

# Высокотемпературные квантовые размерные осцилляции проводимости в тонких металлических пленках

И.В. Козлов

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: kozlov@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 17 июня 2003 г., после переработки 11 июля 2003 г.

Методом Кубо вычислена продольная электропроводность тонкой проводящей пленки при наличии электронной и дырочной групп носителей заряда в условиях пространственного квантования их движения. Показано, что в случае упругого рассеяния на примесях имеют место квантовые высокотемпературные осцилляции проводимости, слабочувствительные к температурному размытию уровня Ферми.

Методом Кубо обчислено поперечною електропровідність тонкої провідної плівки при наявності електронної та дірочної груп носіїв заряду в умовах просторового квантування їх руху. Показано, що у випадку пружного розсіяння на домішках мають місце квантові высокотемпературні осциляції провідності, слабчутливі до температурного розмиття рівня Фермі.

PACS: 73.61.-r

## 1. Введение

Квантовый размерный эффект (КЭР) в тонких пленках относится к числу хорошо изученных как экспериментально, так и теоретически (см. [1] и приведенные там ссылки). Несмотря на это, некоторые экспериментально наблюдаемые явления не нашли исчерпывающего теоретического объяснения. Так, экспериментальные исследования КЭР на висмуте [2–5] свидетельствуют о существовании квантовых размерных осцилляций проводимости при  $T \gg \Delta E$  ( $\Delta E$  — расстояние между соседними подзонами, образованными размерным квантованием,  $T$  — температура в энергетических единицах), в то время как теоретический расчет (см. [6,7]) предсказывает их сильное ослабление. Интересно, что подобная ситуация возникает также в случае магнитного квантования, о чем свидетельствует серия экспериментальных исследований эффекта Шубникова–де Гааза (ШдГ) на висмуте (см. [8–10] и ссылки к ним). Эти высокотемпературные осцилляции не удается объяснить в рамках обычной теории эффекта ШдГ (см., например, [11]).

Рассматриваемый далее механизм возникновения квантовых высокотемпературных осцилляций (КВТО) при наличии упругого рассеивающего потенциала был предложен в работе [12] для полупроводников, помещенных в квантующее магнитное поле, и состоит в следующем. В случае двух долин плотность электронных состояний имеет особенность при значениях энергии, соответствующих дну какой-либо подзоны (т.е. точке подзоны с наименьшим значением энергии для электронной долины и наибольшим — для дырочной). Интенсивность междолинного рассеяния существенно возрастает при совпадении энергий, соответствующих дну некоторых двух подзон в разных долинах. Данное условие максимума интенсивности рассеяния будет чувствительным к изменению положения подзон. При изменении условий квантования (т.е. величины магнитного поля в случае квантования магнитным полем или толщины образца в случае КЭР) подзоны из разных долин будут сдвигаться по энергетической шкале с разной скоростью, периодически «догоняя» друг друга. В случае долин с разным знаком носителей заряда подзоны будут сдвигаться в противополо-

ложных направлениях. Разумеется, условие должно выполняться в области температурного размыва уровня Ферми.

Данный механизм также использован для объяснения высокотемпературных осцилляций в висмуте в квантующем магнитном поле (в работах [13–15] изучен случай двух долин с разными знаками носителей заряда) и в случае квазидвумерного закона дисперсии [16,17].

### 2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкую металлическую пленку с зеркальными гранями,  $z = 0$  и  $z = L_z$ , и двумя группами носителей заряда: электронной и дырочной. Для простоты будем считать, что поверхность Ферми состоит из двух полостей с квадратичным законом дисперсии в каждой, т.е. энергия  $\epsilon$  носителей заряда в электронной  $\epsilon_e$  и дырочной  $\epsilon_h$  долинах равна:

$$\begin{aligned} \epsilon_e &= \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_e} + \alpha_e n^2, \\ \epsilon_h &= \epsilon_{\Pi} - \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_h} - \alpha_h n^2, \end{aligned} \quad (1)$$

$m_{e,h}$  — массы электронов и дырок соответственно,  $\epsilon_{\Pi}$  — величина перекрытия зоны,

$$\alpha_{e,h} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{e,h} L_z^2}.$$

Будем учитывать только рассеяние на короткодействующей примеси, эффективный радиус которой много меньше длины волны де Бройля электрона на поверхности Ферми, и полагать, что примесные центры равномерно распределены по объему пленки с концентрацией  $n_{\text{imp}}$ . Для простоты будем считать, что матричные элементы оператора потенциала примеси, ответственные за переходы внутри электронной, дырочной групп и междолинных переходы, совпадают по порядку величины, т.е.

$$\hat{V}_{ee} \simeq \hat{V}_{hh} \simeq \hat{V}_{eh}. \quad (2)$$

Различие данных величин в несколько раз качественно не повлияет на результат, а скажется только на отношении амплитуд различных мод осцилляций, сохраняя качественную картину КЭР.

