

## ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації **Афанасьєва Євгенія Володимировича «Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць»** на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

1. Дисертація Є.В. Афанасьєва *«Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць»* на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» є цілісною та завершеною науковою працею теоретичного характеру на актуальну тему, виконаною на високому математичному рівні.

Дисертацію підготовлено у Фізико-технічному інституті низьких температур ім. Б.І. Веркіна Національної академії наук України.

Тему дисертаційної роботи Є.В. Афанасьєва було затверджено на засіданні Вченої ради ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України (протокол № 9 від 13 грудня 2017 року).

Науковим керівником Є.В. Афанасьєва було призначено завідувача відділу математичної фізики ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, член-кореспондента НАН України, д.ф.-м.н. Щербину М.В. (наказ директора ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України № 90-ОД від 15 вересня 2017 року).

Дослідження, які склали основу дисертаційної роботи, проводились згідно з науково-дослідною темою *«Матричні та диференціальні оператори та їх застосування у квантовій інформатиці, інтегрованих системах та статистичній фізиці»* (номер державної реєстрації 0116U005035).

**2. Актуальність теми дослідження.** Метод грасманового інтегрування полягає в застосуванні аналізу з антикомутуючими змінними (або просто супераналізу) до ряду різноманітних задач. Загальна теорія супераналізу вперше була описана Ф. Березіним у 1983 році. Введення інтегралу по антикомутуючим змінним мало великий вплив на розвиток теоретичної фізики, метод грасманового інтегрування широко застосовується на фізичному рівні строгості. У той же час строгих математичних результатів не дуже багато.

Метод грасманового інтегрування дозволяє за допомогою алгебраїчних перетворень отримувати інтегральні представлення для відношень детермінантів. У той же час, знаючи асимптотичну поведінку відношень детермінантів, можна вивести основні спектральні характеристики випадкових матриць: нормована рахуюча міра власних значень, лінійна статистика власних значень, спектраль-

на кореляційна функція (так званий локальний режим) і т.д. Найменш дослідженим є локальний режим. Водночас локальна поведінка власних значень, яка описується спектральною кореляційною функцією, відіграє важливу роль у різноманітних застосуваннях випадкових матриць у теоретичній фізиці, економіці, теорії нейронних мереж, теорії випадкових графів, тощо.

У дисертації розв'язано суміжну задачу: знаходження асимптотичної поведінки кореляційних функцій характеристичних поліномів. Незважаючи на те, що характеристичні поліноми формально не є локальними, їхня поведінка зазвичай схожа на поведінку спектральних кореляційних функцій. Тому дослідження кореляційних функцій характеристичних поліномів можна вважати першим кроком у вивченні локальної поведінки власних значень. Крім того, ці функції цікаві і самі по собі, так як виникають у багатьох задачах теоретичної фізики, теорії чисел, теорії зображень та комбінаторики, які безпосередньо не пов'язані з випадковими матрицями.

Актуальність описаних проблем, їх теоретичне та практичне значення й зумовили вибір теми дослідження.

### **3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їх новизна.**

У дисертаційній роботі вперше отримано наступні результати:

- Досліджено асимптотичну поведінку другої кореляційної функції характеристичних поліномів сильно розріджених ермітових випадкових матриць всередині спектра.

- Досліджено асимптотичну поведінку другої кореляційної функції характеристичних поліномів на межі спектра та всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів всередині спектра слабо розріджених ермітових випадкових матриць.

- Встановлено асимптотичну поведінку всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів комплексних випадкових матриць з незалежними елементами; раніше було встановлено лише у випадку комплексного нормального розподілу елементів матриць.

- Встановлено асимптотичну поведінку всіх кореляційних функцій характеристичних поліномів дійсних випадкових матриць з незалежними елементами.

### **4. Достовірність результатів та обґрунтованість положень і висновків дисертаційної роботи.**

Наукові положення, що виносяться на захист, строго обґрунтовані, сформульовані та доведені у вигляді теорем та опубліковані у наукових фахових

журналах, які включено до міжнародних наукометричних баз, тому їх достовірність не викликає сумнівів. Всі основні результати дисертації обговорювалися на міжнародних конференціях та семінарах у наукових центрах.

### **5. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації.**

Основні положення дисертації опубліковано в 7 наукових працях, серед яких 1 стаття у науковому виданні України, що входить до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відноситься до квартілю Q3, 2 статті у закордонних спеціалізованих виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз (Scopus, Web of Science) і відноситься до квартілю Q2, та 4 праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.

