

О квантовых осцилляциях коэффициента поглощения звука в слоистых проводниках

О.В. Кириченко¹, Д. Крстовска², В.Г. Песчанский¹

¹Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kirichenko@ilt.kharkov.ua

²Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Physical Institute
P.O. Box 162, 1000, Skopje, Republic of Macedonia

Статья поступила в редакцию 1 августа 2003 г.

Рассмотрено затухание поперечной звуковой волны в слоистом проводнике с квазидвумерным законом дисперсии носителей заряда в квантующем магнитном поле. Проанализирована осцилляционная зависимость коэффициента затухания звука от величины обратного магнитного поля и выявлена роль джоулевых потерь в поглощении энергии звуковой волны электронами при различных ориентациях магнитного поля относительно плоскости слоев.

Розглянуто загасання поперечної звукової хвилі в шаруватому провіднику з квазідвовимірним законом дисперсії носіїв заряду у квантуючому магнітному полі. Проаналізовано осциляційну залежність коефіцієнта загасання звуку від величини зворотнього магнітного поля і виявлено роль джоулевих втрат у поглинанні енергії звукової хвилі електронами при різних орієнтаціях магнітного поля щодо площини шарів.

PACS: 72.55.+s

Проявление специфики квазидвумерного закона дисперсии носителей заряда в слоистом проводнике приводит к своеобразным эффектам в распространении звуковых волн при низких температурах в сильном магнитном поле \mathbf{H} , когда время свободного пробега носителей заряда τ значительно превышает период обращения $2\pi/\Omega$ электрона по замкнутой орбите в магнитном поле.

В слоистом проводнике продольная звуковая волна затухает очень слабо, если волновой вектор \mathbf{k} и вектор \mathbf{H} направлены вдоль нормали к слоям. Высокая акустическая прозрачность проводника в такой геометрии опыта связана с тем, что джоулевы потери незначительны, а потери энергии, связанные с перенормировкой энергии носителей заряда (деформационный механизм поглощения), пропорциональны квадрату малого параметра квазидвумерности η электронного энергетического спектра [1,2]. Даже при небольшом отклонении от нормали к слоям магнитного поля или волнового вектора продольного звука роль джоулевых потерь существенно возрастает.

В отличие от случая продольного звука, при распространении звуковых волн поперечной поляризации джоулевы потери существенны при любой ориентации векторов \mathbf{k} и \mathbf{H} относительно слоев в широкой области магнитных полей.

Если температурное размытие T фермиевской функции распределения носителей заряда значительно меньше расстояния $\Delta\epsilon = \hbar\Omega$ между квантованными уровнями энергии Ландау, то все термодинамические и кинетические характеристики проводника, включая и коэффициент поглощения звука Γ [3,4], осциллируют с изменением $1/H$. Периоды этих осцилляций определяются площадями экстремальных сечений поверхности Ферми, а амплитуды содержат в себе информацию об эффективных циклотронных массах электронов на экстремальных сечениях.

Рассмотрим затухание поперечной звуковой волны в слоистом проводнике, помещенном в квантующее магнитное поле, в случае, когда

$$T \ll \hbar\Omega \ll \eta\mu, \quad (1)$$

где μ – химический потенциал электронов.

Ради краткости вычислений воспользуемся законом дисперсии носителей заряда в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} - \eta v_0 \frac{\hbar}{a} \cos \frac{ap_z}{\hbar}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{p} , m – квазиимпульс и масса электрона, $v_0 = (2\varepsilon_F/m)^{1/2}$ – характерная скорость его движения вдоль слоев; a – расстояние между слоями, а параметр квазидвумерности η много меньше единицы.

Хотя зависимость энергии носителей заряда от их квазиимпульса в органических слоистых проводниках является более сложной, однако использование модельного вида закона дисперсии (2) позволяет полностью прояснить зависимость коэффициента затухания звука от величины магнитного поля и ориентации векторов \mathbf{k} и \mathbf{H} . Обобщение на случай квазидвумерного спектра произвольного вида не представляет труда и приводит лишь к уточнению численных множителей порядка единицы в выражении для Γ .