### 3. Электропроводность при нулевой температуре

Запишем выражение для проводимости в виде [18]

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{2\pi\hbar}{T} e^2 \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dE f^0(E) (1 - f^0(E)) \langle \text{Sp} \hat{v}_x \delta(\hat{H} - E) \hat{v}_x \delta(\hat{H} - E) \rangle_{\text{imp}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $f^0(E)$  — функция распределения Ферми–Дирака,  $\hat{H} = \hat{\epsilon} + \sum_i V(\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{R}_i)$  — оператор энергии с

учетом примеси (вклад примеси в оператор энергии равен сумме потенциалов отдельных примесных центров, расположенных случайным образом в точках  $\mathbf{R}_i$ ), в Sp производится суммирование по одноэлектронному полному квантовому набору  $(n, P_x, P_y)$ , угловыми скобками обозначено усреднение по распределению примесных центров.

При усреднении по распределению примесных центров используется стандартная диаграммная техника, приведенная, например, в [19] или более подробно для случая упругой примеси в [20]. Простые оценки показывают, что в выражении (3) вкладом, содержащими «перекрестные» диаграммы (см. рис. 1, б), можно пренебречь [20]. Также пренебрежимо малым оказывается вклад выражений вида в на рис. 1, содержащих оператор скорости между операторами примесного потенциала, порожденными одним и тем же примесным центром (вкладом можно пренебречь после усреднения выражения по координате примеси). Это позволяет заменить усредняемое по распределению примесных центров произведение дельта-функций, входящее в выражение (3), на произведение уже усредненных величин:

$$\begin{aligned} \langle \hat{v}_i \delta(\hat{H} - E) \hat{v}_j \delta(\hat{H} - E) \rangle_{\text{imp}} &= \\ &= \hat{v}_i \langle \delta(\hat{H} - E) \rangle_{\text{imp}} \hat{v}_j \langle \delta(\hat{H} - E) \rangle_{\text{imp}}. \end{aligned}$$

Последние могут быть представлены в виде  $\langle \delta(\hat{H} - E) \rangle_{\text{imp}} = \frac{i}{2\pi} (\hat{G}_V^+(E) - \hat{G}_V^-(E))$ , где

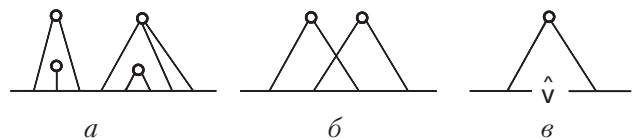


Рис. 1. Пример диаграммы, учитываемой при усреднении по распределению примесных центров (а); «перекрестная» диаграмма (б); в диаграмме в оператор скорости приводит к исчезновению соответствующего вклада после усреднения по расположению примесного центра.

$$\hat{G}_V^\pm(E) = \left\langle \frac{1}{E - \hat{H} \pm i\delta} \right\rangle_{\text{imp}} = \frac{1}{E - \hat{\varepsilon} - \hat{\Sigma}^\pm(E)} \quad (4)$$

— полная функция Грина, величина  $\hat{\Sigma}(E) = \langle \hat{\Sigma}_R(E) \rangle_{\text{imp}}$ , по определению (см. [19,20]), есть усредненная по распределению примеси собственно энергетическая часть,

$$\hat{\Sigma}_R^\pm(E) = \hat{V}_R + \hat{V}_R \hat{G}_V^\pm(E) \hat{V}_R + \dots, \quad (5)$$

$\hat{V}_R$  — оператор потенциала отдельного примесного центра в точке  $\mathbf{R}$ ,

$$\hat{G}^\pm(E) = \frac{1}{E - \hat{\varepsilon} \pm i\delta} \quad (6)$$

— функция Грина без учета примеси.