#### **Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:**

*публікація у науковому виданні України,*

*що входить до міжнародних наукометричних баз:*

1. Afanasiev, I.: On the Correlation Functions of the Characteristic Polynomials of Real Random Matrices with Independent Entries. *Журнал математичної фізики, аналізу, геометрії*. **16(2)**, 89–116 (2020)

(Scopus, Web of Science, MathSciNet, Google Scholar; Impact Factor: 0.227; кuartиль Q3)

*публікації у закордонних спеціалізованих виданнях,*

*що входять до міжнародних наукометричних баз:*

2. Afanasiev, I.: On the Correlation Functions of the Characteristic Polynomials of the Sparse Hermitian Random Matrices. *J. Stat. Phys.* **163(2)**, 324–356 (2016)

(Scopus, Web of Science, MathSciNet, Google Scholar, zbMATH; Impact Factor: 1.349; кuartиль Q2)

3. Afanasiev, I.: On the Correlation Functions of the Characteristic Polynomials of Non-Hermitian Random Matrices with Independent Entries. *J. Stat. Phys.* **176(6)**, 1561–1582 (2019)

(Scopus, Web of Science, MathSciNet, Google Scholar, zbMATH; Impact Factor: 1.243; кuartиль Q2)

#### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

4. Afanasiev, I.: On the second correlation function of characteristic polynomials of sparse hermitian random matrices. In: II International Conference “ANALYSIS AND MATHEMATICAL PHYSICS”: Book of abstracts, p. 29.

B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv (2014)

5. Afanasiev, I.: Correlation function of two characteristic polynomials of diluted hermitian random matrices near the edge points of the spectrum. In: III International Conference "ANALYSIS AND MATHEMATICAL PHYSICS": Book of abstracts, p. 16. B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv (2015)

6. Afanasiev, I.: On the Second Mixed Moment of Characteristic Polynomials of Sparse Hermitian Random Matrices. In: Abstracts of Lectures and Talks: Trilateral German-Russian-Ukrainian Summer School "Spectral Theory, Differential Equations and Probability", p. 12. Johannes Gutenberg Universität Mainz, Mainz (2016)

7. Afanasiev, I.: On the Correlation Functions of the Characteristic Polynomials of the Non-Hermitian Random Matrices with Independent Entries. In: International Conference "Geometry, Differential Equations and Analysis": Book of abstracts, p. 39. V.N. Karazin Kharkiv National University and B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv (2019)

Результати дисертаційної роботи повністю відображено в публікаціях. Постановки задач належать науковому керівникові. Усі статті опубліковані без співавторів. Усі результати, включені до дисертації, були отримані автором особисто, проте постійно обговорювалися з науковим керівником. Дисертаційна робота не містить елементів плагіату.

#### **6. Апробація матеріалів дисертації.**

Результати дисертації доповідалися й обговорювалися на наступних конференціях та семінарах:

1. II Міжнародна конференція «Аналіз та математична фізика», Харків, 16–20 червня 2014 р.

2. III Міжнародна конференція «Аналіз та математична фізика», Харків, 15–19 червня 2015 р.

3. Тристороння німецько-російсько-українська літня школа «Spectral Theory, Differential Equations and Probability», Майнц (Німеччина), 4–15 вересня 2016 р.

4. Конференція «Random Matrices and Random Graphs», Марсель (Франція), 15–19 квітня 2019 р.

5. Конференція «Geometry, Differential Equations and Analysis», Харків, 17–21 червня 2019 р.

6. Літня школа «Randomness in Physics and Mathematics», Білефельд (Німеччина), 12–24 серпня 2019 р.

### 7. Практичне та теоретичне значення дисертації.

Дисертація має теоретичний характер. Отримані результати і розвинуті методи можуть бути застосовані в дослідженнях, які проводяться у ФТІНТ ім. Б. І. Веркіна НАН України, Інституті математики НАН України, на факультеті математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, у Принстонському університеті (США) та в Австрійському інституті науки і технології.

### 8. Рекомендація дисертації до захисту.

Таким чином, розглянувши дисертацію та наукові публікації, у яких висвітлені основні наукові результати дисертації, а також за результатами фахового семінару, ми вважаємо, що дисертаційна робота Афанасьєва Євгенія Володимировича «Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць», яка подана на здобуття ступеня доктора філософії, є завершеною науковою працею, складає вагомий внесок у розвиток теорії випадкових матриць, за своїм науковим рівнем та практичною цінністю, змістом та оформленням повністю відповідає вимогам пп.9, 10, 11 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 6 березня 2019 р. № 167, та відповідає на пряму наукового дослідження освітньо-наукової програми «Математика» ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України зі спеціальності 111 «Математика».

Враховуючи високий рівень виконаних досліджень, а також наукову новизну результатів та їх наукове і практичне значення, ми **рекомендуємо** дисертаційну роботу Афанасьєва Євгенія Володимировича «Застосування грасманового інтегрування в задачах теорії випадкових матриць», подану на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика», **до захисту**.

Рецензенти:

завідувач відділу диференціальних рівнянь і геометрії ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, академік НАН України, д.ф.-м.н.

 Є.Я. Хруслов

головний науковий співробітник

відділу математичної фізики

ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, д.ф.-м.н.

 В.П. Котляров