Звуковая волна, распространяющаяся в проводнике, приводит к перенормировке энергии носителей заряда [5]:

$$\delta\varepsilon = \lambda_{ik}(\mathbf{p})u_{ik}. \quad (3)$$

Здесь u_{ik} – тензор деформации, а λ_{ik} – компоненты тензора деформационного потенциала, взятые с учетом сохранения числа носителей заряда.

Квазидвумерный характер спектра носителей заряда находит отражение в анизотропии деформационного потенциала. Деформационное взаимодействие электронов со звуковой волной, распространяющейся по нормали к слоям либо поляризованной вдоль нее, ослаблено. Если компоненты тензора λ_{ik} с $i, k \neq z$ по порядку величины совпадают с энергией Ферми, то компоненты деформационного потенциала, у которых хотя бы один из индексов равен z , можно представить в виде [6]

$$\lambda_{ik} = \eta L_{ik} \varepsilon_F \cos \frac{ap_z}{\hbar}, \quad (4)$$

где L_{ik} – числа порядка единицы.

Кроме деформационного взаимодействия с акустической волной, электроны испытывают воздействие поля электромагнитной волны, генерируемой звуком [7,8]. В системе отсчета, связанной с колеблющейся кристаллической решеткой, электрическое поле этой волны имеет вид

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E} - \frac{i\omega}{c} [\mathbf{uH}] + \frac{\mathbf{mu}\omega^2}{e}, \quad (5)$$

где ω – частота волны; \mathbf{u} – вектор смещения узлов кристаллической решетки; e – заряд электрона; c – скорость света. Электрическое поле \mathbf{E} удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \frac{4\pi i\omega}{c^2} \mathbf{j} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} \quad (6)$$

и условию непрерывности электрического тока в проводнике

$$\text{div } \mathbf{j} = 0. \quad (7)$$

В магнитном поле $\mathbf{H} = (0, H \sin \theta, H \cos \theta)$, отклоненном от нормали к слоям на угол θ , сечения поверхности Ферми плоскостью $p_H \equiv \mathbf{pH}/H = \text{const}$ замкнуты и не содержат точек самопересечения, если

$$|\theta| < \text{arctg } 1/\eta. \quad (8)$$

В этом случае уровни энергии электронов можно найти с помощью квазиклассического условия квантования

$$S(\varepsilon, p_H) = \frac{2\pi e\hbar H}{c} \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (9)$$

где $S(\varepsilon, p_H)$ – площадь, ограниченная электронной траекторией. Нетрудно убедиться, что в случае закона дисперсии (2) уровни энергии принимают вид

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \Omega_0 \cos \theta \sqrt{1 + \eta \frac{v_0 a m}{\hbar} \text{tg}^2 \theta \cos \zeta} - \eta \frac{v_0 \hbar}{a} \cos \zeta - \eta^2 \frac{m v_0^2 \text{tg}^2 \theta \sin^2 \zeta}{2 [1 + \eta (v_0 a m / \hbar) \text{tg}^2 \theta \cos \zeta]}, \quad (10)$$

где $\zeta = ap_H / (\hbar \cos \theta)$, $\Omega_0 = eH / mc$.

При температурах, низких по сравнению с температурой Дебая, затухание звука в проводящих ток кристаллах определяется в основном взаимодействием акустической волны с электронами проводимости. В квазиклассическом приближении коэффициент поглощения энергии звуковой волны в проводнике Γ можно представить в следующем виде [2]:

$$\Gamma = \frac{2}{\rho u^2 \omega^2 s} \frac{2eH}{c(2\pi\hbar)^2} \sum_n \int dp_H \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_n} \right) \frac{|\psi|^2}{\tau}. \quad (11)$$

Здесь ρ – плотность кристалла; s – скорость звука; τ – время свободного пробега носителей заряда; f_0 – фермиевская функция распределения; чертой обозначено усреднение по времени t движения электрона по квазиклассической замкнутой орбите в магнитном поле. Функция ψ , учитывающая

возбуждение электронной системы звуковой волной, может быть представлена в виде

$$\psi = \int_{-\infty}^t dt' [ev\tilde{\mathbf{E}} - i\omega\lambda_{ij}u_{ij}] \times \exp\{i\mathbf{k}[\mathbf{r}(t') - \mathbf{r}(t)] + \nu(t'-t)\}, \quad (12)$$

где $\nu = i\omega + 1/\tau$.