При вычислении ряда (5) можно использовать аналогию с выражением для  $\hat{T}^\pm$ -оператора:

$$\hat{T}_R^\pm(E) = \hat{V}_R + \hat{V}_R \hat{G}^\pm(E) \hat{V}_R + \dots \quad (7)$$

Из явного вида функции Грина (4), (6) следует, что имеет место соотношение  $\hat{G}_V^\pm(E) = \hat{G}^\pm(E - \hat{\Sigma}^\pm(E))$ . Тогда величину  $\hat{\Sigma}_R^\pm(E)$  можно выразить через уравнение

$$\hat{\Sigma}_R^\pm(E) = \hat{T}_R^\pm(E - \Sigma^\pm(E)). \quad (8)$$

При решении уравнения (8) можно считать диагональным оператор  $\hat{\Sigma}^\pm(E) = \Sigma^\pm(E) \hat{I}$ , где  $\hat{I}$  — единичный оператор.

Для оператора  $\hat{T}^\pm(E)$  справедливо выражение, предложенное в работе [21] (с поправкой на вид спектра (1)):

$$T_{\nu\mu}^\pm(E) = t^\pm(E) \varphi_\nu^*(\mathbf{R}) \varphi_\mu(\mathbf{R}), \quad (9)$$

$$t^\pm(E, \mathbf{R}) = \frac{S}{1 - S G_q^\pm(E, Z)},$$

где  $\mathbf{R} = (X, Y, Z)$  — координата примесного центра,

$$\varphi_\nu(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi\hbar} \sqrt{\frac{2}{L_z}} e^{\frac{i}{\hbar} P_x x} e^{\frac{i}{\hbar} P_y y} \sin\left(\frac{\pi n z}{L_z}\right), \quad (10)$$

$$\nu = (n, P_x, P_y),$$

— собственная волновая функция невозмущенного оператора энергии  $\hat{\varepsilon}$ ,

$$S = \int V(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (11)$$

— перенормированная сила примеси (см. [16,21]),  $\psi_0(\mathbf{r})$  определяется уравнением Дайсона

$$\psi_0(\mathbf{r}) = 1 + \int G_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \psi_0(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}',$$

$V(\mathbf{r})$  — потенциал примеси,  $G_q^\pm(E, Z)$  — функция Грина за вычетом сингулярного вклада  $G_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sim 1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  и определяется равенством в координатном представлении

$$\begin{aligned} G^\pm(E; \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \sum_{\nu} \frac{\varphi_\nu(\mathbf{r}) \varphi_\nu^*(\mathbf{r}')}{E - \varepsilon_\nu \pm i\delta} = \\ &= G_{\text{cl}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + G_q^\pm(E, Z) \end{aligned} \quad (12)$$

(величина  $G_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  равна вещественной части функции Грина  $G^\pm(E; \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  (6) без учета квантования,  $L_z \rightarrow \infty$  [21]). В рассматриваемом случае короткодействующей примеси зависимостью  $G_q^\pm(E; \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  от  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  можно пренебречь, но в отличие от случая магнитного квантования, рассматриваемого в работе [21], появляется зависимость от  $z$ -компоненты координаты  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ .

Из определения функции Грина следует, что

$$G_q^\pm(E, z) = G_e^\pm(E, z) + G_h^\pm(E, z), \quad (13)$$

где индексы  $e, h$  означают, что суммирование в (12) производится только по электронной и дырочной долинам соответственно. Учитывая явный вид энергетического спектра (1) и определение функции Грина, можно записать  $G_h^\pm(E, z) = -G_e^\pm(\varepsilon_{\text{II}} - E, z)|_{e \rightarrow h}$ . После подстановки в выражение (12)  $\varphi_\nu(\mathbf{r})$  в явном виде (10) и применения формулы Пуассона (расходящийся вклад нулевой гармоники перенормируется  $G_{\text{cl}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ ) можно получить

$$\begin{aligned} G_e^\pm(E, z) &= \mp \frac{2\pi^2 i m_e}{L_z (2\pi\hbar)^2} \sqrt{\frac{E}{\alpha_e}} \left[ 1 \mp 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{i}{\sqrt{E} \beta_0^e} e^{\pm i \beta_0^e \sqrt{E}} \pm \right. \\ &\left. \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{i}{\sqrt{E} |\beta_z^e|} e^{\pm i |\beta_z^e| \sqrt{E}} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\beta_0^{e,h} = 2\pi k / \sqrt{\alpha_{e,h}}$ ,  $\beta_z^{e,h} = (2\pi / \sqrt{\alpha_{e,h}})(k + z/L_z)$ .

