

Анотація

Перечислимо основні результати статті "**A Riemann–Hilbert approach to solution of the modified focusing complex short pulse equation**" опублікованої в *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics* за співавторством з Дмитром Шепельським. В цій роботі ми розробили підхід Рімана-Гільберта до модифікованого фокуруючого комплексного рівняння короткого імпульсу (мфкРКІ)

$$u_{xt} = u + \frac{1}{2}\bar{u}(u^2)_{xx}$$

на прямій $x \in (-\infty, \infty)$, з припущенням, що розв'язок прямує до нуля при $|x| \rightarrow \infty$.

Наш основний результат - це параметричне представлення розв'язку задачі Коші для рівняння МФКРКІ в термінах розв'язку відповідної задачі Рімана-Гільберта (РГ). Задача РГ належить до теорії крайових задач для комплексних функцій. Вона складається з умови стрибка і умов дискретного спектру (умов на вигляд полюсів), які визначаються початковими даними задачі Коші і її розв'язок можна пов'язати з розв'язком початкового рівняння. Далі ми використовуємо це представлення для отримання в явному вигляді одно- і дво-солітонних розв'язків рівняння.

Ми також довели, що функція $u(x, t)$, що отримана з розв'язку задачі Рімана-Гільберта з довільним стрибком, який задовольняє деяким обмеженням, і умовами на дискретний спектр (не обов'язково отриманими з заданих початкових даних) дійсно є розв'язком МФКРКІ. Використання цієї техніки виокремлює нашу роботу серед інших робіт на тему інтегрованих нелінійних рівнянь.

Ще однією оригінальною особливістю нашої роботи є те, що ми розглянули випадок полюсів другого порядку в задачі РГ. Традиційно розглядається лише випадок простих полюсів, оскільки він відповідає ситуації загального положення: початкові дані, для яких виконуються ці припущення, утворюють відкриту щільну множину. Ми показали, що у випадку полюсів другого порядку стандартних умов на лишки у задачі РГ недостатньо для забезпечення єдиності розв'язку задачі РГ. Узагальнення цих умов включає в себе умови на інші коефіцієнти ряду Лорана розв'язку задачі РГ в сингулярній точці. Ми показали, що узагальнених умов дійсно достатньо для забезпечення єдиності розв'язку. З форми результату і ходу доведення видно, що цей підхід можна узагальнити на полюси вищих порядків.

Задача РГ не може бути розв'язана у загальному випадку, але важливим частковим випадком є ситуація тривіального стрибка. У цьому випадку нетривіальними є лише умови на дискретний спектр, які приймають вид системи алгебраїчних рівнянь. Ці рівняння ми розв'язали у випадку існування одного полюса першого або другого порядку. Ці розв'язки приводять нас до одно- і дво-солітонних розв'язків МФКРКІ відповідно. Ми визначили, що ці розв'язки можуть бути вигляду каспонів або гладких волн і встановили критерій їх типу в термінах даних задачі РГ. Також ми продемонстрували на прикладах чисельно і графічно деякі солітонні розв'язки рівняння.