Рассмотрим звуковую волну с вектором смещения $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$, распространяющуюся в направлении нормали к слоям. Используя формулы (4), (11) и (12), а также уравнения движения заряда в магнитном поле

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} = \frac{eH}{c}(v_y \cos\theta - v_z \sin\theta), \quad (13)$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial t} = -\frac{eH}{c}v_x \cos\theta, \quad \frac{\partial p_z}{\partial t} = \frac{eH}{c}v_x \sin\theta \frac{\partial p_z}{\partial t},$$

нетрудно убедиться, что в области звуковых частот, где выполняется неравенство $kl\eta \ll 1$, коэффициент поглощения звука можно представить в виде

$$\Gamma = \frac{2}{\rho u^2 \omega^2 s} \frac{2eH\tau}{c(2\pi\hbar)^2} \sum_n \int dp_H \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_n} \right) \times \left\{ \left[\eta k \omega u L_{xz} \varepsilon_F J_0 \left(\frac{amv_0}{\hbar} \operatorname{tg} \theta \right) \cos \zeta \right]^2 + \frac{(e\gamma v_0)^2}{2 \cos^2 \theta} (|\tilde{E}_x|^2 + |\tilde{E}_y|^2) \right\}, \quad (14)$$

где J_0 — функция Бесселя, а параметр $\gamma = 1/(\Omega_0\tau) \ll 1$.

С помощью уравнений Максвелла (6), (7) трудно найти электрическое поля в проводнике, если предположить, что

$$\cos \theta \gg \gamma. \quad (15)$$

Это условие так же, как и неравенство (8), исключает из рассмотрения небольшую область углов θ вблизи $\theta = \pm\pi/2$, где магнитное поле почти параллельно плоскости слоев.

В основном приближении по малому параметру η компоненты электрического поля электромагнитной волны имеют вид

$$\tilde{E}_x = \frac{i\omega}{c} uH \cos^2 \theta \frac{i\beta\gamma}{\cos^2 \theta - (\beta\gamma)^2 - 2i\beta\gamma^2}, \quad (16)$$

$$\tilde{E}_y = -\frac{i\omega}{c} uH \cos \theta \frac{\cos^2 \theta - i\beta\gamma^2}{\cos^2 \theta - (\beta\gamma)^2 - 2i\beta\gamma^2},$$

где $\beta = (s\omega_p/c\omega)^2 \omega\tau$, ω_p — частота плазменных колебаний.

Воспользовавшись формулой суммирования Пуассона и заменив интегрирование по n интегрированием по энергии с помощью формулы (10), получим следующее выражение для осциллирующей с $1/H$ части коэффициента поглощения энергии звуковых волн:

$$\Gamma_{\text{osc}} = \frac{\Gamma_0}{kl} \left(\frac{\hbar\Omega_0 \cos\theta}{\eta\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{(kl\eta)^2}{2} \right) L_{xz}^2 J_0^2 \left(\frac{amv_0}{\hbar} \operatorname{tg} \theta \right) + F(\gamma, \theta) \right] \times \sum_N \frac{(-1)^N}{\sqrt{N}} \Psi(N\Lambda) \left[\cos \left(\frac{NcS_1}{2eH\hbar} - \pi/4 \right) + \cos \left(\frac{NcS_2}{2eH\hbar} + \pi/4 \right) \right]. \quad (17)$$

Здесь $\Gamma_0 = 2mN_c v_0 \omega / \rho s^2$, N_c — плотность электронов, $l = v_0\tau$, $\Phi(z) = z/\operatorname{sh} z$, $\Lambda = 2\pi^2 T / \hbar\Omega_0 \cos\theta$, а экстремальные значения площади сечения поверхности Ферми плоскостью $p_H = \text{const}$ имеют вид

$$S_{1,2} = \frac{2\pi m}{\cos\theta} \frac{\mu \pm \eta v_0 \hbar / a}{\sqrt{1 \mp \eta (amv_0/\hbar) \operatorname{tg}^2 \theta}}. \quad (18)$$

В квазидвумерном проводнике эти значения не сильно отличаются друг от друга, поэтому осцилля-

ции имеют вид сдвоенных пиков (дублетов) (рис. 1).