При переходе к  $\Sigma^\pm(E)$  нужно произвести усреднение  $\hat{T}_R^\pm(E)$  по  $Z$ -координате примесного центра. Ряд в формуле (14) содержит сингулярность по  $z$ , поэтому при разложении по малому параметру  $1/n_F \sim \sqrt{\alpha_e}/\varepsilon_F$ ,  $\sqrt{\alpha_h}/(\varepsilon_{\text{II}} - \varepsilon_F) \ll 1$  ( $n_F$  — наивысший номер подзоны, пересекающей поверхность Ферми) удобнее оставить сингулярную часть в знаменателе выражения (9). Недиagonальные матричные элементы оператора  $T_{\mu\nu}^\pm(E)$  после усреднения по  $Z$  в  $1/n_F$  раз меньше диагональных как для монотонной, так и для осциллирующей части, ими можно пренебречь. При решении уравнения (8) достаточно ограничиться приближением  $\hat{\Sigma}_R^\pm(E) \approx \hat{T}_R^\pm(E - \Sigma_{\text{cl}}^\pm)$ , где  $\Sigma_{\text{cl}}^\pm$  — неквантовая, монотонная

часть  $\Sigma^\pm(E)$ , так как последующие члены разложения малы по параметру  $\hbar/\tau\varepsilon_F$ ,  $\hbar/\tau(\varepsilon_\Pi - \varepsilon_F) \ll 1$ . В уравнении для проводимости  $\text{Re } \Sigma_{\text{cl}}$  будет учтена простой перенормировкой  $\varepsilon_F$ :

$$\varepsilon_F \Rightarrow \tilde{\varepsilon}_F = \varepsilon_F - \text{Re } \Sigma^\pm(\tilde{\varepsilon}_F) \quad (15)$$

(как показано в [20,22]). В дальнейшем под  $\varepsilon_F$  будем понимать именно последнюю, перенормированную величину. К появлению дингловского множителя приводит  $\text{Im } \Sigma_{\text{cl}}^\pm$  в аргументе  $T$ -матрицы.

Рассмотрим выражение (3) при  $T = 0$  с учетом перенормировки  $\varepsilon_F$  (15). После некоторых преобразований примесный потенциал будет входить в выражение (3) только в виде комбинации

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{i}{\hbar} [\Sigma^+(E) - \Sigma^-(E)], \quad (16)$$

играющей роль времени релаксации (что, с учетом принятых приближений, совпадает с методом квантового кинетического уравнения [22]).

Осцилляции проводимости, не связанные с рассеянием на примеси (т.е. осцилляции, выживающие при замене в выражении для проводимости  $\tau(E)$  на константу), возникающие при вычислении  $\text{Sp}$  в формуле (3), имеют ту же частоту, что и в (16), но существенно меньшую амплитуду, которая после вычисления (3) по порядку величины в  $1/n_F^2$  меньше монотонной части проводимости и их можно не учитывать. Причиной малости служит то обстоятельство, что в выражение (3) под символом  $\text{Sp}$  входит оператор скорости  $\hat{v}_x$ , собственные значения которого близки к нулю в окрестности точек  $\mathbf{p} = (0,0,\pm p_F)$ , определяющих частоту осцилляций. Таким образом, выражение (3) можно заменить его классическим аналогом, учитывая квантование только при вычислении выражения (16). При  $T = 0$  проводимость будет пропорциональна времени релаксации:

$$\sigma_{xx} \sim \tau(\varepsilon_F). \quad (17)$$

Чтобы результирующее выражение для проводимости было менее громоздким, ограничимся только предельным случаем слабой примеси с амплитудой рассеяния, много меньшей длины волны де Бройля на уровне Ферми. Тогда

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{\tau_0} \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} R_k^e(E) + \sum_{k=1}^{\infty} R_k^h(E) \right), \quad (18)$$

где

$$R_k^e(E) = \frac{1}{2\pi k} \sqrt{\frac{\alpha_e}{E}} \exp\left(-\frac{\pi k \hbar}{2\tau_0 \sqrt{\alpha_e E}}\right) \sin\left(2\pi k \sqrt{\frac{E}{\alpha_e}}\right), \quad (19)$$

$$R_k^h(E) = \frac{1}{2\pi k} \sqrt{\frac{\alpha_h}{\varepsilon_\Pi - E}} \times \exp\left(-\frac{\pi k \hbar}{2\tau_0 \sqrt{\alpha_h (\varepsilon_\Pi - E)}}\right) \sin\left(2\pi k \sqrt{\frac{\varepsilon_\Pi - E}{\alpha_h}}\right).$$

