

**Фізико-технічний інститут низьких температур  
ім. Б.І.Веркіна  
Національної академії наук України**

Затверджено Вченою радою  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України  
31.10.2023 р., протокол № 9



Голова Вченої ради  
ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна  
НАН України  
чл.-кор НАН України

*(Signature)*

Ю.Г.Найдюк

«31» жовтня 2023 р.

**ПИТАННЯ**

**вступного іспиту до аспірантури (освітня програма  
«МАТЕМАТИКА»,  
третьої освітньо-наукової рівень вищої освіти)  
у ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України**

**I. ГЕОМЕТРІЯ ТА ТОПОЛОГІЯ**

1. Внутрішня геометрія поверхні. Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії.
2. Нормальна кривина поверхні у заданому напрямку. Середня та гаусова кривина поверхні.
3. Класи поверхонь: опуклі, сідлові, поверхні, що розгортаються, мінімальні поверхні, псевдосфера, як модель частини площини Лобачевського.
4. Поняття афінних, конформних, проєктивних перетворень.
5. Поняття топологічного простору. Компактність у топологічному просторі. Гомеоморфізми, топологічні інваріанти (приклади).
6. Характеристика Ейлера двовимірної замкненої поверхні.
7. Поняття топологічного многовиду, гладкі многовиди.

## II. ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

8. Визначення аналітичної функції. Умова Коші-Рімана.
9. Елементарні функції комплексної змінної та конформні відображення, що вони здійснюють.
10. Теорема Коші про інтеграл по замкненому контуру. Інтегральна формула Коші.
11. Принцип максимуму модуля аналітичних функцій.
12. Розклад аналітичних функцій у ряд Лорана. Класифікація ізольованих особливих точок.
13. Теорія лишків. Приклади застосування до обчислення інтегралів.
14. Гармонічні функції та їх властивості.
15. Цілі функції. Теорема Ліувілля. Мероморфні функції.

## III. ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ

16. Метричний простір. Збіжні та фундаментальні послідовності. Повнота. Принцип стискаючих відображень.
17. Спектральна теорема для унітарних та самоспряжених лінійних операторів в скінченномірному просторі.
18. Нормований простір. Банахів простір. Приклади. Простори  $L_p$ .
19. Визначення лінійного обмеженого оператора та функціонала. Приклади.
20. Теорема Хана-Банаха та її наслідки.
21. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха про зворотний оператор.
22. Спектр оператора. Резольвента.
23. Гільбертів простір та його геометрія. Ортогональні розклади у просторі Гільберта.
24. Самоспряжені та компактні оператори у гільбертовому просторі. Теорема Гільберта-Шмідта.
25. Визначення та основні властивості міри Лебега. Інтеграл Лебега.
26. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

#### IV. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

27. Основні поняття теорії ймовірностей: події, ймовірність, імовірнісний простір, незалежність.
28. Випадкова величина, математичне очікування, моменти випадкової величини.
29. Функція розподілу, щільність.
30. Збіжність послідовності випадкових величин за ймовірністю. Закон великих чисел.
31. Характеристична функція, її властивості, центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.

#### V. МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА

32. Класифікація лінійних рівнянь з частинними похідними другого порядку. Рівняння еліптичного, гіперболічного та параболічного типів.
33. Постановки крайових задач для рівняння Лапласа, означення їх класичних розв'язків. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теореми єдиності для внутрішньої та зовнішньої задачі Діріхле для рівняння Лапласа.
34. Означення та основні властивості об'ємного потенціалу та потенціалів простого та подвійного шару (без доведення). Теореми про розрив потенціалу подвійного шару та похідної за нормаллю потенціалу простого шару на границі області.
35. Теореми Фредгольма (без доведення) та їх застосування до дослідження граничних інтегральних рівнянь методу потенціалів (випадок внутрішніх та зовнішніх задач Діріхле та Неймана для розмірності більше 2).
36. Означення класичних розв'язків задачі Коші для однорідного рівняння теплопровідності. Формула Пуассона. Теорема існування та єдиності розв'язку.
37. Означення класичних розв'язків задачі Коші для однорідного хвильового рівняння на прямій. Метод хвиль, що розповсюджуються; формула Даламбера. Теорема існування та єдиності розв'язку.
38. Метод Фур'є для початково-крайових задач на відрізку для рівняння теплопровідності та хвильового рівняння. Теореми існування і єдиності розв'язку.
39. Означення слабких (варіаційних) розв'язків задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа. Теорема Лакса-Мілграма та її застосування до доведення існування слабого розв'язку задачі Діріхле для рівняння Лапласа в обмеженій області.



40. Означення слабких (варіаційних) розв'язків початково-крайової задачі Діріхле в обмеженій області. Метод Гальоркіна для доведення їх існування.

Гарант освітньої програми «Математика»,  
Керівник групи забезпечення спеціальностей на третьому (освітньо-науковому) рівні провадження освітньої діяльності з галузі знань 11 «Математика і статистика» зі спеціальності 111 «Математика»

д.ф.-м.н.



Шепельский Д.Г.