Слагаемые, содержащие множитель L_{xz} в формуле (17), описывают поглощение энергии звуковой волны, связанное с перенормировкой спектра электронов в колеблющейся решетке (деформационный механизм). Джоулевы потери определяются функцией $F(\gamma, \theta)$, которая имеет вид

$$F(\gamma, \theta) = \cos^2 \theta \frac{\cos^2 \theta + \beta^2 \gamma^2}{[\cos^2 \theta - (\beta\gamma)^2]^2 + \beta^2 \gamma^4}. \quad (19)$$

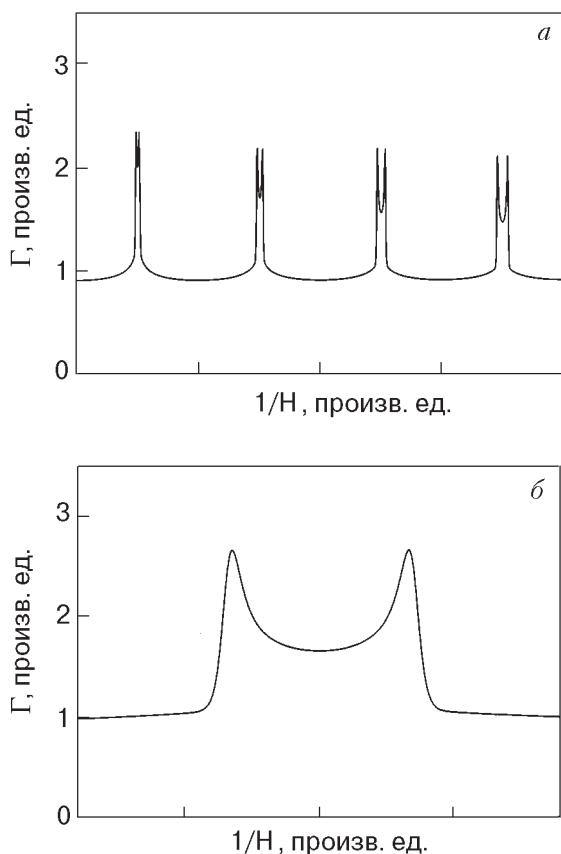


Рис. 1. Зависимость Γ от $1/H$ при $\theta = 0$, $\eta = 10^{-2}$, $\beta\gamma < 1$ в произв. единицах. Рисунки отличаются масштабом вдоль оси абсцисс.

Аналогичные слагаемые содержит и плавно меняющаяся с магнитным полем часть коэффициента поглощения

$$\Gamma_{\text{мон}} = \frac{\Gamma_0}{kl} \left[\frac{(kl\eta)^2}{2} L_{xz}^2 J_0^2 \left(\frac{amv_0}{\hbar} \text{tg } \theta \right) + F(\gamma, \theta) \right]. \quad (20)$$

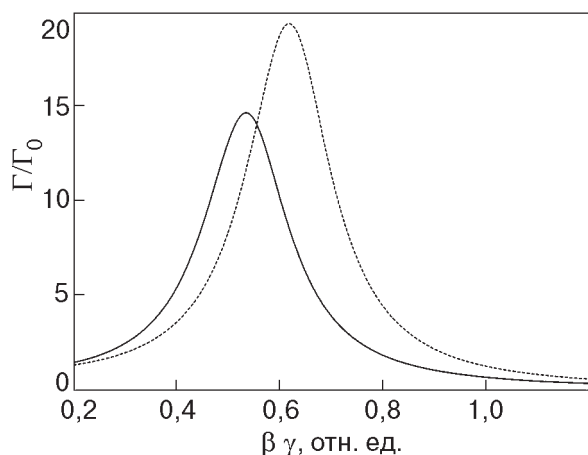


Рис. 2. Зависимость $\Gamma_{\text{мон}}$ при различных значениях углов θ .