Из сделанных ранее допущений следует, что  $\sum_{k=1}^{\infty} R_k^{e,h} \sim 1/n_F \ll 1$ , т.е. осциллирующая часть времени релаксации много меньше классической, равной  $\tau_0$ . Таким образом, выражение для проводимости можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma^{\text{cl}} \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} R_k^e(\varepsilon_F) + \sum_{k=1}^{\infty} R_k^h(\varepsilon_F) \right)^{-1} \approx \\ &\approx \sigma^{\text{cl}} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} R_k^e(\varepsilon_F) - \sum_{k=1}^{\infty} R_k^h(\varepsilon_F) + \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{k,l=1}^{\infty} R_k^e(\varepsilon_F) R_l^h(\varepsilon_F) \right), \quad (20) \end{aligned}$$

где во втором порядке малости по  $1/n_F$  оставлены только вклады, ответственные за КВТО,  $\sigma^{\text{cl}}$  — классическая часть проводимости  $\sigma_{xx}$ .

#### 4. Электропроводность при конечной температуре

Функция распределения Ферми — Дирака входит в выражение для проводимости (3) только в виде комбинации

$$\frac{1}{T} f^0(E)(1 - f^0(E)) = -\frac{\partial f^0(E)}{\partial E}.$$

Таким образом, можно записать

$$\sigma_{xx} = \int \left(-\frac{\partial f^0(E)}{\partial E}\right) F(E) dE, \quad (21)$$

где  $F(E)$  — некоторая функция от  $E$ , не зависящая от  $T$ . При  $T = 0$

$$\sigma_{xx}|_{T=0} = F(\varepsilon_F), \quad (22)$$

что позволяет по зависимости проводимости (20) от  $\varepsilon_F$  получить явный вид  $F(E)$ . После чего остается подставить его в выражение (21), вычисление которого даст температурную зависимость проводимости. Приведенный вывод аналогичен расчету температурной зависимости термодинамического потенциала  $\Omega$  в [11].

Неклассическая часть проводимости при  $T = 0$  в формуле (20) ведет себя как осциллирующая функция  $\varepsilon_F$ . При некотором значении  $\varepsilon_F = E_{k,l}$ ,

$$E_{k,l} = \varepsilon_{\Pi} \frac{\alpha_h k^2}{\alpha_h k^2 + \alpha_e l^2}, \quad (23)$$

выполняется условие  $k\Delta E_h^F = l\Delta E_e^F$ , где  $k, l$  – целые числа. Здесь

$$\Delta E_e^F = 2\sqrt{\varepsilon_F \alpha_e}, \quad \Delta E_h^F = 2\sqrt{(\varepsilon_{\Pi} - \varepsilon_F) \alpha_h} \quad (24)$$

– расстояние в электронной и дырочной долинах между соседними подзонами, положение дна которых близко к уровню Ферми. То есть при  $\varepsilon_F = E_{k,l}$  частота осцилляций проводимости (для одной из гармоник) как функции  $\varepsilon_F$  обращается в нуль, что приводит к более мягкой, чем экспоненциальная, температурной зависимости. При вычислении температурной зависимости проводимости будем различать два предельных случая: уровень энергии  $E_{k,l}$  находится далеко за пределами температурного размытия уровня Ферми, что позволяет пренебречь неэквидистантностью энергетического спектра, и обратный предельный случай с  $|E_{k,l} - \varepsilon_F| \ll T$ , когда неэквидистантность определяет область значений энергии, вносящую основной вклад в интеграл (21). Подставляя выражение для проводимости (20) в интеграл (21), получаем

$$\sigma_{xx} = \sigma^{cl} + \sigma^h + \sigma^e + \sum_{k,l=1}^{\infty} (\sigma_{k,l}^- + \sigma_{k,l}^+), \quad (25)$$

