38. В.С. Егоров, *ЖЭТФ* **72**, 2210 (1977).
39. R.S. Markiewicz, M. Meskoob, and C. Zahopoulos, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1436 (1985).
40. J.H. Smith and J.C. Lashley, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 161 (2004).
41. A. Gordon and I.D. Vagner, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 3687 (1990).
42. A. Gordon, I.D. Vagner, and P. Wyder, *Solid State Commun.* **87**, 1155 (1993).
43. A. Schenck, *Muon Spin Rotation Spectroscopy*, Hilger, Bristol (1986).
44. И.М. Лифшиц, *ЖЭТФ* **33**, 1569 (1960).
45. А.А. Варламов, В.С. Егоров, А. Панцулая, *Adv. Phys.* **38**, 469 (1989).
46. G. Solt, V.S. Egorov, C. Baines, D. Herlach, and U. Zimmermann, *Phys. Rev.* **B62**, R11933 (2000).
47. G. Solt and V.S. Egorov, *Physica* **B318**, 231 (2002).
48. J.D. Livingstone and W. de Sorbo, in: *Superconductivity*, R.D. Parks (ed.) Dekker, New York (1969), v.2, p.1235.
49. В.Б. Зернов, Ю.В. Шарвин, *ЖЭТФ* **36**, 1038 (1959).
50. В.С. Егоров, Ф.В. Лыков, *ЖЭТФ* **94**, 162 (2002).
51. V.S. Egorov, *HAIT J. Scin Eng.* **1**, 647 (2004).



52. A. Gordon, N. Logoboy, and W. Joss, *Phys. Rev.* **B69**, 174417 (2004).
53. R.D. Plummer and W.L. Gordon, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 432 (1964).
54. G. Solt, *Solid State Commun.* **118**, 231 (2001).
55. R.B.G. Kramer, V.S. Egorov, A.G. Jansen, and W. Joss, *arXiv, cond.mat*, <http://arxiv.org/abs/1005.2047>
56. О.В. Константинов, В.И. Перель, *ЖЭТФ* **38**, 161 (1960).
57. Э.А. Канер, В.Г. Скобов, *ЖЭТФ* **45**, 610 (1963).
58. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *ФНТ* **25**, 889 (1999) [*Low Temp. Phys.* **25**, 666 (1999)].
59. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна 516, серія Фізика*, **34** (2001).
60. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *ФНТ* **29**, 387 (2003) [*Low Temp. Phys.* **29**, 290 (2003)].

Diamagnetic domains and nonlinear electromagnetic waves in normal metals  
(Review Article)

V.S. Egorov, V.G. Peschansky, and D.I. Stepanenko

The results of experimental and theoretical researches of diamagnetic domains in normal metals are reviewed. Much attention is given to a new effective method of a domain studying — muon spin rotation spectroscopy based on the measurement of induction by frequency of muon spin precession in a magnetic field. A number of the phenomena arising in condition with a presence of diamagnetic domains including unusual magnetostriction, a hysteresis in the de Haas van Alphen effect are discussed. The mechanism of nonlinearity at propagation of low-frequency electromagnetic waves in metals under strong magnetism of conduction electrons is considered.

PACS: **75.45.+j** Macroscopic quantum phenomena in magnetic;  
72.15.Gd Galvanomagnetic and other magnetotransport effects;  
72.15.Nj Collective modes (e.g., in one-dimensional conductors).

Keywords: de Haas van Alphen effect, diamagnetic domains, muon spin rotation spectroscopy.