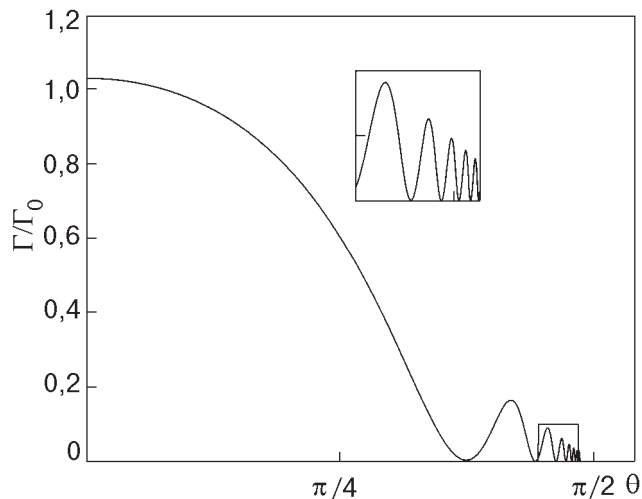


Рис. 3. Зависимость $\Gamma_{\text{мон}}$ от угла θ при $\beta\gamma \gg 1$ в относительных единицах.

Плотность носителей заряда в органических проводниках, интенсивно исследуемых в настоящее время, сравнима с плотностью электронов проводимости в обычных металлах, так что параметр β может быть много больше единицы. В достаточно сильном магнитном поле ($\beta\gamma < \cos \theta$) индукционный механизм затухания звуковой волны является основным, а при $\beta\gamma = \cos \theta$ на кривой поглощения должен наблюдаться пик, связанный с возбуждением в проводнике геликоидальной волны (рис. 2). Если же величина $\beta\gamma$ много больше единицы, то джоулевы потери невелики ($F(\gamma, \theta) = \cos^2 \theta / \beta^2 \gamma^2$) и возможна конкуренция между индукционным и деформационным механизмами поглощения звуковой энергии электронами. При достаточно больших углах отклонения магнитного поля от нормали к слоям коэффициент Γ испытывает периодические изменения с углом θ . В области, где $(\beta\gamma)^{-1} \approx kl\eta$, амплитуда этих осцилляций соизмерима с монотонно меняющейся с углом частью коэффициента поглощения (рис. 3).

Рассмотренные выше эффекты, специфичные для квазидвумерных проводников, вполне могут наблюдаться в области ультразвуковых частот $\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ в магнитных полях порядка десятка тесла.

1. О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский, *ФНТ* **27**, 1323 (2002).
2. О.В. Кириченко, О. Галбова, Д. Крстовска, Г. Ивановски, В.Г. Песчанский, *ФНТ* **29**, 812 (2003).
3. В.Л. Гуревич, В.Г. Скобов, Ю.Д. Фирсов, *ЖЭТФ* **40**, 786 (1961).
4. В.М. Гохфельд, С.С. Недорезов, *ЖЭТФ* **61**, 2041 (1971).
5. А.И. Ахиезер, *ЖЭТФ* **8** 1338 (1938).

6. О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский, *ФНТ* **25**, 1119 (1999).
7. А.В. Pippard, *Philos. Mag.* **46**, 1104 (1955).
8. А.И. Ахиезер, М.И. Каганов, Г.И. Любарский, *ЖЭТФ* **32**, 837 (1957).

On quantum oscillations of the sound attenuation coefficient in layered conductors

O.V. Kirichenko, D.Krstovska, and V.G. Peschansky

Attenuation of a transverse sound wave in a layered conductor with the quasi-two-dimensional dispersion law for charge carriers in a quantizing magnetic field is considered. The oscillation dependence of the sound attenuation coefficient on inverse magnetic field is analyzed. The role of Joule losses in the sound wave energy absorption is found out different orientations of the magnetic field with respect to the layer plane.