где  $\sigma^{cl}$  – монотонная часть проводимости,

$$\begin{aligned} \sigma^e = & -\sigma_{xx}^{cl} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi k} \sqrt{\frac{\alpha_e}{\varepsilon_F}} \Psi\left(\frac{2\pi^2 k T}{\Delta E_e^F}\right) \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\pi k \hbar}{\tau_0 \Delta E_e^F}\right) \sin\left(2\pi k \sqrt{\frac{\varepsilon_F}{\alpha_e}}\right), \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^h = & -\sigma_{xx}^{cl} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi k} \sqrt{\frac{\alpha_h}{\varepsilon_{\Pi} - \varepsilon_F}} \Psi\left(\frac{2\pi^2 k T}{\Delta E_h^F}\right) \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\pi k \hbar}{\tau_0 \Delta E_h^F}\right) \sin\left(2\pi k \sqrt{\frac{\varepsilon_{\Pi} - \varepsilon_F}{\alpha_h}}\right). \quad (27) \end{aligned}$$

Выражения (26), (27) согласуются с результатами работ [6,7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{k,l}^{\pm} = & \mp \sigma^{cl} \frac{1}{4\pi^2 k l} \sqrt{\frac{\alpha_e}{\varepsilon_F}} \sqrt{\frac{\alpha_h}{\varepsilon_{\Pi} - \varepsilon_F}} \times \\ & \times \Psi\left(2\pi^2 T \left(\frac{k}{\Delta E_e^F} \mp \frac{l}{\Delta E_h^F}\right)\right) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left(-\frac{\pi k \hbar}{\tau_0} \left(\frac{k}{\Delta E_e^F} + \frac{l}{\Delta E_h^F}\right)\right) \times \\ & \times \cos\left(2\pi \sqrt{\frac{\varepsilon_F}{\alpha_e}} \pm 2\pi l \sqrt{\frac{\varepsilon_{\Pi} - \varepsilon_F}{\alpha_h}}\right), \quad (28) \end{aligned}$$

где

$$\Psi(x) = \frac{x}{\text{sh } x}.$$

Выражения для  $\sigma^{e,h}$  и  $\sigma_{k,l}^-$  (26)–(28) приведены для любых  $T$ , вклад  $\sigma_{k,l}^+$  определяется выражением (28), если выполнено хотя бы одно из двух условий:

$$T \ll |E_{k,l} - \varepsilon_F|, \quad (29)$$

$$T \ll \min\{\alpha_e^{1/4} E_{k,l}^{3/4}, \alpha_h^{1/4} (\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l})^{3/4}\}. \quad (30)$$

Условие (30) описывает область вблизи  $T = 0$ , где температурной зависимостью  $\sigma_{k,l}^+$  можно пренебречь.

В противоположном случае, когда выполняется условие

$$T \gg |E_{k,l} - \varepsilon_F| \quad (31)$$

и по крайней мере одно из неравенств

$$T \gg \alpha_e^{1/4} E_{k,l}^{3/4}, \quad T \gg \alpha_h^{1/4} (\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l})^{3/4}, \quad (32)$$

выражение для  $\sigma_{k,l}^+$  имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{k,l}^+ = & -\sigma^{cl} \frac{1}{8\pi^2 k l T} \sqrt{\frac{\alpha_e}{\varepsilon_{k,l}}} \sqrt{\frac{\alpha_h}{\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l}}} \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{k/\sqrt{\alpha_e E_{k,l}^3} + l/\sqrt{\alpha_h (\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l})^3}}} \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\pi \hbar}{2\tau_0} \left(\frac{k}{\sqrt{\alpha_e E_{k,l}}} + \frac{l}{\sqrt{\alpha_h (\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l})}}\right)\right) \times \\ & \times \cos\left(2\pi k \sqrt{\frac{E_{k,l}}{\alpha_e}} + 2\pi l \sqrt{\frac{\varepsilon_{\Pi} - E_{k,l}}{\alpha_h}} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (33) \end{aligned}$$

Частота осцилляций вкладов (26)–(28), как и в случае  $T = 0$ , определяется  $\tau(\varepsilon_F)$  (однако коэффициенты пропорциональности в формуле (17) при  $T \neq 0$  будут различными для разных гармоник). Частота осцилляций вклада (33) определяется  $\tau(E_{k,l})$  и не обязана быть комбинацией частот низкотемпературных вкладов (26), (27).

В формулах (25)–(28), (33) и условиях (29), (31) можно ограничиться случаем малых  $k, l$ , так

как с их увеличением квантовые осцилляции экспоненциально подавляются фактором Дингла.

### Выводы

Показано, что наличие упругой короткодействующей примеси может привести к появлению высокотемпературных осцилляций.

В отличие от случая долин с одинаковым типом носителей заряда, когда КВТО следует ожидать только при близких к кратным значениям  $\Delta E$  на уровне Ферми, в случае носителей заряда двух типов высокотемпературный характер осцилляций проявляется при любых значениях  $\Delta E_e$  и  $\Delta E_h$ , достигая максимальной амплитуды при кратных значениях. Действительно, наличие электронной и дырочной долин приводит к различию знаков в температурном множителе и аргументе косинуса формулы (28), т.е. вклад  $\sigma_{kl}^+$  будет одновременно и более высокотемпературным, и высокочастотным по сравнению с вкладами (26), (27) (как и в случае магнитного квантования, см. работы [13–15]). В случае двух групп носителей заряда одного типа указанные знаки будут совпадать и высокотемпературные осцилляции будут низкочастотными (см. [16] для случая магнитного квантования, где роль двух групп носителей заряда играют области вблизи экстремальных сечений).

Условие кратности  $l\Delta E_e = k\Delta E_h$  из-за неэквидистантности размерно-квантованного энергетического спектра может быть выполнено только в области импульсного пространства, которая характеризуется энергией  $E_{kl}$ . Последняя, наряду с  $\epsilon_F$ , может определять частоту, амплитуду размерных осцилляций и характер температурной зависимости электропроводности. При этом частота КВТО не обязана быть комбинацией частот низкотемпературных мод осцилляций.

Автор благодарен проф. В.Г. Песчанскому за ценные замечания, определившие ключевые моменты работы, и О.В. Кириченко за постоянное внимание к работе и ценные дискуссии. Автор обязан Ю.Ф. Комнику пониманием состояния дел в обильном экспериментальном материале и выбором задачи.

1. Ю.Ф. Комник, *Физика металлических пленок. Размерные и структурные эффекты*, Атомиздат, Москва (1979).
2. Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб, *ЖЭТФ* **54**, 63 (1968).
3. Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб, Ю.В. Никитин, В.В. Андриевский, *ЖЭТФ* **60**, 669 (1971).

4. Н.А. Combet and J.Y. Le Traon, *Solid State Commun.* **6**, 85 (1968).
5. J.Y. Le Traon and Н.А. Combet, *J. Phys.* **30**, 419 (1969).
6. В.Б. Сандомирский, *ЖЭТФ* **52**, 158 (1967).
7. И.О. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **5**, 423 (1967).
8. Ю.А. Богод, В.Б. Красовицкий, В.Г. Герасимечко, *ЖЭТФ* **66**, 1362 (1974).
9. Ю.А. Богод, В.Б. Красовицкий, Е.Т. Лемешевская, *ФНТ* **9**, 832 (1983).
10. В.Б. Красовицкий, В.В. Хоткевич, А.Г.М. Янсен, П. Видер, *ФНТ* **25**, 903 (1999).
11. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Мир, Москва (1986).
12. В.Л. Гуревич, *Письма в ЖЭТФ* **5**, вып. 8, 260 (1967).
13. В.М. Поляновский, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 108 (1987).
14. В.М. Поляновский, *УФЖ* **33**, 1575 (1988).
15. В.М. Поляновский, *УФЖ* **34**, 459 (1989).
16. О.В. Кириченко, И.В. Козлов, *ФНТ* **28**, 509 (2002).
17. M.V. Kartsovnik, P.D. Grigoriev, W. Biberacher, N.D. Kuschch, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 126802 (2002).
18. R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 570 (1957); *Вопросы квантовой теории необратимых процессов*, В.Л. Бонч-Бруевич (ред.), Изд. иностр. лит., Москва (1961), с. 39.
19. А.А. Абрикосов, А.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
20. S. Doniach and E.H. Sondheimer, *Green's Functions for Solid State Physicists*, Imperial College Press, London (1998).
21. В.Г. Скобов, *ЖЭТФ* **39**, 689 (1960).
22. В.В. Андреев, А.М. Косевич, *ЖЭТФ* **43**, 1061 (1962).

### High-temperature quantum size oscillations of conductivity in thin metal films

I.V. Kozlov

Longitudinal electrical conductivity of a thin film with electron and hole groups of charge carriers has been calculated by the Kubo method under conditions of spatial quantization of their motion. It is shown that in the case of elastic scattering by impurities there occur quantum high temperature oscillations of the conductivity weakly sensitive to the temperature smearing of Fermi level.